

№1

Найдите корень уравнения $\log_{11}(16 + x) = \log_{11} 12$.

№2

На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме “Вписанная окружность”, равна 0,15. Вероятность того, что это вопрос по теме “Тригонометрия”, равна 0,3. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

№3

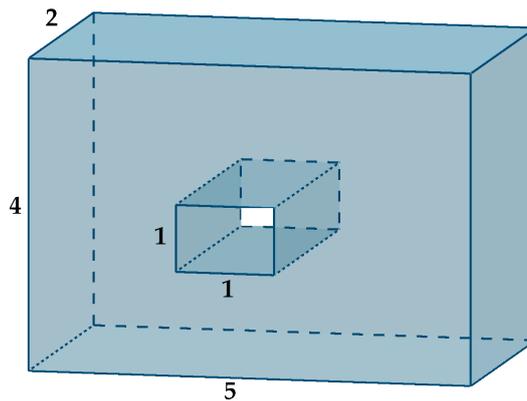
Большее основание равнобедренной трапеции равно 25. Боковая сторона равна 3. Синус острого угла равен $\frac{\sqrt{11}}{6}$. Найдите меньшее основание.

**№4**

Найдите значение выражения $(49a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{7a - 3} - \frac{1}{7a + 3} \right)$.

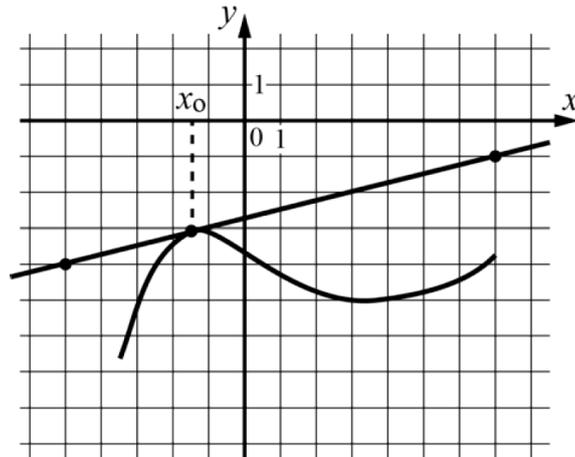
№5

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



№6

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

**№7**

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы:

$$T(t) = T_0 + bt + at^2,$$

где t – время в минутах, $T_0 = 1300$ К, $a = -\frac{14}{3}$ К/мин², $b = 98$ К/мин.

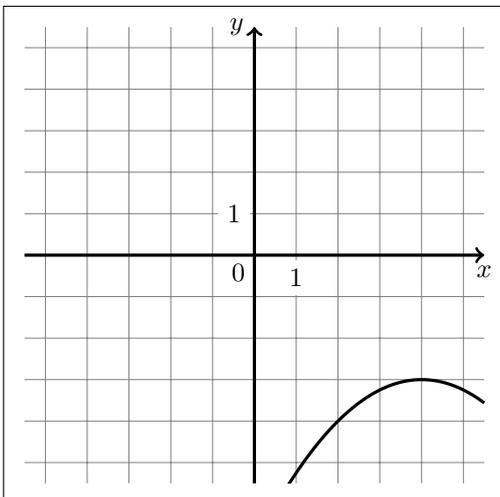
Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

№8

Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 4%. На сколько процентов шесть таких же рубашек дороже куртки?

№9

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c – действительные. Найдите значение $f(-1)$.



№10

В коробке лежат четыре лампочки мощностью 40 Вт, пять мощностью 60 Вт и шесть мощностью 75 Вт. Лампочки вынимают из коробки вслепую одну за другой до тех пор, пока не будет вынута хотя бы одна мощностью 75 Вт. Какова вероятность того, что будет вынута хотя бы две лампочки?

№11

Найдите наименьшее значение функции $y = 13 + 75x - x^3$ на отрезке $[-5; 5]$.

№12

а) Решите уравнение

$$\log_3 \sqrt{x^2 - 2x} = 2$$

б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие отрезку $[-8; 11]$.

№13

В основании четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$, $AD = 15$. При этом известны длины некоторых боковых рёбер: $MA = \sqrt{26}$, $MB = \sqrt{10}$, $MC = \sqrt{235}$.

а) Докажите, что MB — высота пирамиды $MABCD$.

б) Найдите угол между MD и плоскостью (ABM) .

№14

Решите неравенство

$$2^{2x+4} - 16 \cdot 2^{x+3} - 2^{x+1} + 16 \leq 0$$

№15

15 мая планируется взять кредит в банке сроком на 23 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $t\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 36% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите t .

№16

Окружность, вписанная в треугольник MNK , касается сторон MN , NK и MK в точках A , B и C соответственно.

а) Докажите, что $NB = \frac{MN + NK - MK}{2}$.

б) Найдите отношение $MA : AN$, если известно, что $NB : NK = 1 : 3$ и $\angle MNK = 60^\circ$.

№17

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(3x^2 - 3x + a^2 + 9)^2 = 12a^2(x^2 - x + 3)$$

имеет ровно один корень.

№18

Пираты нашли сундук с сокровищами, в котором было 60 монет достоинством 1 дукат и 60 монет достоинством 5 дукатов.

а) Получится ли поделить все деньги поровну между 18 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?

б) Получится ли поделить все деньги поровну между 40 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?

в) При каком наибольшем количестве пиратов капитану всегда удастся поделить монеты между ними, каким бы способом ему ни захотелось это сделать (возможно, кому-то из пиратов будет полагаться 0 монет)?