



Олимпиада Школково «Уходящее лето» 7 – 11 класс

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми. Количества фирм, заводов и людей могут быть только целыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта *a)* можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все необщезвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

Сборы по подготовке к олимпиадам по экономике

Хочешь занимать призовые места на олимпиадах? Отлично разбираться в макро и микроэкономике, теории игр, финансах и прочих важных темах? Тогда присоединяйся к нам!

На регулярных сборах Школково тебя ждут:

- Лекционные вебинары с подробным разбором тем от базовых до повышенной сложности. Ответы на все твои вопросы и совместный разбор задач.
- Семинары, где ты научишься решать все типы задач. Узнаешь фишки, лайфхаки и олимпиадные приемы, которые не встретишь на страницах учебника! Преподаватель заранее пришлет тебе задачи и материалы, чтобы ты успел разобраться и подготовить вопросы к занятию.
- Увлекательные образовательные игры, например, экономический биатлон.

Чтобы присоединиться, переходи по [ссылке](#) и пиши в сообщения сообщества.



Часть 1.

Первая часть включает **4 задачи**, в каждой из которых необходимо дать краткий ответ, без обоснования. Верный ответ на каждую задачу оценивается в **5 баллов**.

Задача 1.

Два бобра – Биба и Бобо – задумались об открытии кофейни, которая обойдется им в $10n$ тыс. долларов, где n – это срок действия данной кофейни (о нем бобры договариваются до начала работы фирмы). Также известна ежегодная прибыль кофейни: в год t будет приносить $b_t = 10 \cdot (5t - t^2)$ тыс. долларов.

Определите оптимальный срок работы кофейни (величину n), если ставка ссудного процента составляет 10%.

Задача 2.

В стране Кукумбрия работает монополист, внутренний спрос на продукцию которого описывается функцией: $Q_d = \max[100 - P; 0]$. Иностраный сектор готов закупить сколько угодно большой объем продукции по цене, не превышающей 40 ден. единиц. Известно, что монополист выпустил 60 единиц продукции и дальнейшее наращивание производства не планируется.

Определите, какую наибольшую выручку сможет получить монополист с двух рынков, если механизмы ценовой дискриминации ему не доступны.

Задача 3.

Фирма *ABC*, специализирующаяся на разработке программного обеспечения, использует в создании новых продуктов труд программистов. Так, если фирма наймет L человеко-часов труда, то произведет \sqrt{L} программ и продаст их по фиксированной цене \$100 за каждое ПО. Известно каждому рекрутеру, что в сфере, в которой работает фирма, наблюдается дефицит кадров, поэтому найм L рабочих сопряжен с суммарными издержками $0.2L^2$ (в эту сумму входят как фонд оплаты труда, так и издержки на поиск соискателей и их дальнейшее переобучение).

Определите оптимальный объем найма и уровень производства в краткосрочном периоде, если целью фирмы является максимизация прибыли.

Задача 4.

В 2020 году экономика страны Кси находилась в состоянии долгосрочного равновесия. В 2021 центральный банк выкупил 10 тыс. государственных облигаций, увеличив денежную базу на 300%, из-за чего темп инфляции в краткосрочном периоде составил 300%. Совокупный спрос выведен из уравнения количественной теории денег.

Определите эластичность совокупного предложения в краткосрочном периоде (*SRAS*) по общему уровню цен, если оно имеет линейный вид.

Часть 2.

Вторая часть включает **4 задачи** с открытым ответом. Решения задач этой части необходимо обосновывать, приводить полное обоснование Вашего ответа. Каждая верно решенная задача приносит **10 баллов**.

Задача 5.

Предположим, что в некоторой стране неравенство доходов можно выразить кривой Лоренца вида $Y = X^2$. Пусть государство может назвать 20% населения средним классом и перераспределить их доходы так, чтобы внутри такой группы каждый человек имел одинаковое количество денег. Однако, если два человека с некоторыми уровнем дохода a и b , $a < b$ попали в средний класс, то в него обязательно попадут все люди с уровнем дохода c , если $a < c < b$.

а) Каких людей государство объявит средним классом, если оно хочет минимизировать индекс Джини?

б) Пусть государство решило уменьшить индекс Джини на 10%. Если оно сможет это сделать, то опишите людей, которых оно объявит средним классом. Если такое снижение невозможно, то докажите это

Задача 6.

На рынке некоторого блага X работают 11 фирм, из которых 10 являются небольшими и конкурируют друг с другом по Курно. Одиннадцатая фирма является чуть более крупной и поэтому конкурирует с остальными фирмами по Штакельбергу. Спрос на рынке блага X задаётся уравнением $Q_d = 10 - P_d$, а издержки всех фирм равны $TC_i = q_i$. Государство хочет ввести на этом рынке потоварный налог. Найдите оптимальную ставку налога, если целью государственной политики является максимизация налоговых поступлений.

Задача 7.

Предположим, для некоторых двух экономистов существует только 2 типа благ: двухчасовые прогулки по лесу и часовые сессии по проверке задач. Удовольствие экономистов может быть выражено функциями $U = XY$ и $U = \sqrt{X} \cdot Y$ соответственно, X - количество прогулок, Y - количество сессий по приему задач. Прогулки и сессии абсолютно делимы, при этом экономисты всегда гуляют по лесу вместе, а задачи принимают отдельно и по очереди (в любой момент времени максимум один человек может принимать задачи). Экономисты могут заниматься вышеобозначенными делами целый день, то есть 24 часа.

а) Назовем Кривой Удовольствия множество точек в координатах удовольствий экономистов, показывающих максимальное удовольствие одного из экономистов при заданном удовольствии другого и наоборот. Найдите уравнение Кривой Удовольствия типичного дня

б) Существует ли равновесие Нэша в игре из действий экономистов такое, что никто из них не пожалеет о времени, проведенном на прогулке в лесу (никто из них не хотел бы часть времени прогулки провести за проверкой задач)? Если не существует, то докажите это. Если оно существует, то приведите его. Если равновесий больше одного, то также найдите то, для которого сумма удовольствий максимальна

б+) (*не было на олимпиаде*) Предположим, если экономисты гуляют по лесу хотя бы 2 часа, то они встречают лесника, и полезность дня для каждого из них становится равной 0. Будем также считать, что экономисты не любят отдыхать – все 24 часа они тратят на одно из своих любимых дел. Существует ли равновесие, в котором экономисты не пожалеют о прогулке?

Задача 8.

На рынке некоторого блага А работает монополист с функцией издержек $TC = Q$. Государство с целью пополнения бюджета вводит потоварный налог на рынке блага А по некоторой ставке t_i , где i – номер периода. В каждом периоде спрос на товар, производимый монополистом имеет вид $Q_d = 36 - P_d$. Налоговые поступления каждого следующего периода дисконтируются на δ (становятся в δ раз менее ценными). Предположим, что монополист наивен и в каждом периоде считает ставку налога равной той, которая была в предыдущем периоде. В первом периоде государство объявляет ставку налога до того, как фирма выбирает уровень производства. Государство также действует наивно, считая, что каждый конкретный период будет последним. Начиная со второго периода ставка объявляется уже после того, как фирма выбирает выпуск и цену (фирма опирается на свои наивные ожидания). Государство действует рационально, при этом оно понимает, что предыдущий период не был последним уже после того, как фирма объявит новый выпуск и цену. Если фирме выгодно уничтожить продукцию вместо того, чтобы её продавать, то она сделает это после объявления ставки. Если ей безразлично, продавать или нет, то она будет продавать.

Найдите дисконтированную сумму поступлений, которую получит бюджет от монополиста, если он может существовать на рынке вечно, но если в каком-то периоде его прибыль окажется меньше нуля, то он перестает работать начиная со следующего периода. Решите задачу для $\delta = 1$ и $\delta = 0.5$

** не было на Олимпиаде, но чуть поинтереснее: фирма не уходит с рынка, даже получив отрицательную прибыль, так как верит, что ставка налога в следующем периоде будет той же, поэтому, увеличив цену, она сможет покрыть убытки предыдущего периода за несколько последующих. Решите задачу в новых условиях*

P.S. Условие этой задачи менялось, поэтому возможно в тот момент, когда вы писали олимпиаду, оно было немного другое

Авторы задач:
Антон Лыков [VK](#),
Глеб Ильюшкин [VK](#).