

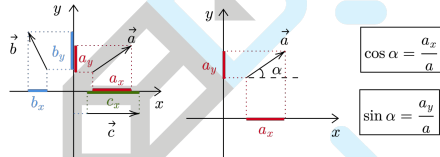
МЕХАНИКА

КИНЕМАТИКА

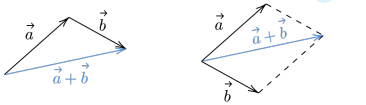
ВЕКТОРЫ В ФИЗИКЕ

Вектор - направленный отрезок, имеющий начало и конец.

Проекция вектора на ось - длина отрезка между проекциями начала и конца вектора на эту ось, взятая со знаком «+» или «-».



Сложение векторов

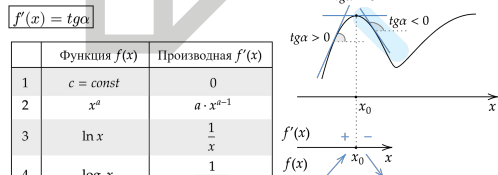


ПРОИЗВОДНАЯ В ФИЗИКЕ

Основные правила дифференцирования

- Умножение на число $(c \cdot u)' = c \cdot u'$, где $c = const$
- Производная суммы / разности $(u \pm v)' = u' \pm v'$
- Производная произведения $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
- Производная частного $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
- Сложная функция $f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Геометрический смысл производной

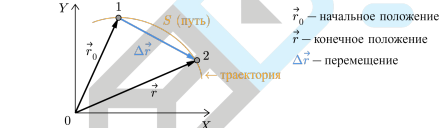


	Функция $f(x)$	Производная $f'(x)$
1	$c = const$	0
2	x^a	$a \cdot x^{a-1}$
3	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
4	$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
5	e^x	e^x
6	a^x	$a^x \cdot \ln a$
7	$\sin x$	$\cos x$
8	$\cos x$	$-\sin x$
9	$tg x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
10	$ctg x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
11	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
13	$arctg x$	$\frac{1}{1+x^2}$
14	$arccotg x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

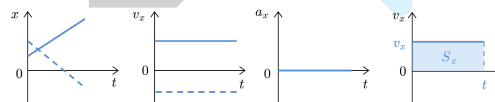
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Материальная точка - тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

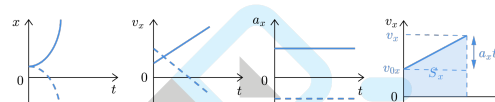
Система отсчета - тело отсчета вместе с жестко связанной с ним системой координат и часами.



ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

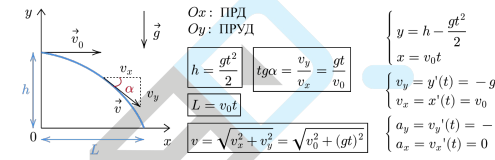


ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

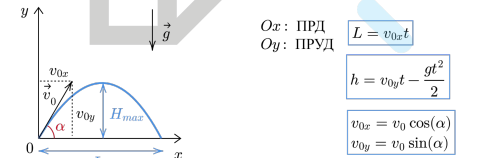


БАЛЛИСТИКА

Горизонтальное движение



Движение под углом к горизонту



В момент времени падения на землю $h = 0$:

$$v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} = 0$$
$$v_0 \sin(\alpha) t - \frac{gt^2}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ v_0 \sin(\alpha) t - \frac{gt^2}{2} = 0 \end{cases}$$

Отсюда время полета и время подъема:

$$\begin{cases} y = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} \\ x = v_{0x} t \end{cases}$$
$$\begin{cases} v_y = y'(t) = v_{0y} - gt \\ v_x = x'(t) = v_{0x} \end{cases}$$
$$\begin{cases} a_y = v_y'(t) = -g \\ a_x = v_x'(t) = 0 \end{cases}$$

Дальность полета: $L_{max} = v_{0x} \cdot t_{ПОЛЕТ} = v_0 \cos(\alpha) \cdot \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$

Высота подъема: $H_{max} = v_{0y} \cdot t_{ПОДЪЕМ} = \frac{gt_{ПОДЪЕМ}^2}{2} = v_0 \sin(\alpha) \cdot \frac{v_0 \sin(\alpha)}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{g^2}$

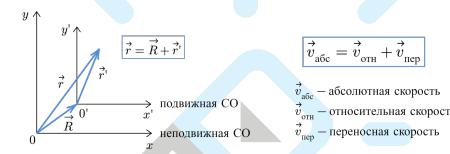
$H_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ $L_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

Абсолютная - скорость тела в неподвижной системе отсчета (СО).

Переносная - скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной.

Относительная - скорость тела в подвижной системе отсчета.



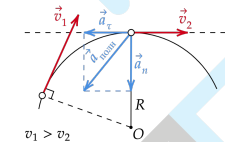
Правила перехода в подвижную СО

1) Находим относительную скорость, то есть к вектору v_{abs} прибавляем перевернутый вектор скорости того тела, в чью систему отсчета мы хотим перейти.

$$\vec{v}_{отн} = \vec{v}_{abs} + (-\vec{v}_{пер})$$

2) В системе отсчета подвижного тела данное тело не движется.

КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ



Название	Формула	Направление	Когда появляется
Нормальное a_n (a_{nc})	$a_n = \frac{v^2}{R}$ $a_n = \omega^2 R$	$\vec{a}_n \perp \vec{v}$, к центру окружности	Меняется направление вектора скорости $\vec{v}$
Тангенциальное a_t	$a_t = v'(t)$ Если $a_r = const$: $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	По касательной к траектории, $\vec{a}_t \parallel \vec{v}$ Если $v \uparrow$: $\vec{a}_t \uparrow \parallel \vec{v}$ Если $v \downarrow$: $\vec{a}_t \downarrow \parallel \vec{v}$	Меняется модуль вектора скорости $ \vec{v} $ (меняется значение v)
Полное $a_{полн}$	$\vec{a}_{полн} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ $a_{полн} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$	Внутрь траектории	-

Равномерное движение по окружности



МЕХАНИКА

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

I. Существуют такие системы отсчета, называемые инерциальными (ИСО), относительно которых материальные точки, когда на них не действуют никакие силы (или действуют силы взаимно уравновешенные), находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

II. В ИСО ускорение, которое получает материальная точка с постоянной массой, прямо пропорционально равнодействующей всех приложенных к ней сил и обратно пропорционально её массе:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}$$

III. Два тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению. Эти силы имеют одну и ту же физическую природу и направлены вдоль прямой, соединяющей их точки приложения.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

Гравитационная сила

Действует со стороны массивного тела (планета, спутник, звезда) по прямой, соединяющей тел, в сторону притягивающего тела. Точка приложения — центр масс данного тела.

Закон всемирного тяготения справедлив, если:

1. тела являются однородными шарами.
2. одно из тел — однородный шар, а другое — материальная точка, находящаяся вне шара.

$$F_{\text{гп}} = G \frac{Mm}{R^2}$$

Сила тяжести

Действует со стороны планеты Земля вертикально вниз, точка приложения — центр масс данного тела.

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$$

Если тело на высоте h над поверхностью планеты, то для силы тяжести:

$$mg(h) = G \frac{mM}{(R+h)^2}$$

Сила упругости

Действует со стороны деформированного упругого тела (пружины) противоположно деформации тела. Точка приложения — точка соприкосновения пружины и тела.

$F_{\text{упр}} = k\Delta x$ — закон Гука
Справедлив лишь при малых деформациях тела.

Сила натяжения

Действует со стороны деформированного тела (нити) вдоль подвеса в сторону уменьшения его деформации. Точка приложения — точка соприкосновения нити и тела.

Слова — маркеры:

- Невесомая нить $\Rightarrow$ модуль силы натяжения нити в любой точке одинаков $T_1 = T_2 = T$.
- Нерастяжимая нить $\Rightarrow$ поскольку нить нерастяжимая, то ее длина постоянна, следовательно, можно записать кинематическую связь $a_1 = a_2 = a$.

$$\vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{T}_3$$

Сила нормальной реакции опоры

Действует со стороны деформированного тела (опоры) вдоль подвеса перпендикулярно поверхности опоры, в сторону уменьшения ее деформации. Точка приложения — точка соприкосновения поверхностей.

$$\vec{N}_1, \vec{N}_2$$

Вес

Действует со стороны тела, которое лежит или висит на опоре противоположно силе реакции опоры. Точка приложения — к опоре.

$P = N$ или сила натяжения подвеса

$\vec{P} = m(g+a)$

Вес тела больше силы тяжести.

Если $a = g \Rightarrow P = 0 \Rightarrow$ состояние невесомости.

$\vec{P} = m(g-a)$

Вес тела меньше силы тяжести.

Сила трения покоя

Действует со стороны деформированного тела (опоры) при попытке его сдвинуть параллельно поверхности, противоположно действующей силе. Точка приложения — к телу, в точках соприкосновения.

$\vec{F}_{\text{тр.п.}} \leq \mu N$

Максимальная величина силы трения покоя равна силе трения скольжения.

Кэф. трения μ не зависит от площади соприкосновения поверхностей и скорости движения тела.

Сила трения скольжения

Действует со стороны деформированного тела (опоры) при движении, противоположно скорости движения тела относительно поверхности. Точка приложения — к телу, в точках соприкосновения.

$\vec{F}_{\text{тр.ск.}} = \mu N$

Сила трения скольжения направлена противоположно относительной скорости.

Слова — маркеры:

- Гладкая поверхность $\Rightarrow$ действием силы трения можно пренебречь.
- Шероховатая поверхность $\Rightarrow$ действие силы трения нужно учитывать.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Импульс материальной точки: $\vec{p} = m\vec{v}$ [кг·м/с]

Импульс системы материальных точек: $\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$

Второй закон Ньютона в импульсной форме: изменение импульса системы равно векторной сумме импульсов внешних сил.

$$\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \vec{F}_{\text{внеш}} \Delta t$$

Импульс силы — векторная физическая величина, равная произведению силы на время ее действия, мера воздействия силы на тело за данный промежуток времени.

Импульс материальной точки: $\vec{p} = m\vec{v}$ [кг·м/с]

Импульс системы материальных точек: $\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$

Второй закон Ньютона в импульсной форме: изменение импульса системы равно векторной сумме импульсов внешних сил.

$$\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \vec{F}_{\text{внеш}} \Delta t$$

Импульс силы — векторная физическая величина, равная произведению силы на время ее действия, мера воздействия силы на тело за данный промежуток времени.

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы тел остается постоянным с течением времени при любых взаимодействиях тел внутри данной системы.

$$\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = 0 \quad \vec{p}_{\text{сист}} = \text{const}$$

ЗСИ выполняется в случаях, если:

- Векторная сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю.
- Сумма проекций векторов внешних сил, действующих на систему тел, на некоторую ось равна нулю. Тогда импульс системы остается неизменным вдоль этой оси.
- Промежуток времени взаимодействия Δt пренебрежительно мал, то есть стремится к нулю (например, при взрывах, ударах, столкновениях).

Абсолютно упругий удар

до удара $m_2 > m_1$ после удара

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

Закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Абсолютно неупругий удар

до удара $v_2 = 0$ после удара

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

Закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

Закон сохранения энергии не выполняется. $E_{\text{кин}}$ после удара меньше $E_{\text{кин}}$ до удара.

МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ

Работа силы: $A = \vec{F} \cdot \vec{S} = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos \alpha$ [Дж]

Мощность: $N = \frac{A}{t}$ [Вт]

Мгновенная мощность: $N = Fv \cos \alpha$ [Вт]

Коэффициент полезного действия (КПД): $\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{затрач}}} = \frac{P_{\text{полезн}}}{P_{\text{затрач}}}$

$\alpha < 90^\circ$ $A > 0$ $\alpha = 90^\circ$ $A = 0$ $\alpha > 90^\circ$ $A < 0$

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Консервативные (потенциальные) силы — силы, сохраняющие механическую энергию замкнутой системы тел. Работа не зависит от траектории. Работа по замкнутой траектории равна нулю. **Примеры:** сила тяжести, сила упругости, сила гравитации, сила Кулона.

Диссипативные (не потенциальные) силы — силы, которые рассеивают механическую энергию. Работа зависит от траектории движения тела и по замкнутой траектории не равна нулю. **Примеры:** сила трения, сила сопротивления, сила натяжения.

Кинетическая энергия: $E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$

Теорема о кинетической энергии: изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело.

$$\Delta E_{\text{кин}} = A_{F1} + A_{F2} + \dots + A_{Fi} = \sum A_{Fi}$$

Потенциальная энергия зависит от взаимного положения тел в системе, которое изменяют консервативные силы.

Консервативная сила	Формула	Потенциальная энергия
Сила тяжести	$F_{\text{тяж}} = mg$	$E_{\text{пот}} = mgh$
Сила упругости	$F_{\text{упр}} = -k\Delta x$	$E_{\text{пот}} = \frac{kx^2}{2}$
Гравитационная сила	$F_{\text{грав}} = G \frac{Mm}{R^2}$	$E_{\text{пот}} = -G \frac{Mm}{R}$
Сила Кулона	$F_{\text{кул}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ Q q }{r^2}$	$E_{\text{пот}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$

Теорема о потенциальной энергии: работа потенциальной силы определяется как разность потенциальных энергий («было» минус «стало»).

$$A_{\text{пот}} = E_{\text{пот.нач.}} - E_{\text{пот.кон.}}$$

Закон сохранения механической энергии: сумма кинетической и потенциальной энергии в конце равна сумме кинетической и потенциальной энергии в начале и есть величина неизменная в том случае, если работа всех непотенциальных сил равна нулю.

$$E_{\text{кин.кон.}} + \sum E_{\text{пот.кон.}} = E_{\text{кин.нач.}} + \sum E_{\text{пот.нач.}} = \text{const}$$

СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Момент силы относительно оси вращения — произведение силы на плечо.

$$M = Fl$$

Плечо силы — кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Линия действия силы — прямая, проходящая через вектор силы.

Момент силы считается **положительным**, если сила стремится поворачивать тело против часовой стрелки, и **отрицательным**, если по часовой стрелке.

ПРАВИЛО МОМЕНТОВ

Тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех приложенных к телу сил равна нулю.

УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА

$$\begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0 \\ M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0 \end{cases}$$

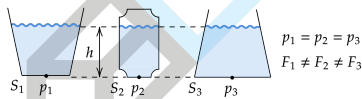
МЕХАНИКА

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Сила давления - сила, под действием которой тело деформируется.

Давление - скалярная физическая величина, равная отношению силы, действующей перпендикулярно поверхности, к площади этой поверхности.

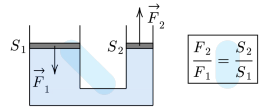


ЗАКОН ПАСКАЛЯ

Давление, оказываемое на жидкость или газ, передается в любую точку этой среды без изменения по всем направлениям.

Применение закона Паскаля:

- **Гидравлический пресс** - устройство, дающее выигрыш в силе.

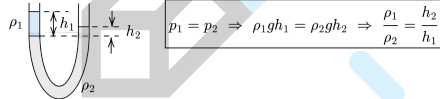


- **Соединяющиеся сосуды** - сосуды, имеющие общий канал внизу.

Однородная жидкость устанавливается на одном уровне независимо от формы сосуда (при условии, что давление над жидкостью в сосудах одинаково).

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow h_1 = h_2$$

Неоднородная жидкость устанавливается на разных уровнях. Высоты столбов жидкостей обратно пропорциональны их плотностям:



ЗАКОН АРХИМЕДА

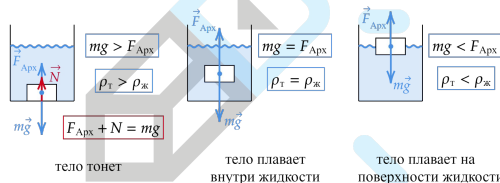
Для **инерционной и неинерционной СО**: на погруженное в жидкость или газ тело действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу среды, объем которой равен объему тела.

$$F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{ж}} V_{\text{п.ч.}} g$$

Для **инерционной СО**:

$$F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{п.ч.}}$$

УСЛОВИЯ ПЛАВАНИЯ ТЕЛ



МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Период колебаний T — время одного полного колебания.

Частота ν — показывает, сколько полных колебаний совершается за одну секунду.

$$T = \frac{t}{N} \text{ [с]} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{N}{t} \text{ [Гц]}$$

Гармонические колебания — колебания, при которых координата зависит от времени по гармоническому закону:

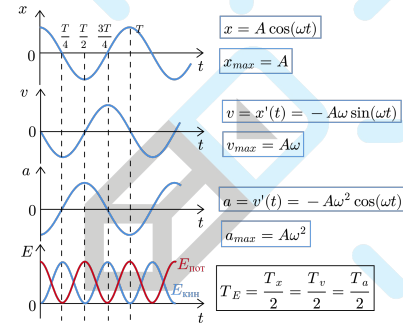
$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ [м]}$$

A — **амплитуда** колебаний — величина его наибольшего отклонения от положения равновесия; $(\omega t + \varphi_0)$ — фаза колебаний; φ_0 — начальная фаза.

$$\text{Циклическая частота: } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \text{ [рад/с]}$$

Свободные колебания — колебания системы, предоставленной самой себе (при постоянных внешних условиях).

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ



- Период колебаний энергии в 2 раза меньше периода колебаний x , v и a .
- Колебания $E_{\text{пот}}$ и $E_{\text{кин}}$ меняются в противофазе, а $E_{\text{полн}}$ — постоянна.

ДИНАМИКА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \\ v(t) = x'(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \\ a(t) = x''(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x(t)$$

Уравнение динамики гармонических колебаний:

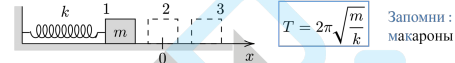
$$x''(t) + \omega^2 x(t) = 0$$

Решение данного уравнения всегда имеет вид:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Пружинный маятник - закреплённый на пружине груз, способный совершать колебания в горизонтальном или вертикальном направлении.



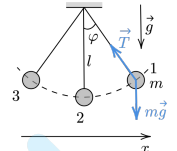
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{Запомним: макарони}$$

Пол.	v	a	E _{кин}	E _{пот}
1	0	max	0	max
2	max	0	max	min
3	0	max	0	max

Закон сохранения механической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \text{const}$$

Математический маятник - небольшое тело, подвешенное на невесомой нерастяжимой нити.

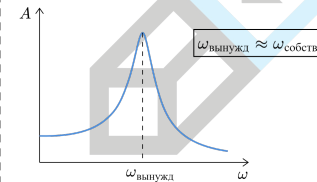


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{Запомним: лыжи}$$

Пол.	v	a	E _{кин}	E _{пот}
1	0	max	0	max
2	max	0	max	min
3	0	max	0	max

РЕЗОНАНС

Резонанс - увеличение амплитуды колебаний некоторой системы при совпадении частоты внешнего воздействия с собственными значениями, характерными для данной системы.



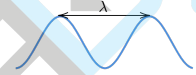
ВОЛНЫ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Волновой процесс — любое изменение состояния сплошной среды, распространяющееся со скоростью и несущее энергию.

Длина волны λ — расстояние между двумя ближайшими друг другу точками в пространстве, в которых колебания происходят в одинаковой фазе.

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$$



Фронт волны — это совокупность точек, колеблющихся в одной фазе, до которых в данный момент времени дошел волновой процесс.

ТИПЫ ВОЛН

Продольная волна — волна, при распространении которой смещение частиц среды происходит в направлении распространения волны.

→ $\vec{v}$ **Распространяются во всех средах**
Пример: звуковая волна

Поперечные волны — волны, при распространении которых смещение частиц среды происходит в направлении, перпендикулярном распространению волны.

↑↓↑↓↑↓ $\vec{v}$ **Распространяются только в твердых средах**
Пример: электромагнитная волна, волны на шнуре

ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ

Звуковые волны в **широком смысле** — волны, распространяющиеся в упругой среде. Звуковые волны в **узком смысле** — волны в диапазоне частот от 16 Гц до 20 кГц, воспринимаемые человеческим ухом.

Ниже этого диапазона лежит область **инфразвука**, выше — область **ультразвука**.

Основные характеристики звука

Громкость — определяется амплитудой колебаний давления в звуковой волне. Ед. изм. : дБ (децибелы).

Высота — определяется частотой колебаний: чем выше частота, тем выше кажется звук.

Скорость звука

Скорость звука в разных средах различна: чем более упругой является среда, тем быстрее в ней распространяется звук. В жидкостях скорость звука больше, чем в газах, а в твердых телах — больше, чем в жидкостях.