

# Формулы сокращенного умножения

## Факт 1.

- Формулы сокращенного умножения:

### ► Квадрат суммы и квадрат разности:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

### ► Куб суммы и куб разности:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{или} \quad (a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{или} \quad (a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

Заметим, что применение данных формул справа налево часто помогает упростить вычисления:

$$13^3 + 3 \cdot 13^2 \cdot 7 + 3 \cdot 13 \cdot 49 + 7^3 = (13 + 7)^3 = 20^3 = 8000$$

### ► Разность квадратов:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

### ► Сумма кубов и разность кубов:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Обращаем ваше внимание на то, что не существует формулы суммы квадратов  $a^2 + b^2$ !

Заметим, что применение данных формул слева направо часто помогает упростить вычисления:

$$\frac{7^6 - 2^6}{7^4 + 14^2 + 16} = \frac{(7^2 - 2^2)(7^4 + 7^2 \cdot 2^2 + 2^4)}{7^4 + (7 \cdot 2)^2 + 2^4} = 7^2 - 2^2 = 45$$

- Бывает так, что в задании нужно возвести в квадрат, например, сумму не двух, а трех, четырех и т.д. слагаемых. Тогда удобно будет воспользоваться таким фактом. Квадрат суммы нескольких слагаемых равен сумме квадратов этих слагаемых и удвоенных попарных произведений:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

и т.д.

То есть нужно возвести все слагаемые, находящиеся в скобках, в квадрат, найти все попарные их произведения, умноженные на 2, и все это сложить.

Например,  $(x + y - z)^2 = (x + y + (-z))^2 = x^2 + y^2 + (-z)^2 + 2xy + 2x(-z) + 2y(-z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yx$ .

Всего в школьной программе используется 7 формул сокращенного умножения: 3 формулы “с квадратами” и 4 формулы “с кубами”.