

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

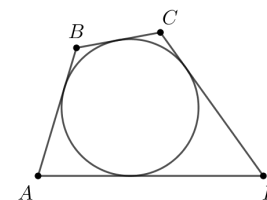
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

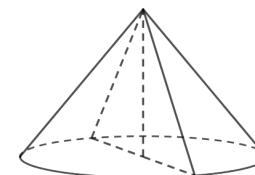
В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, при этом $AB = 17$ и $CD = 21$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



Ответ: _____.

2

Во сколько раз уменьшится объём конуса, если радиус его основания уменьшится в 6 раз, а высота останется прежней?



Ответ: _____.

3

На соревнованиях по бегу выступают 44 спортсмена, среди них 15 бегунов из Швеции, 18 бегунов из Норвегии и 11 из Дании. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым будет выступать прыгун из Дании.

Ответ: _____.

4

Игральную кость бросили два раза. Известно, что 1 очко не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 7».

Ответ: _____.

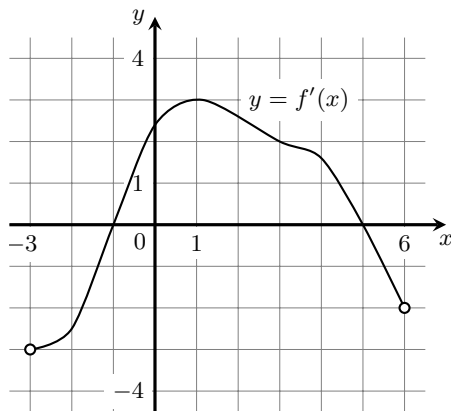
- 5 Найдите корень уравнения $\log_5(x - 7) = 2$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $\frac{6^{5,7} \cdot 2^{-4,7}}{3^{2,7}}$.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 6)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

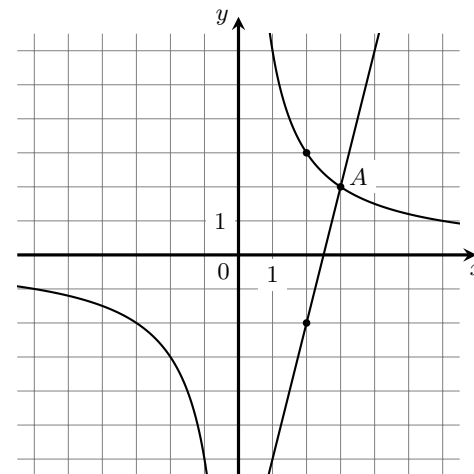
- 8 Сила тока в неразветвлённой части полной цепи с n параллельно соединёнными одинаковыми элементами ЭДС может быть найдена по формуле $I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}}$, где $\mathcal{E}$ — ЭДС каждого источника в вольтах, $R = 5,6$ Ом — сопротивление цепи в омах, $r = 2$ Ом — внутреннее сопротивление каждого источника. Сила тока составила треть от силы тока короткого замыкания одного источника $I_{кз} = \frac{\mathcal{E}}{r}$. Сколько элементов ЭДС в цепи?

Ответ: _____.

- 9 Диана смешала раствор, содержащий 30% спирта, и раствор, содержащий 40% спирта. Она знает, что если к смеси добавить 8 литров чистой воды, то получится раствор, содержащий 20% спирта. С другой стороны, если к смеси добавить 5,5 литра раствора, содержащего 5% спирта, то получится раствор, содержащий 25% спирта. Сколько литров 30-процентного раствора спирта смешала Диана?

Ответ: _____.

- 10 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках $A(3; 2)$ и $B(x_0; y_0)$. Найдите x_0 .



Ответ: _____.

- 11 Найдите точку минимума функции $y = x\sqrt{x} - 18x + 7$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ №2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\frac{1 - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos^2 x} = 2 \cos^2 x + 2 \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

- б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

- 13 Дана прямая треугольная призма, в основании которой лежит равнобедренный треугольник со сторонами $AB = BC = 10$, $AC = 12$. Боковое ребро призмы равно $6\sqrt{2}$.

- а) Докажите, что прямые A_1C и C_1B взаимно перпендикулярны.
 б) Найдите объем пирамиды A_1KLP , где K и P — середины ребер CC_1 и BC соответственно, а точка L на ребре AC выбрана так, что $AL : LC = 3 : 1$.

- 14 Решите неравенство

$$1 - \frac{5}{\log_5 x - 1} + \frac{16}{\log_5^2 x + \log_5 25x - 4} \leq 0$$

- 15 15 июля 2023 года планируется взять кредит в банке на 6 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 15% по сравнению с долгом на конец предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года в первые 5 лет долг будет уменьшаться на 100 000 рублей;
 - в июле последнего года долг должен быть выплачен полностью.
- Известно, что переплата по кредиту составила 405 000 рублей. Найдите сумму, взятую в кредит.

- 16 Дан треугольник ABC . На его стороне AC как на диаметре построена окружность, которая пересекает стороны треугольника AB и BC в точках M и K соответственно. Известно, что M — середина AB , а H — точка пересечения высот треугольника ABC .

- а) Докажите, что $KH : HA = \cos \angle BCA$.
 б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник AHC , если $AK = 9$, $\cos \angle BCA = 0,8$.

- 17 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-a)^2 + \frac{3}{4}(y+2a-4)^2 = 1 \\ y = |x-1| + |x+1| \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

- 18 В ряд выписаны 7 натуральных чисел. Известно, что каждое число делится хотя бы на одного из своих соседей.

- а) Может ли среди данных чисел быть ровно 6 различных?
 б) Могут ли все выписанные числа быть различными?
 в) Какое наибольшее количество различных простых чисел может быть среди выписанных?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с правильным номером задания.