

- 12** а) Решите уравнение $\sin 3x + \sin x = 2 \cos^2 x$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

- 13** В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 36^\circ$. Основание H высоты пирамиды, проведённой из вершины S , лежит на отрезке AB . Также известно, что $SB = SC$.

- а) Докажите, что $AC = HC$.
б) Найдите площадь грани SAB , если известно, что $\angle SAB = 45^\circ$, $AC = 4$.

- 14** Решите неравенство

$$\log_3(x^2 - 1) \cdot (\log_9(x - 1) + \log_9(x + 1)) \geq 2$$

- 15** 1 июня 2022-го года планируется взять кредит на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 15-го числа каждого месяца с 1 по 15 долг увеличивается на 1% по сравнению с долгом на 14-е число этого месяца;
- с 20 по 25 число каждого месяца с 1 по 15 нужно выплатить часть долга;
- долг на 1-е число каждого месяца со 2 по 16 должен быть на 34 тыс. меньше долга на 1-е число предыдущего месяца;
- последняя 16-я выплата совершается 10 числа 16-го месяца и должна покрыть остаток долга.

При расчётах оказалось, что переплата по кредиту равна сумме, которая должна быть выплачена последним платежом (10-го числа 16-го месяца). На какую сумму планируется взять кредит?

- 16** В трапеции $ABCD$ боковая сторона CD перпендикулярна основаниям AD и BC . В эту трапецию вписали окружность ω с центром I . Прямая AI пересекает продолжение отрезка BC в точке E .

- а) Докажите, что $AD = CE + CD$.
б) Найдите площадь трапеции $ABCD$, если дополнительно известно, что $AE = 10$, а $\angle BAD = 60^\circ$.

- 17** Найдите все значения a , при которых система

$$\begin{cases} (x - 2y - 4)(3x + 4y + a) = 0; \\ x^2 + y^2 - 6x - 4y = 12 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

- 18** К концу учебного года Егор получил 20 оценок по математике. Каждая оценка — натуральное число от 1 до 5. К его глубокому сожалению, средний балл оказался меньше трёх. Поэтому он договорился с учителем переписать несколько контрольных, за которые он получил «1», и исправил их на «3».

- а) Мог ли средний балл Егора увеличиться ровно на полтора?
б) Мог ли средний балл Егора стать равен 4?
в) Какой наибольший средний балл мог получить Егор после переписывания?

Ответы

№12

ОТВЕТ: а) $\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

б) $-\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{6}$

№13

ОТВЕТ: б) 8

№14

ОТВЕТ: $\left(1; \frac{\sqrt{10}}{3}\right] \cup [\sqrt{10}; +\infty)$

№15

ОТВЕТ: 558000 рублей

№16

ОТВЕТ: б) $\frac{75 + 50\sqrt{3}}{6}$

№17

ОТВЕТ: $\{-42; -32\}$

№18

ОТВЕТ:

а) Да

б) Нет

в) 3,95