

Задача 12

а) Решите уравнение

$$\sqrt{\cos 3x} \cdot \sqrt{\cos x} = 1$$

б) Найдите все его корни, лежащие на отрезке $[0; 2\pi]$.

Задача 13

Дана треугольная пирамида $SABC$, в основании которой лежит правильный треугольник ABC , а высота SM пирамиды падает в середину ребра BC . N – такая точка на ребре AC , что $AN : NC = 3 : 1$.

а) Докажите, что прямая AC перпендикулярна плоскости SMN .

б) Пусть K – середина ребра AC , $AB = 2$, а боковое ребро AS пирамиды наклонено под углом 60° к основанию. Найдите расстояние между прямыми BK и SN .

Задача 14

Решите неравенство

$$\frac{12 \cdot x^{\log_{0,5} x} - 129}{0,25^{\log_2^2 x} - 4} \leq 32$$

Задача 15

Рыжий Боб взял кредит на n лет под 10% годовых. Первые $\frac{n}{3}$ лет Боб вносит платежи так, чтобы долг каждый год уменьшался на 10 000 рублей, следующие $\frac{n}{3}$ лет – на 20 000 рублей, а последние $\frac{n}{3}$ лет – на 30 000 рублей. На какое наименьшее количество лет Бобу нужно взять кредит, чтобы переплата по кредиту составила не менее 378 000 рублей?

Задача 16

Окружность проходит через точки В и С выпуклого четырехугольника ABCD и касается его стороны AD в точке Р, причем стороны АВ и CD окружность пересекает в точках К и L соответственно. Известно, что $BC = PL$.

а) Докажите, что $PC = \sqrt{BP \cdot CD}$.

б) Найдите АК, если также известно, что $PK = BC = 6$, $PD = 8$, а радиус данной окружности равен 5.

Задача 17

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых линии $y = a|x - 2| + |a| - 2$ и $y = \frac{a}{2}$ ограничивают многоугольник, площадь которого не более 0,5.

Задача 18

В каждой клетке таблицы 3×3 написано натуральное число, причем все числа попарно различны. Рассмотрим шесть троек чисел: три тройки чисел, стоящих в одной строке, каждая взята слева направо или справа налево, и три тройки чисел, стоящих в одном столбце, каждая взята сверху вниз или снизу вверх.

Известно, что в каждой тройке числа образуют либо арифметическую, либо геометрическую прогрессию, причём имеется хотя бы одна тройка, образующая геометрическую прогрессию.

а) Могут ли все шесть троек образовывать геометрическую прогрессию?

б) Предположим, что тройки чисел в каждой из трёх строк образуют арифметическую прогрессию, а тройки в каждом из трёх столбцов – геометрическую. Докажите, что знаменатели геометрических прогрессий равны.

в) Может ли в данной таблице оказаться ровно одна тройка чисел, образующих геометрическую прогрессию?

* Приведите пример для двух троек чисел, образующих геометрические прогрессии.