

## Информатика. Системы счисления. 14 Задание ЕГЭ

**Системы счисления** (далее *СС*) – это совокупность правил записи чисел при помощи письменных знаков. Мы с вами пользуемся системой счисления с основанием 10, но существуют и многие другие.

**Основание системы счисления** – это количество различных знаков или символов, используемых для представления цифр в данной системе.

В информатике самыми распространенными являются двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная.

Для начала научимся переводить из десятичной *СС* в любую другую. Для этого рассмотрим пример перевода из десятичной в пятеричную числа 223.

Для того, чтобы это сделать, необходимо разделить нацело исходное число на основание той *СС*, в которую хотим перевести, а также запомнить остаток.

**Шаг 1**  $223 / 5 = 44$  (ост. 3)

После этого, полученное частное нужно снова поделить на основание *СС*. Так делим до тех пор, пока частное не станет равно 0.

**Шаг 2**  $44 / 5 = 8$  (ост. 4)

**Шаг 3**  $8 / 5 = 1$  (ост. 3)

**Шаг 3**  $1 / 5 = 0$  (ост. 1)

После этого необходимо собрать наше число. Для этого записываем остатки от деления, начиная с последнего:  $1343_5$  – число 223 в пятеричной системе счисления.

Теперь необходимо научиться переводить число из любой *СС* в десятичную.

Чтобы это сделать, нужно умножить значение каждой цифры на основание *СС* в степени, равной разряду этой цифры (*разряды начинаются с нулевого с правой стороны!*) и полученные значения сложить.

**Например:**  $135_6 = 1 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6^1 + 5 \cdot 6^0 = 59_{10}$

Рассмотрим еще такой пример: необходимо перевести  $2^3$  в двоичную *СС*.

$$2^3 = 8$$

Воспользуемся методом, которому уже научились:

$$8 / 2 = 4 \text{ (ост. 0)}$$

$$4 / 2 = 2 \text{ (ост. 0)}$$

$$2 / 2 = 1 \text{ (ост. 0)}$$

$$1 / 2 = 0 \text{ (ост. 1)}$$

Следовательно,  $2^3 = 1000_2$ . Заметим, что полученное число выглядит как единица и три нуля и двойка была в третьей степени. Действительно, запись числа  $N^q$  в СС с основанием  $N$  всегда будет иметь вид  $10...0_N$ , где количество нулей равно степени  $q$ .

$$a^N = \underbrace{10...0_a}_N$$

Пришло время разобраться как происходят арифметические операции в других СС. Да собственно так же как и в десятичной, только стоит помнить, что если в десятичной СС самой большой цифрой является 9 (потому что она имеет 10 символов для записи числа), то в других СС это будет самое большое из тех символов, которые можно использовать (например для четверичной это цифра 3).

А теперь на практике:  $1010_2 - 1_2 = 1001$

Из этого и из предыдущего вывода следует полезный факт:

$$a^N - 1 = \underbrace{(a - 1)(a - 1)...(a - 1)_a}_N$$

Для вашего удобства приведем еще одно полезное правило:

$$a^N - a^M = \underbrace{(a - 1)(a - 1)...(a - 1)_{N-M}}_{N-M} \underbrace{0...0_a}_M$$

### Перейдем к практике решения задач 14 из ЕГЭ

Существует два типа задач номер 14. В первом необходимо определить основание системы счисления. Во втором посчитать количество каких-нибудь элементов в записи числа в некоторой СС. Сейчас на примерах разберем как решать такие задачи.

Для начала решим задачу первого типа:

Укажите такое  $N$ , при котором равенство  $105_N = 150_9$  верно.

Решение:

Переведем обе части равенства в десятичную СС.

$$105_N = 1 \cdot N^2 + 0 \cdot N + 5$$

$$150_9 = 1 \cdot 9^2 + 5 \cdot 9 + 0 = 81 + 45 = 126$$

Приравняем обе части, ведь это все таки равенство:

$$N^2 + 5 = 126 \text{ Это совсем простое квадратное уравнение.}$$

$$N^2 = 121 \Rightarrow N = 11$$

Ответ: 11

Решим задачу второго типа:

Значение арифметического выражения:  $64^6 + 4^{12} - 16$  – записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?

Решение:

Приведем все к виду  $4^x$ :  $(4^3)^6 + 4^{12} - 4^2 = 4^{18} + 4^{12} - 4^2$ . После этого нужно расставить числа в порядке убывания степеней, в этом примере они уже так стоят.

$4^{18}$  в четверичной СС записывается как единица и 18 нулей. Прибавим к этому числу  $4^{12}$ , так как это число записывается как единица и 12 нулей, то в итоге мы получим число 10..010..0, где в первом пропуске 5 нулей, а во втором 12.

*Полезный факт для самопроверки: количество цифр всегда должно быть равно самой максимальной степени + 1, если при вычитании старший разряд не обратился в 0.*

Остается только вычесть  $4^2$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда. Если в десятичной системе счисления мы занимаем 10, то в четверичной – 4. После этого получится число вида: 10...03...300. Осталось определить, сколько же троек в этом числе, для этого обратимся к самой последней формуле из теории. Таким образом ответом будем 10.

Ответ: 10

## Задачи для самостоятельного решения

### Задача 1

Укажите сколько всего цифр 3 встречается в записи чисел 13, 17, 19, 23 четверичной системе счисления.

**Ответ**

3

**Решение**

Переведем все числа в четверичную СС:

$$13_{10} = 31_4$$

$$17_{10} = 101_4$$

$$19_{10} = 103_4$$

$$23_{10} = 113_4$$

Посчитаем количество цифр 3: их 3.

## Задача 2

Укажите сколько всего цифр 4 встречается в записи чисел 23, 24, 25, ..., 37 в семеричной системе счисления.

**Ответ**

9

**Решение**

Переведем числа 23 и 37 в семеричную СС:

$$23_{10} = 32_7$$

$$37_{10} = 52_7$$

Между ними располагаются числа  $33_7, 34_7, 35_7, 36_7, 40_7, 41_7, 42_7, 43_7, 44_7, 45_7, 46_7, 50_7, 51_7$

Посчитаем количество цифр 4: их 9.

### Задача 3

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 41, запись которых в системе счисления с основанием 6 начинается на 2?

#### Ответ

2, 12, 13, 14, 15, 16, 17

#### Решение

Сначала определим запись числа 41 в шестеричной системе счисления:  $41_{10} = 105_6$ . Выпишем числа, не большие 41, запись которых в шестеричной системе начинается на 2: 2, 20, 21, 22, 23, 24, 25.

Переведем их в десятичную систему счисления:  $2_6 = 2_{10}$ ,  $20_6 = 12_{10}$ ,  $21_6 = 13_{10}$ ,  $22_6 = 14_{10}$ ,  $23_6 = 15_{10}$ ,  $24_6 = 16_{10}$ ,  $25_6 = 17_{10}$ .

#### Задача 4

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 18, запись которых в системе счисления с основанием 4 начинается на 3?

#### Ответ

3, 12, 13, 14, 15

#### Решение

Сначала определим запись числа 18 в четверичной системе счисления:  $18_{10} = 102_4$ . Выпишем числа, не большие 18, запись которых в четверичной системе начинается на 3: 3, 30, 31, 32, 33.

Переведем их в десятичную систему счисления:  $3_4 = 3_{10}$ ,  $30_4 = 12_{10}$ ,  $31_4 = 13_{10}$ ,  $32_4 = 14_{10}$ ,  $33_4 = 15_{10}$ .

### Задача 5

Укажите все через запятую все системы счисления, в которых запись десятичного числа 26 трехзначная.

#### Ответ

3, 4, 5

#### Решение

Так как запись должна быть трехзначная, то это значит что квадрат основания системы счисления должен быть меньше или равен числу, а куб строго больше.

Под эти условия подходят троичная, четверичная и пятеричная СС.

$$3^2 = 9 \leq 26 < 27 = 3^3$$

$$4^2 = 16 \leq 26 < 64 = 4^3$$

$$5^2 = 25 \leq 26 < 125 = 5^3$$

Переведем 26 в эти системы счисления, чтобы проверить.

$$26_{10} = 222_3$$

$$26_{10} = 122_4$$

$$26_{10} = 101_5$$

### Задача 6

Решите уравнение:  $234_x = 163_7$

**Ответ**

6

**Решение**

Переведем обе части равенства в десятичную СС.

$$234_x = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4$$

$$163_7 = 1 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7 + 3 = 49 + 42 + 3 = 94$$

Приравняем обе части, ведь это все таки равенство:

$$2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4 = 94 \text{ Это совсем простое квадратное уравнение.}$$

$$2 \cdot x^2 + 3 \cdot x = 90 \Rightarrow x = 6$$

### Задача 7

Решите уравнение:  $414_x = 1231_4$

**Ответ**

5

**Решение**

Переведем обе части равенства в десятичную СС.

$$414_x = 4 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 4$$

$$1231_4 = 1 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 1 = 64 + 32 + 12 + 1 = 109$$

Приравняем обе части, ведь это все таки равенство:

$$4 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 4 = 109 \text{ Это совсем простое квадратное уравнение.}$$

$$4 \cdot x^2 + 1 \cdot x = 105 \Rightarrow x = 5$$

### Задача 8

Решите уравнение:  $217_x = 454_6$

**Ответ**

9

**Решение**

Переведем обе части равенства в десятичную СС.

$$217_x = 2 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 7$$

$$454_6 = 4 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 4 = 144 + 60 + 4 = 178$$

Приравняем обе части, ведь это все таки равенство:

$$2 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 7 = 178 \text{ Это совсем простое квадратное уравнение.}$$

$$2 \cdot x^2 + 1 \cdot x = 171 \Rightarrow x = 9$$

### Задача 9

Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 4 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

#### Ответ

20

#### Решение

Если запись числа в системе счисления с основанием  $N$  заканчивается на 0, то это число делится на  $N$  нацело, поэтому в данной задаче требуется найти наименьшее натуральное число, которое делится одновременно на 4 и на 5, то есть это число 20.

### Задача 10

Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 7 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

#### Ответ

21

#### Решение

Если запись числа в системе счисления с основанием  $N$  заканчивается на 0, то это число делится на  $N$  нацело, поэтому в данной задаче требуется найти наименьшее натуральное число, которое делится одновременно на 3 и на 7, то есть это число 21.

### Задача 11

Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 4 и 8 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

**Ответ**

8

**Решение**

Если запись числа в системе счисления с основанием  $N$  заканчивается на 0, то это число делится на  $N$  нацело, поэтому в данной задаче требуется найти наименьшее натуральное число, которое делится одновременно на 4 и на 8, то есть это число 8.

## Задача 12

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 43 двузначна.

**Ответ**

7

**Решение**

Так как число по условию двухзначное, то достаточно найти первое целое число, квадрат которого больше 43; это – 7, так как:

$$6^2 = 36 < 43 < 49 = 7^2$$

Следовательно, в системе счисления с основанием 6 запись числа 43 будет трёхзначной, а в 7-ой системе счисления – двузначной.

### Задача 13

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 37 трёхзначная.

**Ответ**

4

**Решение**

Так как число по условию трехзначное, то достаточно найти первое целое число, куб которого больше 37; это – 4, так как:

$$3^3 = 27 < 37 < 64 = 4^3$$

Следовательно, в системе счисления с основанием 3 запись числа 37 будет четырёхзначная, а в 4-ой системе счисления – трехзначной.

### Задача 14

Значение арифметического выражения:  $49^{14} + 7^{11} - 7^5$  – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 0 содержится в этой записи?

**Ответ**

22

**Решение**

Приведем все к виду  $7^x$ :  $(7^2)^{14} + 7^{11} - 7^5 = 7^{28} + 7^{11} - 7^5$ . После этого нужно расставить числа в порядке убывания степеней.

$7^{28}$  в семеричной СС записывается как единица и 28 нулей. Прибавим к этому числу  $7^{11}$ , так как это число записывается как единица и 11 нулей, то в итоге мы получим число  $1\underbrace{0..0}_{16}1\underbrace{0..0}_{11}$ , где в первом пропуске 16 нулей, а во втором 11.

Вычтем  $7^5$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда. После этого получается число вида:  $10\underbrace{...06}_{17}...600000$ . Считаем количество нулей: в первом пропуске их 17 и еще в конце 5.

### Задача 15

Значение арифметического выражения:  $16^{12} + 8^{11} - 4^9 - 2^3$  – записали в системе счисления с основанием 2. Сколько цифр 0 содержится в этой записи?

**Ответ**

19

**Решение**

Приведем все к виду  $2^x$ :  $(2^4)^{12} + (2^3)^{11} - (2^2)^9 - 2^3 = 2^{48} + 2^{33} - 2^{18} - 2^3$ .

После этого нужно расставить числа в порядке убывания степеней.

$2^{48}$  в двоичной СС записывается как единица и 48 нулей. Прибавим к этому числу  $2^{33}$ , так как это число записывается как единица и 33 нуля, то в итоге мы получим число  $\underbrace{10\dots0}_{14} 1 \underbrace{0\dots0}_{33}$ , где в первом пропуске 14 нулей, а во втором 33.

Вычтем  $2^{18}$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда.

После этого получается число вида:  $\underbrace{10\dots0}_{15} \underbrace{1\dots1}_{15} \underbrace{0\dots0}_{18}$ .

Вычтем  $2^3$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда.

После этого получается число вида:  $1 \underbrace{0\dots0}_{15} \underbrace{1\dots1}_{14} 0 \underbrace{1\dots1}_{15} 000$ .

Считаем количество нулей: в первом пропуске их 15 и еще в середине 1 и в конце 3.

### Задача 16

Значение арифметического выражения:  $27^9 - 2 \cdot 9^5 - 3^3$  – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр 2 содержится в этой записи?

**Ответ**

23

**Решение**

Приведем все к виду  $3^x$ :  $(3^3)^9 - 2 \cdot (3^2)^5 - 3^3 = 3^{27} - 2 \cdot 3^{10} - 3^3$ . После этого нужно расставить числа в порядке убывания степеней.

$3^{27}$  в троичной СС записывается как единица и 27 нулей.

Вычтем  $2 \cdot 3^{10}$ , так как это число записывается как двойка и 10 нулей, то в итоге мы получим число 2..210..0, где в первом пропуске 16 двоек, а во втором 10 нулей.

Вычтем  $3^3$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда. После этого получается число вида: 2...202...2000. Считаем количество двоек: в первом пропуске их 16, а во втором 7.

### Задача 17

Значение арифметического выражения:  $81^{28} + 6 \cdot 9^{17} - 9^9$  – записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 8 содержится в этой записи?

**Ответ**

8

**Решение**

Приведем все к виду  $9^x$ :  $(9^2)^{28} + 6 \cdot 9^{17} - 9^9 = 9^{56} + 6 \cdot 9^{17} - 9^9$ . После этого нужно расставить числа в порядке убывания степеней.

$9^{56}$  в девятеричной СС записывается как единица и 56 нулей. Прибавим к этому числу  $6 \cdot 9^{17}$ , так как это число записывается как шестерка и 17 нулей, то в итоге мы получим число 10..060..0, где в первом пропуске 38 нулей, а во втором 17.

Вычтем  $9^9$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда. После этого получается число вида: 10...058...80...0. Считаем количество восьмерок: их  $17 - 9 = 8$ .

### Задача 18

Значение арифметического выражения:  $125^{21} - 4 \cdot 25^{17} - 2 \cdot 5^{15} - 3 \cdot 5^5$  – записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?

**Ответ**

55

**Решение**

Приведем все к виду  $5^x$ :  $(5^3)^{21} - 4 \cdot (5^2)^{17} - 2 \cdot 5^{15} - 3 \cdot 5^5 = 5^{63} - 4 \cdot 5^{34} - 2 \cdot 5^{15} - 3 \cdot 5^5$ .

После этого нужно расставить числа в порядке убывания степеней.

$5^{63}$  в пятеричной СС записывается как единица и 63 нуля.

Вычтем  $4 \cdot 5^{34}$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда.

После этого получается число вида:  $4...410...0$ , где в первом пропуске 28 четверок, а во втором 34 нуля.

Вычтем  $2 \cdot 5^{15}$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда. После этого получается число вида:  $4...404...430...0$ , где в первом пропуске 28 четверок, во втором 18 четверок, а в третьем 15 нулей.

Вычтем  $3 \cdot 5^5$ , для этого мы занимаем у самого маленького не нулевого разряда. После этого получается число вида:  $4...404...424...4200000$ .

Считаем количество четверок: в первом пропуске их 28, во втором 18 четверок, а в третьем 9. Всего 55.

### Задача 19

Дано арифметическое выражение:  $6^{23} + 6^x - 6^3$ . Найдите такой  $x$  ( $3 < x < 23$ ), чтобы количество нулей, в записи числа в системе счисления с основанием 6, равнялось 8.

**Ответ**

18

**Решение**

При выполнении сложения  $6^{23} + 6^x$  число в шестеричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $23 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $6^3$ , так как это число записывается как единица и 3 нуля, то в итоге мы получим число  $10...05...5000$ , где в первом пропуске  $23 - x$  нулей.

Так как всего нулей в числе должно быть 8, а 3 уже есть в конце, то получаем, что  $23 - x = 8 - 3 \implies x = 18$

### Задача 20

Дано арифметическое выражение:  $9^{30} + 9^x - 9^6$ . Найдите такой  $x$  ( $6 < x < 30$ ), чтобы количество нулей, в записи числа в системе счисления с основанием 9, равнялось 12.

**Ответ**

24

**Решение**

При выполнении сложения  $9^{30} + 9^x$  число в девятеричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $30 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $9^6$ , так как это число записывается как единица и 6 нулей, то в итоге мы получим число  $10...08...8000000$ , где в первом пропуске  $30 - x$  нулей.

Так как всего нулей в числе должно быть 12, а 6 уже есть в конце, то получаем, что  $30 - x = 12 - 6 \implies x = 24$

### Задача 21

Дано арифметическое выражение:  $8^{42} + 8^x - 8^8$ . Найдите такой  $x$  ( $8 < x < 43$ ), чтобы количество семерок, в записи числа в системе счисления с основанием 8, равнялось 17.

**Ответ**

25

**Решение**

При выполнении сложения  $8^{42} + 8^x$  число в восьмеричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $42 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $8^8$ , так как это число записывается как единица и 8 нулей, то в итоге мы получим число  $10...07...7000$ , где во втором пропуске  $x - 8$  семерок. Так как всего семерок в числе должно быть 17, то получаем, что  $x - 8 = 17 \implies x = 25$

## Задача 22

Дано арифметическое выражение:  $9^{58} + 9^x - 9^{16}$ . Найдите такой  $x$  ( $16 < x < 58$ ), чтобы количество нулей, в записи числа в системе счисления с основанием 9, равнялось 29.

**Ответ**

45

**Решение**

При выполнении сложения  $9^{58} + 9^x$  число в девятеричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $58 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $9^{16}$ , так как это число записывается как единица и 16 нулей, то в итоге мы получим число  $10...08...90...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $58 - x$ , а во втором 16. Так как всего нулей в числе должно быть 29, то получаем, что  $58 - x + 16 = 29 \implies x = 45$

### Задача 23

Дано арифметическое выражение:  $3^{36} + 3^x - 3^9$ . Найдите такой  $x$  ( $9 < x < 36$ ), чтобы количество двоек, в записи числа в системе счисления с основанием 3, равнялось количеству нулей.

**Ответ**

27

**Решение**

При выполнении сложения  $3^{36} + 3^x$  число в троичной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $36 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $3^9$ , так как это число записывается как единица и 9 нулей, то в итоге мы получим число  $10...02...20...0$ , где в первом пропуске  $36 - x$  нулей, втором пропуске  $x - 9$  двоек, в третьем 9 нулей. Следовательно,  $36 - x + 9 = x - 9 \implies x = 27$

### Задача 24

Дано арифметическое выражение:  $5^{44} + 5^x - 5^{11}$ . Найдите такой  $x$  ( $11 < x < 44$ ), чтобы количество четверок, в записи числа в системе счисления с основанием 5, равнялось количеству нулей.

**Ответ**

33

**Решение**

При выполнении сложения  $5^{44} + 5^x$  число в пятиричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $44 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $5^{11}$ , так как это число записывается как единица и 11 нулей, то в итоге мы получим число  $10...04...40...0$ , где в первом пропуске  $44 - x$  нулей, втором пропуске  $x - 11$  четверок, в третьем 11 нулей. Следовательно,  $44 - x + 11 = x - 11 \implies x = 33$

### Задача 25

Дано арифметическое выражение:  $7^{28} + 7^x - 7^8$ . Найдите такой  $x$  ( $8 < x < 28$ ), чтобы количество шестерок, в записи числа в системе счисления с основанием 7, равнялось количеству нулей.

**Ответ**

22

**Решение**

При выполнении сложения  $7^{28} + 7^x$  число в семеричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $28 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $7^8$ , так как это число записывается как единица и 8 нулей, то в итоге мы получим число  $10...06...60...0$ , где в первом пропуске  $28 - x$  нулей, втором пропуске  $x - 8$  шестёрок, в третьем 8 нулей. Следовательно,  $28 - x + 8 = x - 8 \implies x = 22$

### Задача 26

Дано арифметическое выражение:  $4^{2021} + 4^x - 3 \cdot 4^{523}$ . Найдите такой  $x$  ( $523 < x < 2020$ ), чтобы количество троек, в записи числа в системе счисления с основанием 4, равнялось количеству нулей.

**Ответ**

1534

**Решение**

При выполнении сложения  $4^{2021} + 4^x$  число в четверичной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $2021 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $3 \cdot 4^{523}$ , так как это число записывается как тройка и 523 нуля, то в итоге мы получим число  $10...03...310...0$ , где в первом пропуске  $2021 - x$  нулей, втором пропуске  $x - 523 - 1$  троек, в третьем 523 нуля. Следовательно,  $2021 - x + 523 = x - 523 - 1 \implies x = 1534$

### Задача 27

Дано арифметическое выражение:  $12^{21} + 12^x - 12^4$ . Найдите такой  $x$  ( $4 < x < 21$ ), чтобы количество чисел  $B$ , в записи числа в системе счисления с основанием 12, было в два раза больше количества нулей.

**Ответ**

18

**Решение**

При выполнении сложения  $12^{21} + 12^x$  число в двенадцатеричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $21 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $12^4$ , так как это число записывается как единица и 4 нуля, то в итоге мы получим число  $10...0B...B0000$ , где в первом пропуске  $21 - x$  нулей, а во втором пропуске  $x - 4$  чисел  $B$  и в конце еще четыре нуля. Следовательно,  $x - 4 = 2(21 - x + 4) \Rightarrow x = 18$

### Задача 28

Дано арифметическое выражение:  $15^{54} + 15^x - 15^{18}$ . Найдите такой  $x$  ( $18 < x < 54$ ), чтобы количество чисел  $E$ , в записи числа в системе счисления с основанием 15, было в два раза меньше количества нулей.

**Ответ**

36

**Решение**

При выполнении сложения  $15^{54} + 15^x$  число в пятнадцатичной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $54 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $15^{18}$ , так как это число записывается как единица и 18 нулей, то в итоге мы получим число  $10...0E...E0...0$ , где в первом пропуске  $54 - x$  нулей, а во втором пропуске  $x - 18$  чисел  $E$  и в конце еще 18 нулей. Следовательно,  $2(x - 18) = 54 - x + 18 \implies x = 36$

### Задача 29

Дано арифметическое выражение:  $13^{40} + 13^x - 13^{15}$ . Найдите такой  $x$  ( $15 < x < 40$ ), чтобы количество чисел  $C$ , в записи числа в системе счисления с основанием 13, было в три раза меньше количества нулей.

**Ответ**

25

**Решение**

При выполнении сложения  $13^{40} + 13^x$  число в тринадцатеричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $40 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $13^{15}$ , так как это число записывается как единица и 15 нулей, то в итоге мы получим число  $10...0C...C0...0$ , где в первом пропуске  $40 - x$  нулей, а во втором пропуске  $x - 15$  чисел  $C$  и в конце еще 15 нулей. Следовательно,  $3(x - 15) = 40 - x + 15 \implies x = 25$

### Задача 30

Дано арифметическое выражение:  $14^{64} + 14^x - 14^7$ . Найдите такой  $x$  ( $7 < x < 64$ ), чтобы количество чисел  $D$ , в записи числа в системе счисления с основанием 14, было в три раза больше количества нулей.

**Ответ**

55

**Решение**

При выполнении сложения  $14^{64} + 14^x$  число в 14-ричной СС будет выглядеть как  $10...010...0$ , где в первом пропуске количество нулей равно  $64 - x - 1$ , а во втором  $x$ .

Вычтем  $14^7$ , так как это число записывается как единица и 7 нулей, то в итоге мы получим число  $10...0D...D0...0$ , где в первом пропуске  $64 - x$  нулей, а во втором пропуске  $x - 7$  чисел  $D$  и в конце еще семь нулей. Следовательно,  $x - 7 = 3(64 - x + 7) \Rightarrow x = 55$