

№12

- а) Решите уравнение $\sin x \cdot 3^{\sin x} + 1 = 3^{\sin x} + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
- б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

№13

Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основанием AD и точки P и Q , не лежащие в плоскости (ABC) , такие, что четырехугольник $APQD$ является равнобедренной трапецией.

- а) Докажите, что $\angle BAP = \angle CDQ$.
- б) Найдите расстояние от точки B до плоскости ADQ , если косинус угла между плоскостями (ADQ) и (ADC) равен $\frac{4}{5}$, а высота трапеции $ABCD$ равна 12.

№14

Решите неравенство

$$\frac{\lg(2-x) + 1}{\lg^2(x-2)^2 - 2\lg(2-x)^3} + 1 \geq 0$$

№15

15 января Антон взял в кредит некоторую сумму на n лет. Условия его возврата таковы:

- в первый год долг возрастает на 1%, а в каждый следующий процентная ставка по кредиту увеличивается в два раза по сравнению в предыдущим годом;
- проценты на остаток долга начисляются 15-го июня каждого года;
- с 15-го июля по 15-е декабря каждого года необходимо выплатить часть долга;
- после выплаты части долга, он должен быть в два раза меньше, чем величина долга на 15-е января предыдущего года;
- 15-го декабря последнего года кредит должен быть погашен.

На какое наибольшее количество лет Антон может взять кредит, если он готов переплатить банку не больше 20% от взятой в кредит суммы?

№16

Дана трапеция $ABCD$. Биссектриса ее угла B пересекает сторону CD в точке R , а продолжение стороны AD за точку D — в точке P . Оказалось, что AR — биссектриса угла BAD , и высота трапеции BT пересекает ее в точке H .

- а) Докажите, что $PH \perp AB$.
- б) Известно, что $\sin \angle RBT = \frac{2}{3}$, $AB = 10$. Найдите длину отрезка RT .

№17

При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \log_2(2-x) \cdot (y^2 - yx^2 - xy + x^3 - 2y + 2x^2) = 0 \\ y = ax + 2a \end{cases}$$

имеет ровно 3 решения?

№18

На доску выписаны четыре последовательных двузначных числа, не кратных десяти. Цифры каждого из них поменяли местами, а полученные четыре числа также выписали на доску.

- а) Может ли сумма всех восьми чисел равняться 506?
- б) Может ли сумма всех восьми чисел равняться 538?
- в) Какое наибольшее значение может принимать сумма всех восьми чисел, если в записи начальных чисел не было цифр 8 и 9?

Ответы

12. а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$; πn , $n \in \mathbb{Z}$

б) 0 ; $\frac{\pi}{2}$

13. б) $7, 2$

14. $(-\infty; 2 - 10\sqrt{10}) \cup [-8; 2 - \sqrt[4]{10}] \cup (1; 2)$

15. 20

16. б) $\frac{20}{3}$

17. $\{-8\} \cup \{0\} \cup \left\{\frac{1}{3}\right\} \cup (1; +\infty)$

18. а) Да

б) Нет

в) 550