ОБОСНОВАНИЕ В 30 НОМЕРЕ ЕГЭ ПО ФИЗИКЕ 2023

Составитель подборки — Кондрашкин Артем Витальевич

Используемые материалы:

- ЕГЭ 2023 Сборник 30 Вариантов по физике под редакцией М.Ю.Демидовой.
- Демоверсия ЕГЭ по физике 2023.
- ФИПИ, М.Ю. Демидова: Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2022 года по физике.

ОСОНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

1. Инерциальная система отсчета (ИСО)

Инерциальная система отсчета (ИСО) — система отсчета, в которой тела либо движутся прямолинейно и равномерно, либо покоятся, когда векторная сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю. Критерием ИСО является первый закон Ньютона. Во всех инерциальных системах отсчета ***процессы механики протекают одинаково***.

Первый закон Ньютона: *существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальные точки, когда на них не действуют никакие силы (или действуют силы взаимно уравновешенные), находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.*

Как правило, для задач часто рассматривают систему отсчета, ***связанную с поверхностью Земли***, как инерциальную. Если СО (тело) движется прямолинейно и равномерно или покоится относительно Земли (у тела нет ускорения относительно Земли), то эту СО (тело) можно считать ИСО.

Многие законы механики справедливы только в инерциальных системах отсчета.

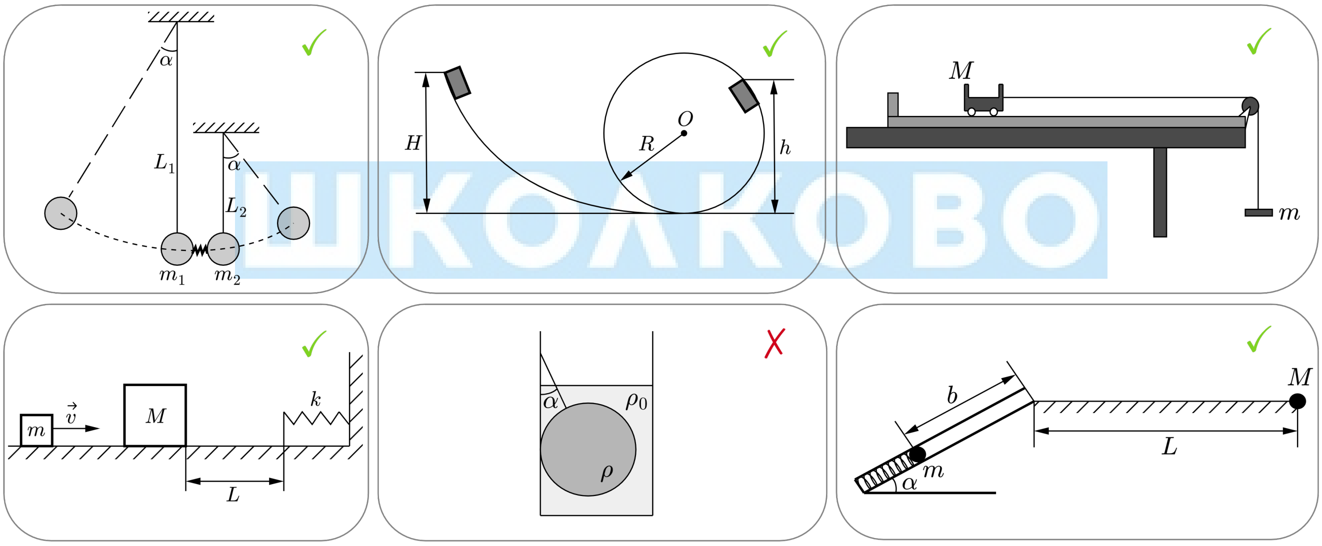
2. Материальная точка

Материальной точкой называется тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь. В отличие от геометрической точки, материальная точка может обладать массой, электрическим зарядом и другими физическими характеристиками.

Как правило, модель материальной точки можно применить в двух ситуациях:

1. Тело движется поступательно. В этом случае все точки тела движутся одинаково, поэтому для описания поступательного движения тела достаточно описать движение одной его точки.

2. Размеры тела малы по сравнению с расстояниями до других тел.

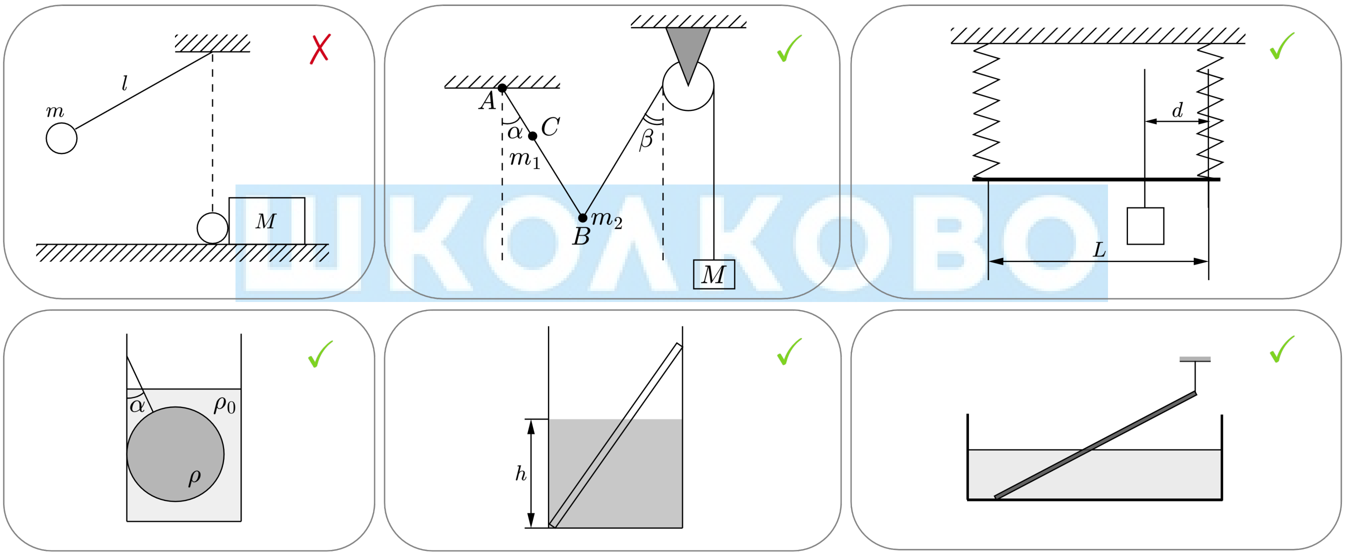


3. Абсолютно твердое тело

Часто, если тело не способно к значительному изменению своих линейных размеров и форм под действием внешних сил при заданных условиях, для описания физических процессов и явлений используют модель ***абсолютно твердого тела***.

Абсолютно твердое тело — физическая модель тела, расстояние между любыми двумя точками которого не изменяется с течением времени.

Различают два вида движения твердого тела: поступательное и вращательное. Часто твердое тело совершает ***сложное движение***, то есть комбинацию поступательного и вращательного движений.



ОБОСНОВАНИЕ ЗАКОНОВ И ПРИМЕРЫ

1. Второй закон Ньютона

Формулировка: в инерциальной системе отсчёта ускорение, которое получает материальная точка с постоянной массой, прямо пропорционально равнодействующей всех приложенных к ней сил и обратно пропорционально её массе.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}}$$

Обоснование применимости:

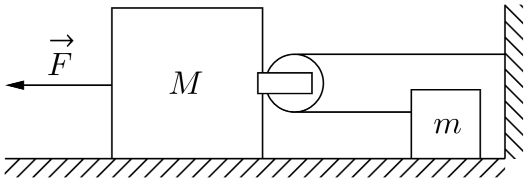
1. Система отсчета инерциальная (ИСО).
2. Тело описывается моделью материальной точки.

Клише для обоснования:

1. Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Тело движется поступательно, поэтому описываем его моделью материальной точки независимо от его размера.
3. Из пп. 1 и 2 следует, что движение тела в ИСО описывается вторым законом Ньютона.

ПРИМЕР №1: Второй закон Ньютона

К бруску массой $M = 2$ кг прикреплён лёгкий блок (см. рисунок), через него переброшена лёгкая нерастяжимая нить, один конец которой привязан к стене, а к другому прикреплено тело массой $m = 0,75$ кг. На брусок действует сила $F = 10$ Н. Определите ускорение тела. Свободные куски нити горизонтальны и лежат в одной вертикальной плоскости, тела двигаются вдоль одной прямой. Массой блока и нити, а также трением пренебречь. Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применимость к данному случаю



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Брусок и тело движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки независимо от их размеров.

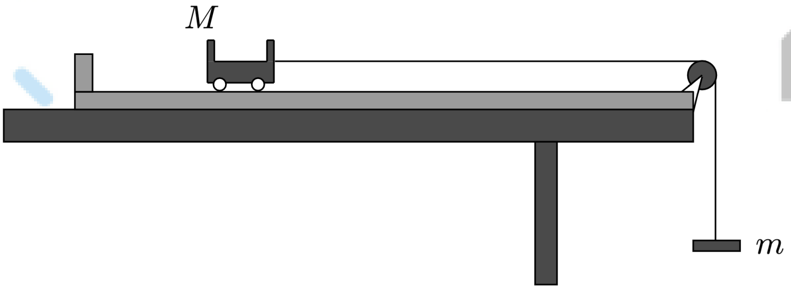
3. Из пп. 1 и 2 следует, что движение бруска и тела в ИСО описывается вторым законом Ньютона.

4. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

5. Нить нерастяжима, поэтому модули ускорений подвижного блока и тела m при их прямолинейном поступательном движении отличаются в 2 раза.

ПРИМЕР №2: Второй закон Ньютона

В установке, изображённой на рисунке, масса грузика m подобрана так, что первоначально покоящаяся тележка после толчка вправо движется равномерно по поверхности трибометра. С каким ускорением будет двигаться тележка, если её толкнуть влево? Масса грузика m в 9 раз меньше массы тележки M. Блок идеален. Нить невесома и нерастяжима. Силу сопротивления движению тележки считать постоянной и одинаковой в обоих случаях. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Тележка M и грузик m движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки независимо от их размеров.

3. Из п.п. 1 и 2 следует, что движение тележки и грузика в ИСО описывается вторым законом Ньютона.

4. Нить нерастяжима, поэтому модули ускорений тележки и грузика при их прямолинейном поступательном движении одинаковы.

5. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

2. Третий закон Ньютона

Формулировка: Два тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению. Эти силы имеют одну и ту же физическую природу и направлены вдоль прямой, соединяющей их точки приложения.

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \qquad \boxed{|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|}$$

Клише для обоснования других явлений с помощью 3-го з-на Ньютона:

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Кубик m имеет малые размеры по сравнению с радиусом «мёртвой петли», поэтому описываем кубик моделью материальной точки.

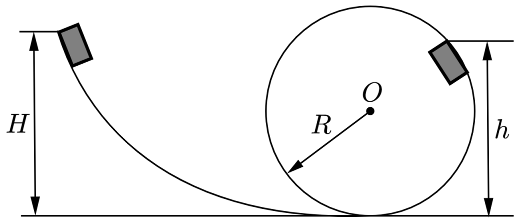
...

5. Искомая сила давления $\vec{F}$ кубика на стенку «мёртвой петли» связана с силой нормальной реакции опоры $\vec{N}$ третьим законом Ньютона: $\vec{F} = -\vec{N}$.

В отличие от второго закона Ньютона, применимость которого необходимо обосновать, третий закон Ньютона используется как инструмент для обоснования других явлений.

ПРИМЕР №1: Третий закон Ньютона

Небольшой кубик массой $m = 1,5$ кг начинает скользить с нулевой начальной скоростью по гладкой горке, переходящей в «мёртвую петлю» радиусом $R = 1,5$ м (см. рисунок). С какой высоты H был отпущен кубик, если на высоте $h = 2$ м от нижней точки петли сила давления кубика на стенку петли $F = 4$ Н? Сделайте рисунок с указанием сил, поясняющий решение.



Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Кубик m имеет малые размеры по сравнению с радиусом «мёртвой петли», поэтому описываем кубик моделью материальной точки.

3. В ИСО изменение механической энергии тела равно работе всех приложенных к телу непотенциальных сил. При движении кубика по горке и «мёртвой петле» на кубик действуют потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры $\vec{N}$, перпендикулярная траектории кубика в каждой её точке (трения нет, так как поверхность гладкая). Поэтому работа силы $\vec{N}$ при движении кубика по горке и «мёртвой петле» равна нулю. Следовательно, механическая энергия кубика при его движении сохраняется.

4. Из пп. 1 и 2 следует, что расчёт силы давления $\vec{N}$ стенки «мёртвой петли» на кубик опирается на второй закон Ньютона.

5. Искомая сила давления $\vec{F}$ кубики на стенку «мёртвой петли» связана с силой $\vec{N}$ третьим законом Ньютона: $\vec{F} = -\vec{N}$.

3. Закон всемирного тяготения

Формулировка: две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной массе каждой из них и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

$$\boxed{F_{\text{гр}} = G\frac{Mm}{R^2}}$$

Закон всемирного тяготения, будучи справедливым для материальных точек, перестает быть верным, если размерами тел пренебречь нельзя. Имеются, однако, ***два важных исключения***.

1. Закон справедлив, если тела являются однородными шарами. Тогда R — расстояние между их центрами. Сила притяжения направлена вдоль прямой, соединяющей центры шаров.

2. Закон справедлив, если одно из тел — однородный шар, а другое — материальная точка, находящаяся вне шара. Тогда R — расстояние от точки до центра шара. Сила притяжения направлена вдоль прямой, соединяющей точку с центром шара.

Второй случай особенно важен, так как позволяет применять формулу для силы притяжения тела (например, искусственного спутника) к планете.

Обоснование применимости:
Тело описывается моделью материальной точки ИЛИ присутствует одно из двух исключений, написанные выше.

Клише для обоснования:
1. Тела имеют малые размеры по сравнению с расстоянием между ними, поэтому описываем их моделью материальной точки. Для материальных точек справедлив закон всемирного тяготения.
2. Поскольку тела являются однородными шарами, справедлив закон всемирного тяготения. Сила притяжения направлена вдоль прямой, соединяющей центры шаров.

3. Поскольку одно из тел — однородный шар, а другое — материальная точка, находящаяся вне шара, справедлив закон всемирного тяготения. Сила притяжения направлена вдоль прямой, соединяющей точку с центром шара.

4. Сила сухого трения

Обоснование применимости:
При прочтении условия задачи следует обращать внимание на слова-маркеры. Если в условии сказано, что поверхность ***гладкая***, то действием силы трения можно пренебречь. Если в условии сказано, что поверхность ***шероховатая***, то действует сила трения.

Клише для обоснования:
1. Так как по условию задачи поверхность гладкая, то трения нет, и/поэтому/

или

2. Так как по условию задачи поверхность шероховатая, то действует сила трения.

5. Сила трения скольжения

$$\boxed{F_{\text{тр}} = \mu N}$$

Обоснование применимости: так как тело движется относительно шероховатой поверхности, то действует сила трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu N$.

6. Сила трения покоя

$$\boxed{F_{\text{тр}} \leq \mu N}$$

Обоснование применимости: так как тело покоится относительно шероховатой поверхности, то действует сила трения покоя, подчиняющаяся неравенству $F_{\text{тр}} \leq \mu N$.

ПРИМЕР №1: Сила сухого трения

По гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, скользит из состояния покоя брусок массой $M = 250$ г. В тот момент, когда брусок прошёл по наклонной плоскости расстояние $x = 3,6$ м, в него попала и застряла в нём летящая навстречу ему вдоль наклонной плоскости пуля массой m. Скорость пули $v = 555$ м/с. После попадания пули брусок поднялся вверх вдоль наклонной плоскости на расстояние $S = 2,5$ м от места удара. Найдите массу пули m. Трение бруска о плоскость не учитывать. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

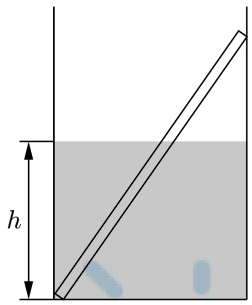
Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной (ИСО).

2. В ИСО изменение механической энергии тела равно работе всех приложенных к телу непотенциальных сил. При движении бруска вниз и вверх по наклонной плоскости на него действуют потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры $\vec{N}$, перпендикулярная перемещению бруска ***(трения нет, так как поверхность гладкая).*** Поэтому работа силы $\vec{N}$ при движении бруска по наклонной плоскости равна нулю. Следовательно, механическая энергия бруска при его движении до удара сохраняется. Аналогично сохраняется механическая энергия бруска и при его движении после удара.

3. Закон сохранения импульса выполняется в ИСО в проекциях на выбранную ось, если сумма внешних на эту ось равна нулю. В данном случае выбранную ось направим параллельно движению бруска. Проекции на эту наклонную ось сил тяжести, действующих на брусок и на пулю, не равны нулю. Но надо учесть, что при столкновении бруска и пули импульс каждого из двух тел меняется на конечную величину, тока как время столкновения мало. Следовательно, на каждое из двух тел в это время действовала огромная сила (это силы взаимодействия бруска и пули), по сравнению с которой сила тяжести ничтожна. Поэтому при столкновении тел силы тяжести не учитываем. Вследствие этого при описании столкновения бруска с пулей соблюдается закон сохранения импульса для системы тел «брусок+пуля».

ПРИМЕР №2: Сила сухого трения



В гладкий высокий стакан радиусом 4 см поставили однородную тонкую палочку длиной 10 см и массой 0,9 г, после чего в стакан налили до высоты $h = 4$ см жидкость, плотность которой составляет 0,75 плотности материала палочки. Найдите модуль силы $\vec{F}$, с которой верхний конец палочки давит на стенку стакана. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на палочку. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

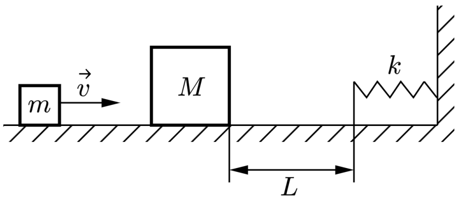
2. Описываем палочку моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаются неизменным).

3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два: одно для поступательного движения, другое – для вращательного движения.

4. Сумма приложенных к твёрдому телу внешних сил равна нулю (условие равновесия твёрдого тела относительно поступательного движения). Поэтому сумма моментов этих сил относительно любых двух параллельных осей одна и та же. Для удобства выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через нижний конец палочки (точку A).

5. ***Стенки сосуда гладкие (трения нет)***, поэтому в точке B на палочку со стороны сосуда действует сила $\vec{N}$, перпендикулярная стенке.

ПРИМЕР №3: Сила сухого трения



Небольшой брусок массой $m = 100$ г, скользящий по ***гладкой*** горизонтальной поверхности, абсолютно неупруго сталкивается с неподвижным телом массой $M = 3m$. При дальнейшем поступательном движении тела налетают на недеформированную пружину, одним концом прикреплённую к стене (см. рисунок). С какой скоростью v двигался брусок до столкновения, если после абсолютно неупругого удара бруски вернутся в точку столкновения спустя время $t = 1,7$ с? Жёсткость пружины $k = 40$ Н/м, а расстояние от точки столкновения до пружины $L = 25$ см. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

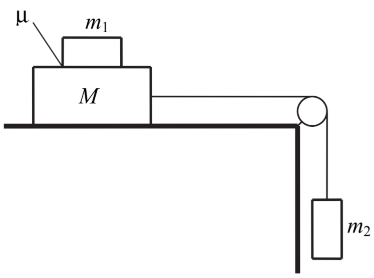
Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Брусок m и тело M движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки как до, так и после столкновения независимо от их размеров.
3. По условию трение отсутствует, и поэтому все внешние силы (силы тяжести и силы реакции опоры), действующие на тела m и M, направлены вертикально и уравновешивают друг друга отдельно для каждого тела. Следовательно, в ИСО сохраняется импульс системы «брусок m и тело M» при их столкновении.
4. Когда брусок m и тело M движутся, касаясь пружины, механическая энергия системы тел «брусок m и тело M + пружина» равна

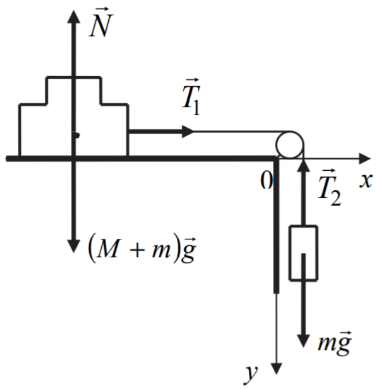
$$E_{\text{мех}} = \frac{(m+M)v^2}{2} + \frac{kx^2}{2}.$$

Изменение механической энергии системы тел в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телам системы. В данной задаче единственной такой силой является сила реакции опоры, действующая на брусок m + тело M со стороны стола. ***Но из-за отсутствия трения*** эта сила вертикальна, а составное тело $(m+M)$ движется горизонтально, поэтому работа силы реакции опоры равна нулю и $E_{\text{мех}}$ сохраняется в ИСО.

ПРИМЕР №4: Сила сухого трения



Система грузов M, m_1 и m_2, показанная на рисунке, движется из состояния покоя. Поверхность стола горизонтальная гладкая. ***Коэффициент трения между грузами*** M и m_1 $\mu = 0{,}2$. Грузы M и m_2 связаны лёгкой нерастяжимой нитью, которая скользит по блоку без трения. Пусть $M = 1{,}2$ кг, $m_1 = m_2 = m$. При каких значениях m грузы M и m_1 движутся как одно целое? Какие законы Вы использовали для описания движения системы грузов? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела.



Обоснование

1. Будем считать систему отсчёта, связанную со столом, инерциальной.

2. Пока грузы M и m_1 движутся как одно целое, их можно считать одним твёрдым телом $(M+m)$ сложной формы. Это тело движется поступательно, как и груз m_2, поэтому можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

3. На рисунке показаны внешние силы, действующие на это тело и на груз m_2.

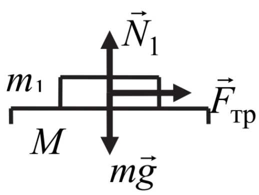
4. Так как нить лёгкая и скользит по блоку без трения, то можно считать

$$T_1 = T_2 = T$$

5. Так как нить нерастяжима, то ускорения тел

$$a_1 = a_2 = a$$

6. ***Груз*** m_1 ***покоится относительно груза*** M. Силы, действующие на этот груз, показаны на рисунке. ***Так как на груз действует сила трения покоя, то она удовлетворяет условию*** $F < \mu N_1$.



7. Сила упругости. Закон Гука

Формулировка: сила упругости, возникающая при упругой деформации растяжения или сжатия тела пропорциональна абсолютному значению изменения длины тела.

$$\boxed{F_x = -k\Delta x}$$

Обоснование применимости:

1. Деформация упругая.

Клише для обоснования:

1. При малом удлинении (деформации) можно считать, что деформация упругая, то есть исчезающая после прекращения действий на тело внешних сил. В таком случае справедлив закон Гука $F_x = -k\Delta x$.

8. Гидростатическое давление

Формулировка: давление в жидкости зависит от ее плотности и от высоты столба жидкости.

$$\boxed{p = \rho_{ж} g h}$$

Обоснование применимости: сосуд с жидкостью движется равномерно и прямолинейно или покоится относительно ИСО (не имеет ускорения относительно ИСО), либо сам сосуд с жидкостью является ИСО.

Клише для обоснования:

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Так как сосуд с жидкость/жидкость покоится/движется без ускорения в ИСО, то можем применять формулу $p = \rho_{ж} g h$

9. Закон Архимеда для ИСО

Универсальная формулировка: в любой СО на тело, погруженное в жидкость (или газ), действует выталкивающая сила, равная весу жидкости (или газа) в объеме погруженной части тела.

$$F_{\text{Арх}} = P_{\text{ж}}$$

Формулировка для ИСО: на любое тело, которое погружено в жидкость (газ), находящуюся в состоянии равновесия, действует со стороны жидкости (газа) сила выталкивания, равная произведению плотности вещества в котором находится тело, на ускорение свободного падения и на объем погруженной части тела.

$$\boxed{F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{п.ч.}}}$$

Обоснование применимости: сосуд с жидкостью движется равномерно и прямолинейно или покоится относительно ИСО (не имеет ускорения относительно ИСО), либо сам сосуд с жидкостью является ИСО.

Клише для обоснования:

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Поскольку жидкость покоится относительно ИСО, то сила Архимеда вычисляется по формуле $F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{п.ч.}}$.

10. Условие равновесия твердого тела

Формулировка: 1) векторная сумма всех сил, приложенных к телу равна нулю; 2) алгебраическая сумма моментов всех внешних сил, действующих на тело относительно любой оси, равна нулю.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = 0$$

$$M_1 + M_2 + ... + M_n = 0$$

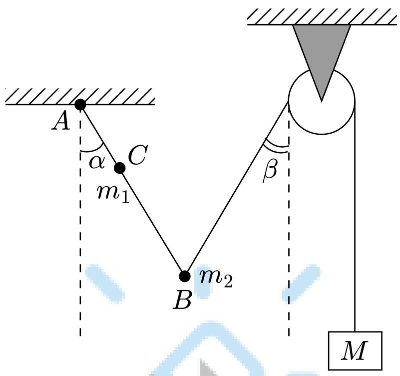
Обоснование применимости:

1. Система отсчета инерциальная (ИСО).
2. Тело описывается моделью твердого тела.
3. ***Теорема о плоском движении:*** всякое движение плоской фигуры в своей плоскости можно представить как совокупность двух перемещений: 1) поступательного вместе с точкой, выбранной за полюс; 2) поворота относительно оси, проходящей через полюс, перпендикулярно плоскости фигуры. Таким образом, любое движение плоской фигуры можно представить как суперпозицию двух движений: поступательного и вращательного. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два: одно для поступательного движения, другое — для вращательного движения.
4. Выбор оси, относительно которой считается сумма моментов сил.

Клише для обоснования:

1. Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать эту систему отсчета инерциальной (ИСО).
2. Описываем стержень моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).
3. Любое движение твердого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два: одно для поступательного движения, другое — для вращательного движения.
4. В качестве оси, относительно которой будем считать сумму моментов сил, действующих на стержень, выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через точку крепления (точку А).

ПРИМЕР №1: Условие равновесия твердого тела



Невесомый стержень AB с двумя малыми грузиками массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 100$ г, расположенными в точках C и B соответственно, шарнирно закреплён в точке A. Груз массой $M = 100$ г подвешен к идеальному блоку за невесомую и нерастяжимую нить, другой конец которой соединён с нижним концом стержня, как показано на рисунке. Вся система находится в равновесии: стержень отклонён от вертикали на угол $\alpha = 30°$, а нить составляет угол с вертикалью, равный $\beta = 30°$. Расстояние $AC = b = 25$ см. Определите длину l стержня AB. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на груз M и стержень. Какие законы Вы использовали для описания равновесия системы? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

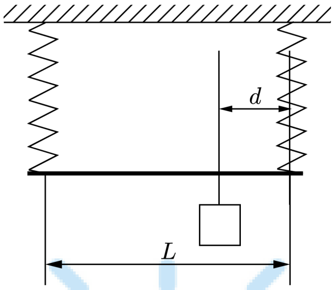
2. Описываем стержень моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два; одно для поступательного движения, другое — для вращательного движения.

4. В качестве оси, относительно которой будем считать сумму моментов сил, действующих на стержень, выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через точку шарнирного крепления (точку A).

5. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

ПРИМЕР №2: Условие равновесия твердого тела



К двум вертикально расположенным пружинам одинаковой длины подвесили однородный стержень массой $M = 2$ кг и длиной $L = 40$ см. Если к этому стержню подвесить груз на расстоянии $d = 5$ см от правой пружины, то стержень будет расположен горизонтально, а растяжения обеих пружин будут одинаковы (см. рисунок). Жёсткость левой пружины в 3 раза меньше, чем у правой. Чему равна масса m подвешенного груза? Сделайте рисунок с указанием сил, использованных в решении задачи.

Какие законы Вы использовали для описания равновесия системы? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Обоснование

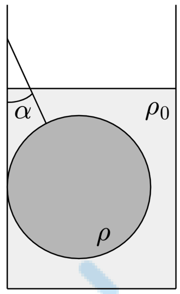
1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Описываем стержень моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два; одно для поступательного движения, другое – для вращательного движения.

4. Сумма приложенных к твёрдому телу внешних сил равна нулю (условие равновесия твёрдого тела относительно поступательного движения). Поэтому сумма моментов этих сил относительно любых двух параллельных осей одна и та же. Для удобства выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через центр масс стержня (точку O).

ПРИМЕР №3: Условие равновесия твердого тела

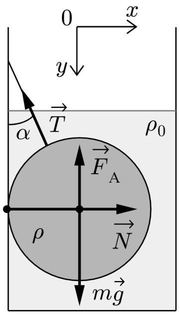


Свинцовый шар массой 4 кг подвешен на нити и полностью погружён в воду (см. рисунок). Нить образует с вертикалью угол $\alpha = 30°$. Определите силу, с которой нить действует на шар. Плотность свинца $\rho = 11300$ кг/м^3. Трением шара о стенку пренебречь. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на шар.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

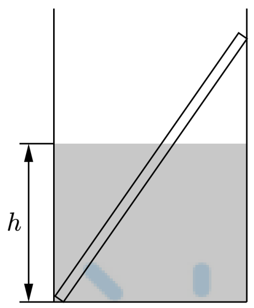
2. Описываем шар моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).



3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений, Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два: одно для поступательного движения (сумма внешних сил равна нулю), другое – для вращательного движения (сумма моментов внешних сил равна нулю).

4. В данной задаче шар целиком погружён в жидкость. Кроме того, отсутствует трение между шаром и стенкой сосуда. Поэтому все внешние силы, действующие на шар, кроме силы натяжения нити, заведомо действуют по прямым, проходящим через центр шара. Значит, сумма моментов этих сил относительно оси, проходящей через центр шара, равна нулю. Но при равновесии шара в ИСО сумма моментов всех внешних сил равна нулю. Следовательно, и момент силы натяжения нити относительно оси, проходящей через центр шара, тоже равен нулю, поэтому сама эта сила действует по прямой, проходящей через центр шара.

ПРИМЕР №4: Условие равновесия твердого тела



В гладкий высокий стакан радиусом 4 см поставили однородную тонкую палочку длиной 10 см и массой 0,9 г, после чего в стакан налили до высоты $h = 4$ см жидкость, плотность которой составляет 0,75 плотности материала палочки. Найдите модуль силы $\vec{F}$, с которой верхний конец палочки давит на стенку стакана. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на палочку. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Описываем палочку моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаются неизменным).

3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два: одно для поступательного движения, другое – для вращательного движения.

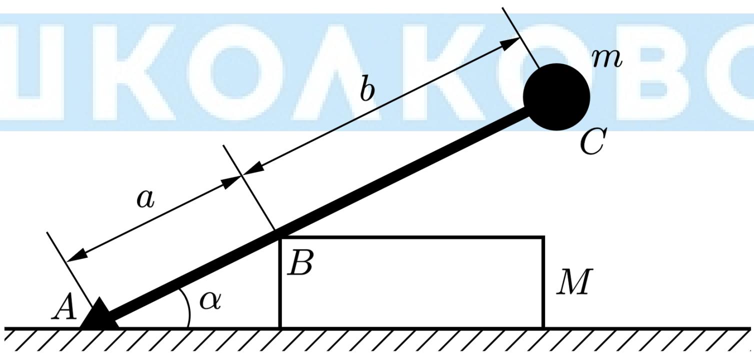
4. Сумма приложенных к твёрдому телу внешних сил равна нулю (условие равновесия твёрдого тела относительно поступательного движения). Поэтому сумма моментов этих сил относительно любых двух параллельных осей одна и та же. Для удобства выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через нижний конец палочки (точку A).

5. Стенки сосуда гладкие (трения нет), поэтому в точке B на палочку со стороны сосуда действует сила $\vec{N}$, перпендикулярная стенке.

11. Реальная ось вращения твердого тела

ПРИМЕР №1: Реальная ось вращения твердого тела

Лёгкий стержень AC прикреплён нижним концом к шарниру, относительно которого он может поворачиваться без трения. На верхнем конце стержня закреплён маленький шарик массой $m = 1$ кг. В точке B стержень опирается на середину ребра однородного бруска массой $M = 4$ кг, который имеет форму прямоугольного параллелепипеда и лежит на горизонтальной плоскости (см. рисунок). Стержень образует угол α ($tg\alpha = 0,75$) с горизонтальной плоскостью и перпендикулярен ребру бруска, на которое он опирается. Трение между стержнем и ребром бруска отсутствует, коэффициент трения между бруском и горизонтальной плоскостью равен μ,$AB = a = 0,2$ м, $BC = b = 0,3$ м. Покажите на рисунке силы, действующие на брусок и стержень с шариком. Найдите минимальное значение μ, при котором система тел остается неподвижной. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.



Обоснование

1. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной (ИСО).

2. Стержень с шариком будем считать твердым телом с осью вращения, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через точку A.

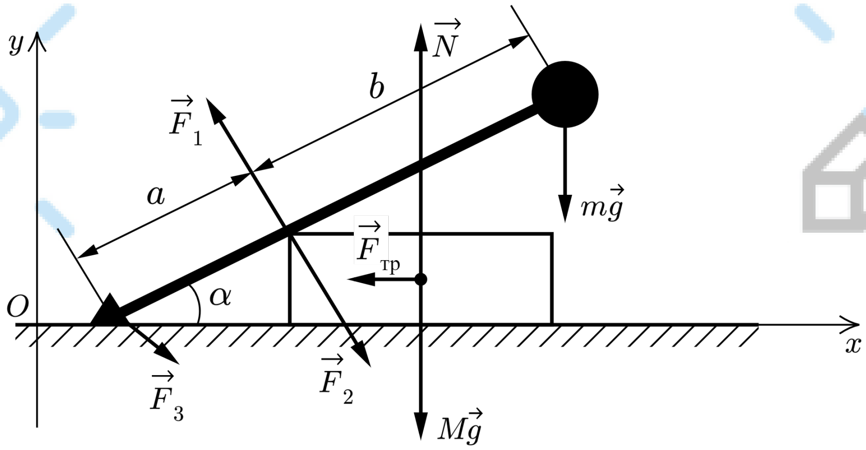
3. Условие равновесия относительно вращения твердого тела на оси – равенство нулю суммы моментов сил, приложенных к телу, относительно этой оси.

4. Стержень легкий, поэтому его массу считаем равной нулю.

5. В условиях данной задачи брусок может двигаться только поступательно вдоль горизонтальной оси Ox, лежащей в плоскости рисунка. В этом случае для бруска используем модель материальной точки и применяем второй закон Ньютона.

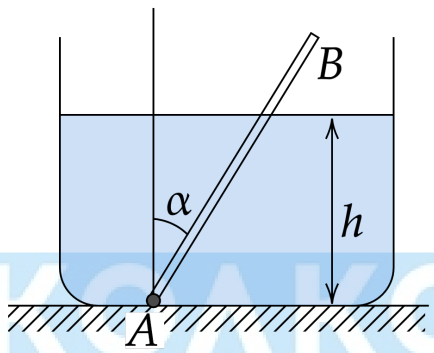
Вследствие этого условие равновесия сумма приложенных к бруску сил равна нулю.

6. Стержень и брусок в точке их соприкосновения друг с другом действуют друг на друга по третьему закону Ньютона силами, равными по модулю и направленными перпендикулярно как стержню, так и ребру бруска, так как трения между ними нет.



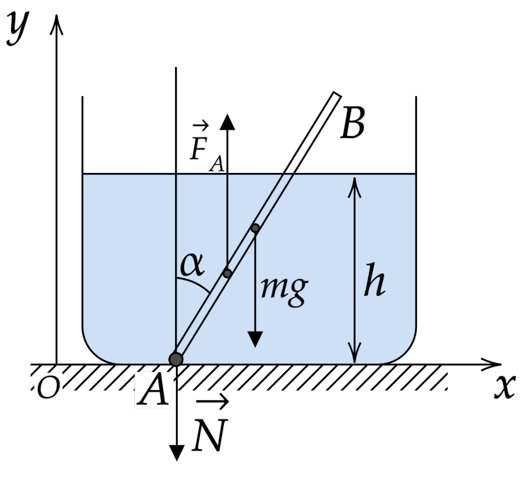
ПРИМЕР №2: Реальная ось вращения твердого тела

На дне кастрюли с водой неподвижно закреплен шарнир малых размеров. К шарниру прикреплен нижним концом тонкий однородный стержень AB постоянного поперечного сечения $S = 0,25$ см^2. Он может без трения поворачиваться на шарнире в плоскости рисунка. Толщина слоя воды $h = 20$ см. В равновесии стержень образует с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$ Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, плотность материала стержня $\rho_c = 600$ кг/м^3 . Найдите величину и направление силы $\vec{F}$, с которой стержень в равновесии действует на шарнир. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на стержень AB. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи



Обоснование

1. Выберем систему отсчета, неподвижно связанную с Землей, и будем считать эту систему отсчета инерциальной (ИСО). 2. Стержень будем считать твердым



телом с осью вращения, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через

точку А. Условия равновесия твердого тела – равенство нулю суммы моментов сил, приложенных к телу, относительно этой оси и равенство нулю суммы сил, приложенных к телу.
3. На стержень действует три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Архимеда $\vec{F}_A$ и сила реакции шарнира $\vec{N}$. Силы $m\vec{g}$ и $\vec{F}_A$ направлены вертикально, поэтому из пункта 2 следует, что и сила $\vec{N}$ направлена вертикально.
4. Силы $\vec{F}$ и $\vec{N}$ связаны третьим законом Ньютона: $\vec{F} = -\vec{N}$, поэтому сила тоже направлена $\vec{F}$ по вертикали.

12. Закон изменения импульса для системы тел

Формулировка: изменение импульса системы вызвано суммарным действием внешних сил, действующих на систему, за некоторый промежуток времени.

$$\boxed{\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}}\Delta t}$$

Обоснование применимости:

1. Система отсчета инерциальная (ИСО).

Клише для обоснования:

1. Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать эту систему отсчета инерциальной (ИСО).

13. Закон сохранения импульса

Формулировка: импульс системы тел есть величина постоянная, если векторная сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю.

$$\boxed{\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}}\Delta t = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_{\text{сист}} = co\vec{n}st}$$

Выполняется в трех случаях:

1. векторная сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю (система тел замкнутая);

2. сумма проекций векторов внешних сил, действующих на систему тел, на некоторую ось равна нулю (тогда импульс системы остается неизменным вдоль этой оси);

3. внутренние силы много больше внешних сил и промежуток времени взаимодействия тел пренебрежимо мал (взрывы, удары).

Обоснование применимости:

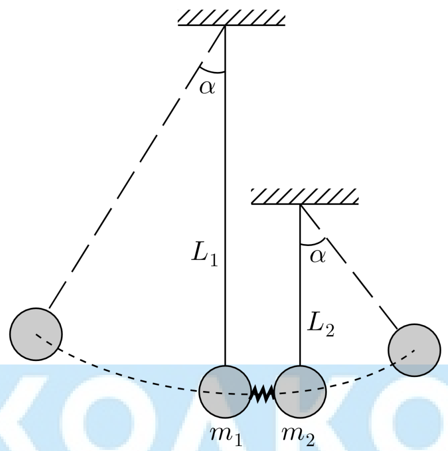
1. Система отсчета инерциальная (ИСО).

2. Тела являются материальными точками.

3.Выполняется одно из трех условий, написанных выше.

ПРИМЕР №1: Закон сохранения импульса

Два шарика подвешены на вертикальных тонких нитях так, что они находятся на одной высоте. Между шариками находится сжатая и связанная нитью лёгкая пружина. При пережигании связывающей нити пружина распрямляется, расталкивает шарики и падает вниз. В результате нити отклоняются в разные стороны на одинаковые углы. Во сколько раз одна нить длиннее другой, если отношение масс шариков $\dfrac{m_2}{m_1} = 1{,}5$? Считать величину сжатия пружины во много раз меньше длин нитей. Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применимость к данному случаю.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шарики имеют малые размеры по сравнению с длиной нити, поэтому описываем их моделью материальной точки.

3. При пережигании нити пружина толкает оба шарика, действуя на шарики внутренней силой — силой упругости, все внешние силы, действующие на систему двух шариков, направлены вертикально (силы тяжести и натяжения нитей), поэтому сохраняется горизонтальная проекция импульса системы шариков, поскольку импульс пружины пренебрежимо мал из-за её малой массы.

4. В процессе движения каждого шарика на нити к верхней точке своей траектории на каждый из них действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Изменение механической энергии шарика в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к нему. В данном случае единственной такой силой

является сила натяжения нити $\vec{T}$. В каждой точке траектории $\vec{T} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ скорость шарика, поэтому работа силы $\vec{T}$ равна нулю, а механическая энергия каждого шарика на этом участке его движения сохраняется.

ПРИМЕР №2: Закон сохранения импульса

Снаряд массой 4 кг, летящий со скоростью 400 м/с, разрывается на две равные части, одна из которых летит в направлении движения снаряда, а другая — в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличилась на величину ΔE=0,5МДж. Определите скорость осколка, летящего по направлению движения снаряда. Какие законы Вы используете для описания взрыва снаряда? Обоснуйте их применение к данному случаю.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО). Направим ось Ox ***системы координат в направлении начальной скорости движения снаряда.***

2. Описываем движение снаряда и осколков моделью материальной точки.

3. Для описания разрыва снаряда используем закон сохранения импульса системы тел, так как он выполняется в инерциальной системе отсчета (ИСО), если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю.

Из-за отсутствия сопротивления воздуха внешней силой является только сила тяжести $m\vec{g}$***, которая не равна нулю. Но этим можно пренебречь, считая время разрыва малым. За малое время разрыва импульс каждого из осколков меняется на конечную величину за счёт больших внутренних сил, разрывающих снаряд при взрыве. По сравнению с этими большими силами конечная сила тяжести пренебрежимо мала.***

4. Так как время разрыва снаряда считаем малым, то можно пренебречь и изменением потенциальной энергии снаряда и его осколков в поле тяжести в процессе разрыва. В инерциальной системе отсчета выполняется закон сохранения импульса тел.

ПРИМЕР №3: Закон сохранения импульса

В маленький шар, висящий на нити длиной $l = 50$ см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая со скоростью $v_0 = 300$ м/с пуля массой $m = 10$ г. Определите максимальную массу шара, при которой он после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шарик M имеет малые размеры по сравнению с длиной нити, а пуля ещё меньше, поэтому описываем шарик и пулю моделью материальной точки.

3. Считаем, что время застревания пули в шаре очень мало, и нить, на которой висит шарик, за это не успевает заметно отклониться от вертикали. Поэтому все внешние силы, действующие на пулю и шарик при столкновении (силы тяжести $M\vec{g}$ и $m\vec{g}$, а также сила натяжения нити $\vec{T}$), направлены вертикально. Следовательно, в ИСО при попадании пули в шарик сохраняется горизонтальная составляющая импульса системы тел "шарик M + пуля m".

4. После попадания пули в шарик при движении составного тела $(M + m)$ по вертикальной окружности механическая энергия этого тела равна

$$E_{\text{мех}} = \frac{(M+m)v^2}{2} + (M+m)gh,$$

где v – модуль скорости этого тела, когда оно находится на высоте h от нижней точки окружности. Изменение механической энергии тела в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телу. В данном случае единственной такой силой является сила натяжения нити $\vec{T}$ (сопротивлением воздуха пренебрегли). В каждой точке траектории $\vec{T} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость тела $(M + m)$, поэтому работа силы $\vec{T}$ равна нулю и механическая энергия тела $(M + m)$ сохраняется.

5. Из пп. 1 и 2 следует, что условие прохождения составным телом $(M + m)$ в верхней точки окружности описывается в ИСО вторым законом Ньютона.

ПРИМЕР №4: Закон сохранения импульса

Пуля массой $m = 0,01$ кг и скоростью $v_0 = 200$ м/с влетает в небольшое тело массой $99m$, лежащее на вершине гладкой полусферы. После их абсолютно неупругого столкновения бруска с пулей приходят в движение и скатываются с поверхности сферы, на высоте $h = 1,4$ м тело отрывается от поверхности полусферы. Пренебрегая смещением сферы за удар, найдите радиус полусферы. Высота отсчитывается от основания полусферы. Какие законы Вы используете для решения задачи? Обоснуйте их применение.

Обоснование

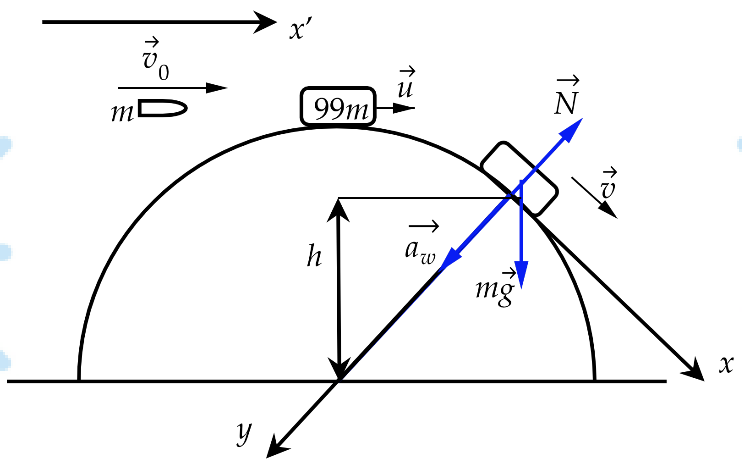
1. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Тела можно считать материальными точками, так как их размеры пренебрежимо малы в условиях задачи.

2. При соударении для системы «пуля – тело» в ИСО выполняется закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось, так как внешние силы (сила тяжести и сила реакции опоры) вертикальны.

3. При движении составного тела от вершины полусферы выполняется закон сохранения механической энергии, так как полусфера гладкая, и работа силы реакции опоры равна нулю (эта сила перпендикулярна скорости тела).

4. В момент отрыва обращается в нуль сила реакции опоры $\vec{N}$.

5. Второй закон Ньютона выполняется в ИСО для модели материальной точки.



14. Теорема об изменении кинетической энергии

Формулировка: изменение кинетической энергии материальной точки при ее перемещении равно алгебраической сумме работ всех сил, действующих на нее.

$$\boxed{\sum A_{\text{всех сил}} = E_{\text{кин.к}} - E_{\text{кин.н}}}$$

Обоснование применимости:

1. Система отсчета инерциальная (ИСО).
2. Тело описывается моделью материальной точки.

Клише для обоснования:

1. Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Т.к. тело движется поступательно, описываем его моделью материальной точки независимо от размера.

ИЛИ

2. Размеры тела пренебрежимо малы, поэтому описываем его моделью материальной точки.
3. Из пп. 1 и 2 следует, что для движения тела в ИСО выполняется закон об изменении кинетической энергии.

15. Закон об изменении полной механической энергии

Формулировка: изменение полной механической энергии тела равно сумме работ всех непотенциальных сил.

$$\boxed{\Delta E_{\text{полн.мех.}} = \sum A_{\text{непот}}}$$

16. Закон о сохранении полной механической энергии

Формулировка: когда работа всех непотенциальных сил равна нулю $\sum A_{\text{непот}} = 0$, выполняется закон сохранения полной механической энергии.

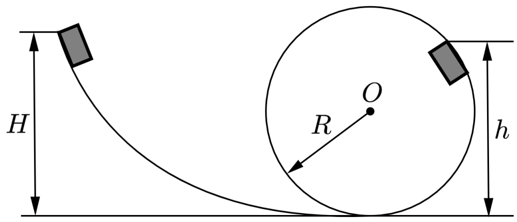
$$\boxed{\Delta E_{\text{полн.мех.}} = \sum A_{\text{непот}} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{\text{полн.мех.}} = const}$$

Обоснование применимости:

1. Система отсчета инерциальная (ИСО).
2. Тело описывается моделью материальной точки.
3. Работа всех непотенциальных сил равна нулю.

ПРИМЕР №1: Закон о сохранении полной механической энергии

Небольшой кубик массой $m = 1,5$ кг начинает скользить с нулевой начальной скоростью по гладкой горке, переходящей в «мёртвую петлю» радиусом $R = 1,5$ м (см. рисунок). С какой высоты H был отпущен кубик, если на высоте $h = 2$ м от нижней точки петли сила давления кубика на стенку петли $F = 4$ Н? Сделайте рисунок с указанием сил, поясняющий решение. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Кубик m имеет малые размеры по сравнению с радиусом «мёртвой петли», поэтому описываем кубик моделью материальной точки.

3. В ИСО изменение механической энергии тела равно работе всех приложенных к телу непотенциальных сил. При движении кубика по горке и «мёртвой петле» на кубик действуют потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры $\vec{N}$, перпендикулярная траектории кубика в каждой её точке (трения нет, так как поверхность гладкая). Поэтому работа силы $\vec{N}$ при движении кубика по горке и «мёртвой петле» равна нулю. Следовательно, механическая энергия кубика при его движении сохраняется.

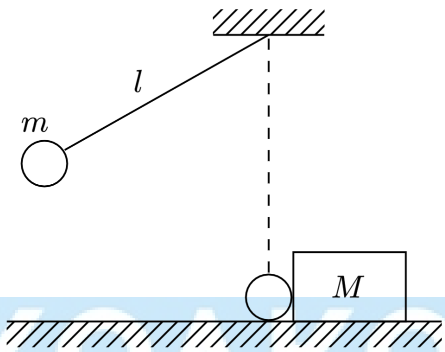
4. Из пп. 1 и 2 следует, что расчёт силы давления $\vec{N}$ стенки «мёртвой петли» на кубик опирается на второй закон Ньютона.

5. Искомая сила давления $\vec{F}$ кубики на стенку «мёртвой петли» связана с силой $\vec{N}$ третьим законом Ньютона: $\vec{F} = -\vec{N}$.

ПРИМЕР №2: Закон о сохранении полной механической энергии

Маленький шарик массой $m = 0,25$ кг подвешен на лёгкой нерастяжимой нити длиной $l = 0,8$ м, которая разрывается при некоторой силе натяжения Шарик отведён от положения равновесия (оно показано на рисунке пунктиром) и отпущен. Когда шарик проходит положение равновесия, нить обрывается, и шарик тут же абсолютно неупруго сталкивается с бруском массой $M = 2,75$ кг, лежащим неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности стола. Скорость бруска после удара $u = 0,4$ м/с. Определите величину силы T_0. Считать, что брусок после удара движется поступательно.

Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шарик m имеет малые размеры по сравнению с длиной нити, а брусок M движется поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки.

3. Пока шарик движется на нити к своему положению равновесия, на него действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$. Механическая энергия шарика

$$E_{мех} = \frac{(m+M)v^2}{2} + mgh.$$

Изменение механической энергии тела в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телу. В данной задаче единственной такой силой является сила натяжения нити $\vec{T}$. В каждой точке

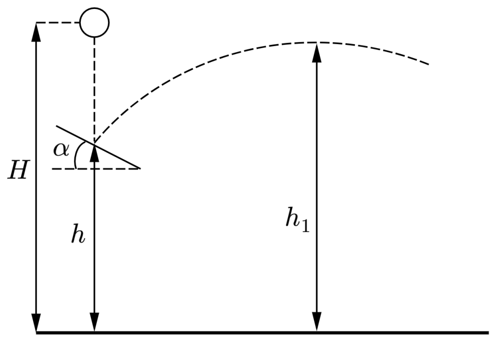
траектории $\vec{T} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость шарик, поэтому работа силы $\vec{T}$ равна нулю и механическая энергия шарика на этом участке его движения сохраняется.

4. При столкновении шарика с бруском все внешние силы, действующие на систему тел "шарик+брусок направлены вертикально (поверхность стола горизонтальна, трения нет). Поэтому при этом столкновении сохраняется горизонтальная проекция импульса системы тел "шарик+брусок".

ПРИМЕР №3: Закон о сохранении полной механической энергии

Шарик падает с высоты $H = 3$ м над поверхностью Земли из состояния покоя. На высоте $h = 2$ м он абсолютно упруго ударяется о доску, расположенную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (см. рисунок). На какую максимальную высоту h_1 после этого удара поднимется шарик от поверхности Земли? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

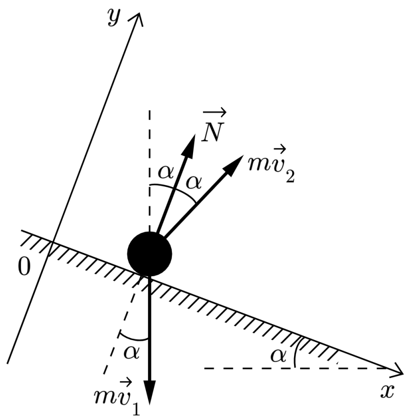
2. При свободном падении шарика из начального положения на наклонную доску и после удара о доску до падения на землю на шарик действует только потенциальная сила тяжести. Поэтому во введённой нами ИСО при этом движении сохраняется механическая энергия шарика:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = const.$$

При абсолютно упругом ударе шарика о доску механическая энергия шарика сохраняется. Следовательно, сила трения равна нулю, а направление силы реакции опоры $\vec{N}$, действующей на шарик при ударе, перпендикулярно плоскости доски. Отметим, что $N >> mg$, так как время удара коротко, а изменение импульса шарика за время удара конечно. Поэтому при описании пренебрегаем величиной mg и записываем второй закон Ньютона для шарика в виде:

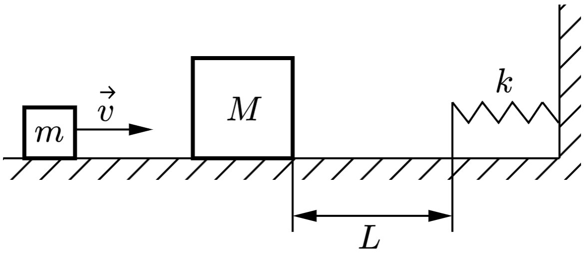
$$m\vec{v_1} - m\vec{v_1} = \vec{N}\Delta t,$$

Из того, что $\vec{N} || Oy$ (см. рисунок), следует, что $v_{2x} = v_{1x}$. Из закона сохранения механической энергии при абсолютно упругом ударе $\left(\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}\right)$ следует, что $v_2 = v_1 = v$, то есть модуль скорость шарика при таком ударе не меняется. Но тогда $|v_{2y}| = |v_{1y}|$, и, следовательно, угол падения шарика на доску равен углу отражения.



ПРИМЕР №4: Закон о сохранении полной механической энергии

Небольшой брусок массой $m = 100$ г, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, абсолютно неупруго сталкивается с неподвижным телом массой $M = 3m$. При дальнейшем поступательном движении тела налетают на недеформированную пружину, одним концом прикреплённую к стене (см. рисунок). С какой скоростью v двигался брусок до столкновения, если после абсолютно неупругого удара бруски вернутся в точку столкновения спустя время $t = 1,7$ с? Жёсткость пружины $k = 40$ Н/м, а расстояние от точки столкновения до пружины $L = 25$ см.



Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Брусок m и тело M движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки как до, так и после столкновения независимо от их размеров.

3. По условию трение отсутствует, и поэтому все внешние силы (силы тяжести и силы реакции опоры), действующие на тела m и M, направлены вертикально и уравновешивают друг друга отдельно для каждого тела. Следовательно, в ИСО сохраняется импульс системы "брусок m и тело M"при их столкновении.

4. Когда брусок m и тело M движутся, касаясь пружины, механическая энергия системы тел "брусок m и тело M + пружина"равна

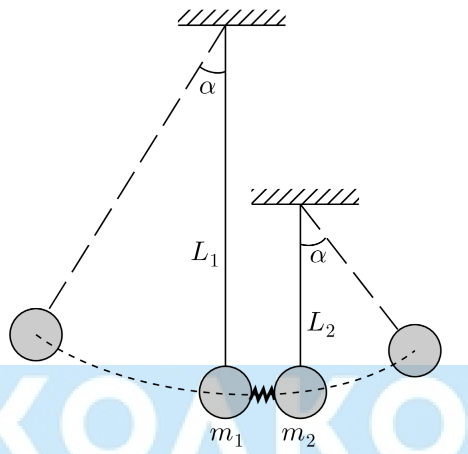
$$E_{мех} = \frac{(m+M)v^2}{2} + \frac{kx^2}{2}.$$

Изменение механической энергии системы тел в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телам системы. В дан-

ной задаче единственной такой силой является сила реакции опоры, действующая на брусок m + тело M со стороны стола. Но из-за отсутствия трения эта сила вертикальна, а составное тело $(m+M)$ движется горизонтально, поэтому работа силы реакции опоры равна нулю и $E_{мех}$ сохраняется в ИСО.

ПРИМЕР №5: Закон о сохранении полной механической энергии

Два шарика подвешены на вертикальных тонких нитях так, что они находятся на одной высоте. Между шариками находится сжатая и связанная нитью лёгкая пружина. При пережигании связывающей нити пружина распрямляется, расталкивает шарики и падает вниз. В результате нити отклоняются в разные стороны на одинаковые углы. Во сколько раз одна нить длиннее другой, если отношение масс шариков $m_2/m_1 = 1,5$? Считать величину сжатия пружины во много раз меньше длин нитей. Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применимость к данному случаю.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шарики имеют малые размеры по сравнению с длиной нити, поэтому описываем их моделью материальной точки.

3. При пережигании нити пружина толкает оба шарика, действуя на шарики внутренней силой — силой упругости, все внешние силы, действующие на систему двух шариков, направлены вертикально (силы тяжести и натяжения нитей), поэтому сохраняется горизонтальная проекция импульса системы шариков, поскольку импульс пружины пренебрежимо мал из-за её малой массы.

4. В процессе движения каждого шарика на нити к верхней точке своей траектории на каждый из них действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Изменение механической энергии шарика в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к нему. В данном случае единственной такой силой является сила на-

тяжения нити $\vec{T}$***. В каждой точке траектории*** $\vec{T} \perp \vec{v}$ ***, где*** $\vec{v}$ ***скорость шарика, поэтому работа силы*** $\vec{T}$ ***равна нулю, а механическая энергия каждого шарика на этом участке его движения сохраняется.***

ПРИМЕР №6: Закон о сохранении полной механической энергии

В маленький шар, висящий на нити длиной $l = 50$ см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая со скоростью $v_0 = 300$ м/с пуля массой $m = 10$ г. Определите максимальную массу шара, при которой он после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шарик M имеет малые размеры по сравнению с длиной нити, а пуля ещё меньше, поэтому описываем шарик и пулю моделью материальной точки.

3. Считаем, что время застревания пули в шаре очень мало, и нить, на которой висит шарик, за это не успевает заметно отклониться от вертикали. Поэтому все внешние силы, действующие на пулю и шарик при столкновении (силы тяжести $M\vec{g}$ и $m\vec{g}$, а также сила натяжения нити $\vec{T}$), направлены вертикально. Следовательно, в ИСО при попадании пули в шарик сохраняется горизонтальная составляющая импульса системы тел "шарик M + пуля m".

4. После попадания пули в шарик при движении составного тела $(M+m)$ по вертикальной окружности механическая энергия этого тела равна

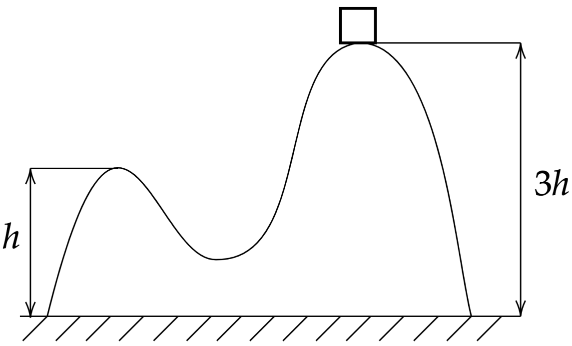
$$E_{мех} = \frac{(M+m)v^2}{2} + (M+m)gh,$$

где v – модуль скорости этого тела, когда оно находится на высоте h от нижней точки окружности. Изменение механической энергии тела в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телу. В данном случае единственной такой силой является сила натяжения нити $\vec{T}$ (сопротивлением воздуха пренебрегли). В каждой точке траектории $\vec{T} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость тела $(M+m)$, поэтому работа силы $\vec{T}$ равна нулю и механическая энергия тела $(M+m)$ сохраняется.

5. Из пп. 1 и 2 следует, что условие прохождения составным телом $(M+m)$ в верхней точки окружности описывается в ИСО вторым законом Ньютона

ПРИМЕР №7: Закон о сохранении полной механической энергии

Горка с двумя вершинами, высоты которых h и 3h, покоится на гладкой горизонтальной поверхности стола (см. рисунок). На правой вершине горки находится шайба, масса которой в 12 раз меньше массы горки. От незначительного толчка шайба и горка приходят в движение, причём шайба движется влево, не отрываясь от гладкой поверхности горки, а поступательно движущаяся горка не отрывается от стола. Найдите скорость горки в тот момент, когда шайба окажется на левой вершине горки. Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применимость к данному случаю.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шайба имеет малые размеры по сравнению с горкой, поэтому шайбу можно считать материальной точкой. Горка движется поступательно, поэтому к ней применимы все законы, которые справедливы для материальных точек.

3. Все внешние силы, действующие на систему тел "шайба + горка" (силы тяжести $M\vec{g}$ и $m\vec{g}$, а также сила реакции стола $\vec{N}$), направлены вертикально. Поэтому проекция импульса системы на горизонтальную ось, связанную со столом, сохраняется (так как сумма внешних сил на горизонтальную ось равна нулю).

4. Для системы тел "шайба + горка" выполняется закон сохранения энергии, так как сумма работ всех непотенциальных сил, действующих на систему "шайба + горка", равна нулю: сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ перпендикулярна перемещению $\vec{S}$, а сумма работ сил нормальной реакции опоры, которые возникают между шайбой и гор-

кой, тоже равна нулю (поверхность гладкая).

Слова-маркеры

- **Нить невесомая / легкая**

  Из условия невесомости нити следует, что модуль силы натяжения нити в любой точке одинаков.

  Клише для обоснования:

  Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой ее точке один и тот же.

  Встречаются задачи, когда нить просто невесома, поэтому модуль силы натяжения нити в любой ее точке один и тот же.

- **Нить нерастяжимая**

  Поскольку нить нерастяжимая, то ее длина постоянна, следовательно, можно записать кинематическую связь.

- **Стержень однородный**

  Центр тяжести однородного стержня располагается в середине стержня.

- **Абсолютно упругий удар**

  Поскольку удар абсолютно упругий, выполняется закон сохранения энергии.

- **Неупругий удар**

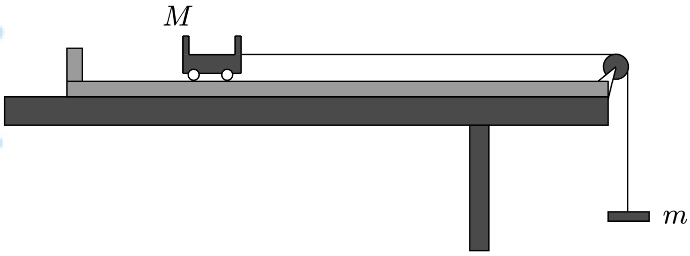
  Поскольку удар неупругий, закон сохранения энергии не выполняется.

- **Тело отрывается от опоры**

  Поскольку тело отрывается от опоры, то в момент отрыва и после отрыва контакт с опорой потерян, поэтому сила нормальной реакции опоры отсутствует.

ПРИМЕР №1: ***Нить невесомая/легкая*** **и** ***нить нерастяжимая***

В установке, изображённой на рисунке, масса грузика m подобрана так, что первоначально покоящаяся тележка после толчка вправо движется равномерно по поверхности трибометра. С каким ускорением будет двигаться тележка, если её толкнуть влево? Масса грузика m в 9 раз меньше массы тележки M. Блок идеален. Нить невесома и нерастяжима. Силу сопротивления движению тележки считать постоянной и одинаковой в обоих случаях.



Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Тележка M и грузик m движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки независимо от их размеров.

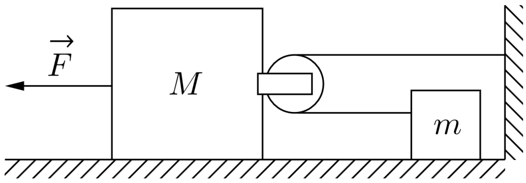
3. Из п.п. 1 и 2 следует, что движение тележки и грузика в ИСО описывается вторым законом Ньютона.

4. Нить нерастяжима, поэтому модули ускорений тележки и грузика при их прямолинейном поступательном движении одинаковы.

5. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

ПРИМЕР №2: ***Нить невесомая/легкая*** **и** ***Нить нерастяжимая***

К бруску массой $M = 2$ кг прикреплён лёгкий блок (см. рисунок), через него переброшена лёгкая нерастяжимая нить, один конец которой привязан к стене, а к другому прикреплено тело массой $m = 0,75$ кг. На брусок действует сила $F = 10$ Н. Определите ускорение тела. Свободные куски нити горизонтальны и лежат в одной вертикальной плоскости, тела двигаются вдоль одной прямой. Массой блока и нити, а также трением пренебречь. Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применимость к данному случаю



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Брусок и тело движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки независимо от их размеров.

3. Из пп. 1 и 2 следует, что движение бруска и тела в ИСО описывается вторым законом Ньютона.

4. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

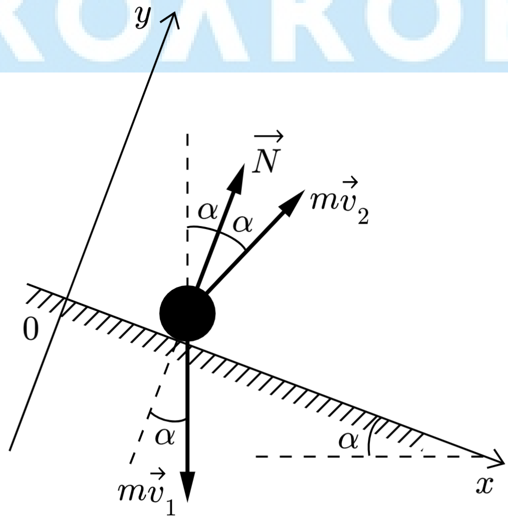
5. Нить нерастяжима, поэтому модули ускорений подвижного блока и тела m при их прямолинейном поступательном движении отличаются в 2 раза.

ПРИМЕР №3: при абсолютно упругом ударе угол падения равен углу отражения

При абсолютно упругом ударе шарика о доску механическая энергия шарика сохраняется. Следовательно, сила трения равна нулю, а направление силы реакции опоры $\vec{N}$, действующей на шарик при ударе, перпендикулярно плоскости доски. Отметим, что $N >> mg$, так как время удара коротко, а изменение импульса шарика за время удара конечно. Поэтому при описании пренебрегаем величиной mg и записываем второй закон Ньютона для шарика в виде:

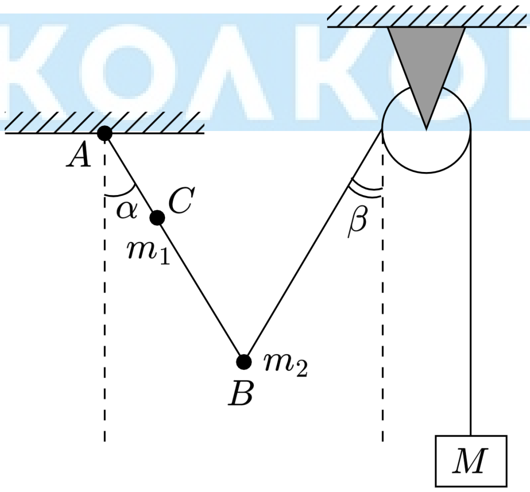
$$m\vec{v_2} - m\vec{v_1} = \vec{N}\Delta t,$$

Из того, что $\vec{N} \parallel Oy$ (см. рисунок), следует, что $v_{2x} = v_{1x}$. Из закона сохранения механической энергии при абсолютно упругом ударе $\left(\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}\right)$ следует, что $v_2 = v_1 = v$, то есть модуль скорость шарика при таком ударе не меняется. Но тогда $|v_{2y}| = |v_{1y}|$, и, следовательно, угол падения шарика на доску равен углу отражения.



ПРИМЕРЫ ПОЛНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. **Задача** Невесомый стержень AB с двумя малыми грузиками массами $m_1 =$ 200 г и $m_2 = 100$ г, расположенными в точках C и B соответственно, шарнирно закреплён в точке A. Груз массой $M = 100$ г подвешен к идеальному блоку за невесомую и нерастяжимую нить, другой конец которой соединён с нижним концом стержня, как показано на рисунке. Вся система находится в равновесии: стержень отклонён от вертикали на угол $\alpha = 30°$, а нить составляет угол с вертикалью, равный $\beta = 30°$. Расстояние $AC = b = 25$ см. Определите длину l стержня AB. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на груз M и стержень. Какие законы Вы использовали для описания равновесия системы? Обоснуйте их применимость к данному случаю



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Описываем стержень моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в

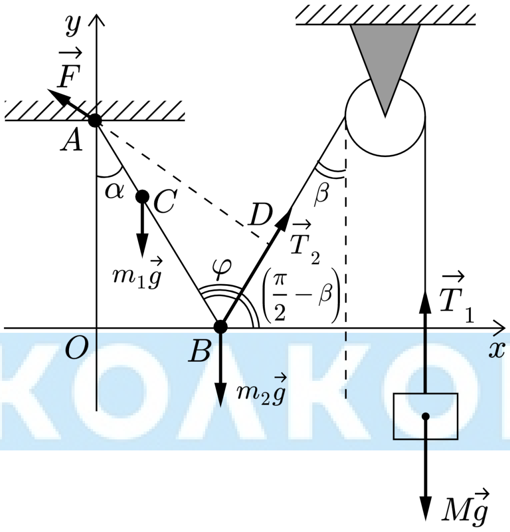
ИСО ровно два; одно для поступательного движения, другое — для вращательного движения.

4. В качестве оси, относительно которой будем считать сумму моментов сил, действующих на стержень, выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через точку шарнирного крепления (точку А).

5. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

Решение

1. Введём декартову систему координат xOy, как показано на рисунке.



Поскольку груз М находится в равновесии, согласно второму закону Ньютона

$$T_1 - Mg = 0, \quad (1)$$

2. На стержень с грузами m_1 и m_2 действуют силы $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$, а также сила натяжения нити $\vec{T}_2$. Поскольку нить невесома, а блок идеален, то $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$. Кроме того, на стержень действует сила F со стороны шарнира. Запишем условие равенства нулю суммы моментов этих сил относительно оси вращения, проходящей через точку A – точку шарнирного закрепления стержня:

$$m_1 g \cdot b \sin\alpha + m_2 g \cdot l \sin\alpha - T \cdot AD = 0. \quad (2)$$

3. Решая систему уравнений (1) и (2), с учётом

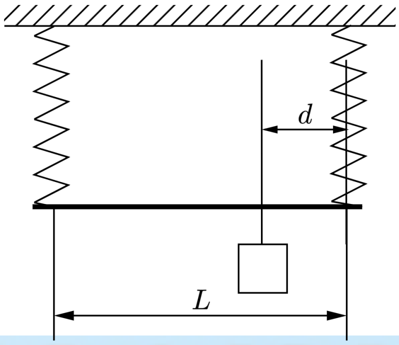
$$AD = l\sin\varphi = l\sin(\alpha+\beta)$$

получим:

$$l = \frac{m_1\cdot b\sin\alpha}{M\sin(\alpha+\beta) - m_2\sin\alpha} = \frac{200\cdot 25\cdot\dfrac{1}{2}}{100\dfrac{\sqrt{3}}{2} - 100\cdot\dfrac{1}{2}} \approx 68,3\text{ см}$$

2. **Задача** К двум вертикально расположенным пружинам одинаковой длины подвесили однородный стержень массой $M = 2$ кг и длиной $L = 40$ см. Если к этому стержню подвесить груз на расстоянии $d = 5$ см от правой пружины, то стержень будет расположен горизонтально, а растяжения обеих пружин будут одинаковы (см. рисунок). Жёсткость левой пружины в 3 раза меньше, чем у правой. Чему равна масса m подвешенного груза? Сделайте рисунок с указанием сил, использованных в решении задачи.

Какие законы Вы использовали для описания равновесия системы? Обоснуйте их применимость к данному случаю.



Обоснование

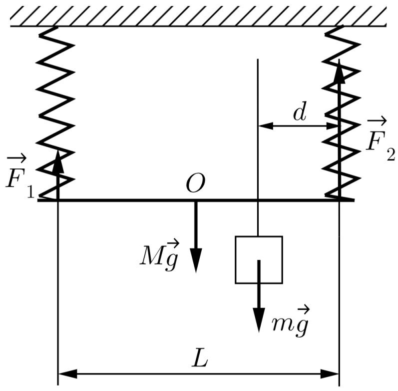
1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Описываем стержень моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два; одно для поступательного движения, другое – для вращательного движения.

4. Сумма приложенных к твёрдому телу внешних сил равна нулю (условие равновесия твёрдого тела относительно поступательного движения). Поэтому сумма моментов этих сил относительно любых двух параллельных осей одна и та же. Для удобства выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через центр масс стержня (точку О).

Решение



1. По закону Гука модуль силы упругости равен $F = k\Delta l$. Так как растяжения пружин одинаковы, то $\dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{k_2}{k_1} = 3$, где F_1, F_2 – модули сил упругости левой и правой пружин соответственно.

2. Условия равновесия стержня с грузом имеют вид

$$F_1 + F_2 = Mg + mg.$$

$F_1 \cdot \dfrac{L}{2} + mg \cdot \left(\dfrac{L}{2} - d\right) = F_2 \cdot \dfrac{L}{2}$ – правило моментов относительно оси O, проходящей через центр масс стержня перпендикулярно плоскости рисунка (см. рисунок).

3. Объединяя пункты 1 и 2, получаем систему уравнений:

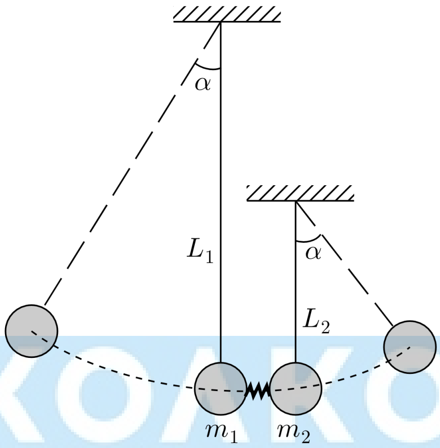
$$\begin{cases} 4F_1 = Mg + mg \\ mg \cdot \left(\dfrac{L}{2} - d\right) = F_1 L. \end{cases}$$

4. Из системы уравнений пункта 3 получаем

$$m = \frac{ML}{L - 4d} = \frac{2 \cdot 0,4}{0,4 - 0,2} = 4 \text{ кг}$$

3. **Задача** Два шарика подвешены на вертикальных тонких нитях так, что они находятся на одной высоте. Между шариками находится сжатая и связанная нитью лёгкая пружина. При пережигании связывающей нити пружина распрямляется, расталкивает шарики и падает вниз. В результате нити отклоняются в разные стороны на одинаковые углы. Во сколько раз одна нить длиннее другой, если отношение масс шариков $m_2/m_1 = 1,5$? Считать величину сжатия пружины во много раз меньше длин нитей.

Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применимость к данному случаю.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шарики имеют малые размеры по сравнению с длиной нити, поэтому описываем их моделью материальной точки.

3. При пережигании нити пружина толкает оба шарика, действуя на шарики внутренней силой — силой упругости, все внешние силы, действующие на систему двух шариков, направлены вертикально (силы тяжести и натяжения нитей), поэтому сохраняется горизонтальная проекция импульса системы шариков, поскольку импульс пружины пренебрежимо мал из-за её малой массы.

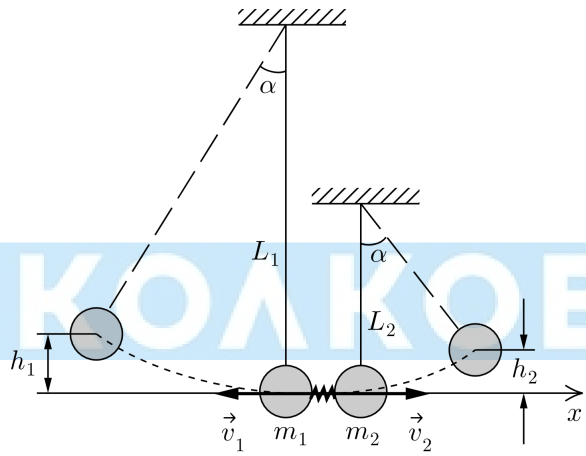
4. В процессе движения каждого шарика на нити к верхней точке своей траектории на каждый из них действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Изменение механической энергии шарика в ИСО равно работе всех

непотенциальных сил, приложенных к нему. В данном случае единственной такой силой является сила натяжения нити $\vec{T}$. В каждой точке траектории $\vec{T} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ скорость шарика, поэтому работа силы $\vec{T}$ равна нулю, а механическая энергия каждого шарика на этом участке его движения сохраняется.

Решение

После пережигания нити пружина распрямится, сообщая шарикам начальные скорости $\vec{v_1}$ и $\vec{v_2}$. Запишем закон сохранения импульса для системы шариков в проекциях на ось x (см. рисунок):

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2.$$



Для описания дальнейшего движения каждого шарика воспользуемся законом сохранения полной механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g h_1 = m_1 g L_1 (1 - \cos\alpha)$$

$$\frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 g h_2 = m_2 g L_2 (1 - \cos\alpha)$$

Поделив эти равенства друг на друга почленно, получим:

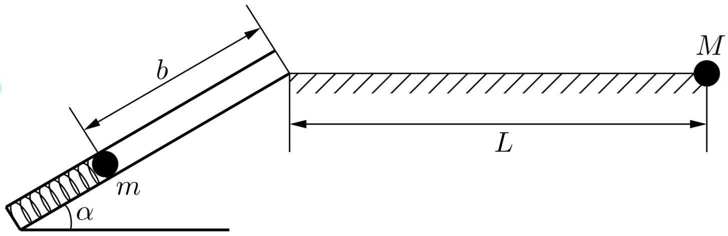
$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2.$$

Из закона сохранения импульса следует, что $\frac{v_1}{v_2}=\frac{m_1}{m_2}$. Поэтому

$$\frac{L_1}{L_2}=\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2=1,5^2=2,25$$

4. **Задача** Пружинное ружьё наклонено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Энергия сжатой пружины равна 0,41 Дж. При выстреле шарик массой $m = 50$ г проходит по стволу ружья расстояние $b = 0,5$ м, вылетает и падает на расстоянии L от дула ружья в точке M, находящейся на одной высоте с дулом (см. рисунок). Найдите расстояние L. Трением в стволе и сопротивлением воздуха пренебречь.

Какие законы Вы использовали для описания движения шарика? Обоснуйте их применимость к данному случаю.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Шарик имеет малые размеры по сравнению с размерами пружины и дальностью полёта, поэтому описываем его моделью материальной точки.
3. В процессе движения шарика по стволу к верхней точке своей траектории на него действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости $\vec{F}_y$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Изменение механической энергии шарика в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телу. В данном случае единственной такой силой является сила реакции опоры $\vec{N}$. В каждой точке траектории $\vec{N} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость шарика, поэтому работа силы $\vec{N}$ равна нулю, следовательно, механическая энергия шарика при его движении по стволу сохраняется.

Решение

По закону сохранения механической энергии:

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2} + mgb\sin\alpha, \quad (1)$$

где E_0 – энергия сжатой пружины, а v_0 – скорость шарика в момент вылета из дула ружья.

Согласно формулам кинематики тела, брошенного под углом к горизонту,

$$L = v_0 t \cos\alpha, \quad t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g},$$

где t – время полёта. Следовательно, расстояние

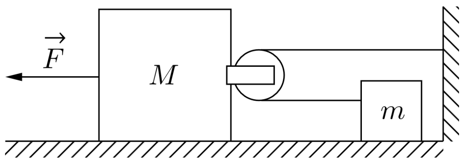
$$L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha. \quad (2)$$

Комбинируя формулы (1) и (2), находим:

$$L = \frac{2}{mg} \sin 2\alpha (E_0 - mgb \sin\alpha) =$$

$$= \frac{2}{5 \cdot 10^{-2} \cdot 10} \sin 60^\circ (0,41 - 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot \sin 30^\circ) \approx 1,0 \text{ м}$$

5. **Задача** К бруску массой $M = 2$ кг прикреплён лёгкий блок (см. рисунок), через него переброшена лёгкая нерастяжимая нить, один конец которой привязан к стене, а к другому прикреплено тело массой $m = 0,75$ кг. На брусок действует сила $F = 10$ Н. Определите ускорение тела. Свободные куски нити горизонтальны и лежат в одной вертикальной плоскости, тела двигаются вдоль одной прямой. Массой блока и нити, а также трением пренебречь. Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применимость к данному случаю



Обоснование

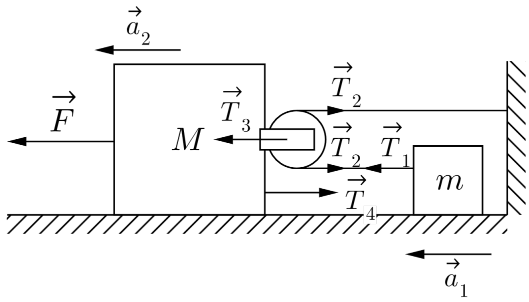
1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Брусок и тело движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки независимо от их размеров.
3. Из пп. 1 и 2 следует, что движение бруска и тела в ИСО описывается вторым законом Ньютона.
4. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.
5. Нить нерастяжима, поэтому модули ускорений подвижного блока и тела m при их прямолинейном поступательном движении отличаются в 2 раза.

Решение

Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на горизонтальную ось для тела и бруска:

$$ma_1 = T_1; \quad Ma_2 = F - T_4$$

где a_1 и a_2 ускорения тела и бруска, T_1 – сила натяжения нити, Т4 — сила, с которой блок действует на брусок.



Запишем второй закон Ньютона для невесомого блока:

$$0 = T_3 - 2T_2,$$

где T_3 – сила, с которой брусок действует на блок, T_2 –сила натяжения нити, действующая на блок.

Поскольку нить невесома, то $|\vec{T_1}| = |\vec{T_2}| = T$. По третьему закону Ньютона $\vec{T_3} = -\vec{T_4}$ или $|\vec{T_3}| = |\vec{T_4}|$.

Ускорение бруска массой M в 2 раза меньше ускорения тела массой m, так как за одно и то же время перемещение тела в 2 раза больше перемещения бруска: $a_1 = 2a_2$.

Приходим к системе уравнений:

$$\begin{cases} F - 2T = Ma_2, \\ T = m \cdot 2a_2, \end{cases} \quad \text{откуда}$$

$$a_2 = \frac{F}{M+4m}; \ a_2 = 2a_2 = \frac{2F}{M+4m} = \frac{2 \cdot 10}{2 + 4 \cdot 0,75} = 4 \text{ м/с}^2$$

6. **Задача** По гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, скользит из состояния покоя брусок массой $M = 250$ г. В тот момент, когда брусок прошёл по наклонной плоскости расстояние $x = 3,6$ м, в него попала и застряла в нём летящая навстречу ему вдоль наклонной плоскости пуля массой m. Скорость пули $v = 555$ м/с. После попадания пули брусок поднялся вверх вдоль наклонной плоскости на расстояние $S = 2,5$ м от места удара. Найдите массу пули m. Трение бруска о плоскость не учитывать.

Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему инерциальной (ИСО).

2. В ИСО изменение механической энергии тела равно работе всех приложенных к телу непотенциальных сил. При движении бруска вниз и вверх по наклонной плоскости на него действуют потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры $\vec{N}$, перпендикулярная перемещению бруска (трения нет, так как поверхность гладкая). Поэтому работа силы $\vec{N}$ при движении бруска по наклонной плоскости равна нулю. Следовательно, механическая энергия бруска при его движении до удара сохраняется. Аналогично сохраняется механическая энергия бруска и при его движении после удара.

3. Закон сохранения импульса выполняется в ИСО в проекциях на выбранную ось, если сумма внешних на эту ось равна нулю. В данном случае выбранную ось направим параллельно движению бруска. Проекции на эту наклонную ось сил тяжести, действующих на брусок и на пулю, не равны нулю. Но надо учесть, что при столкновении бруска и пули импульс каждого из двух тел меняется на конечную величину, тока как время столкновения мало. Следовательно, на каждое из двух тел в это время действовала огромная сила (это силы взаимодействия бруска и пули), по сравнению с которой сила тяжести ничтожна. Поэтому при столкновении тел силы тяжести не учитываем. Вследствие этого при описании столкновения бруска с пулей соблюдается закон сохранения импульса для системы тел "брусок+пуля".

Решение

1. Найдём скорость v_1, которую брусок приобрёл, пройдя путь x. Используем закон сохранения энергии:

$$Mgx\sin\alpha = \frac{Mv_1^2}{2}, \quad v_1 = \sqrt{2gx\sin\alpha}. \quad (1)$$

2. Учитывая абсолютно неупругий удар пули и бруска, запишем закон сохранения импульса для этих тел:

$$mv - Mv_1 = (M+m)v_2, \quad (2)$$

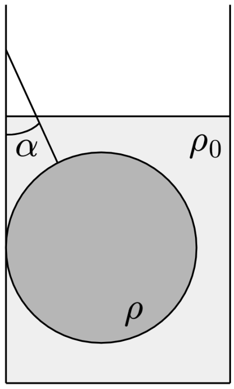
где v – скорость пули, v_2 – скорость, которую приобретут тела после неупругого удара.
3. По закону сохранения энергии бруска, поднявшегося по наклонной плоскости на расстояние S:

$$\frac{(M+m)v_2^2}{2} = (M+m)gS\sin\alpha, \quad v_2 = \sqrt{2gS\sin\alpha}. \quad (3)$$

4. Тогда

$$m = \frac{M\sqrt{2g\sin\alpha}(\sqrt{x}+\sqrt{S})}{v-\sqrt{2gS\sin\alpha}} = \frac{0,25\sqrt{2\cdot 10\cdot \sin 30^\circ}(\sqrt{3,6}+\sqrt{2,5})}{555-\sqrt{2\cdot 10\cdot 2,5\cdot \sin 30^\circ}} = 0,005 \text{ кг}$$

7. **Задача** Свинцовый шар массой 4 кг подвешен на нити и полностью погружён в воду (см. рисунок). Нить образует с вертикалью угол $\alpha = 30°$. Определите силу, с которой нить действует на шар. Плотность свинца $\rho = 11300$ кг/м^3. Трением шара о стенку пренебречь. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на шар.

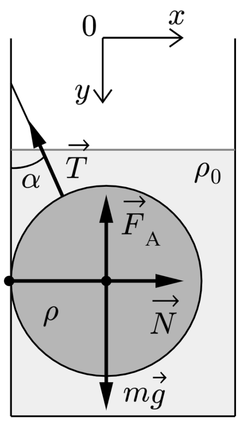


Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Описываем шар моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений, Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два: одно для поступательного движения (сумма внешних сил равна нулю), другое – для вращательного движения (сумма моментов внешних сил равна нулю).



4. В данной задаче шар целиком погружён в жидкость. Кроме того, отсут-

ствует трение между шаром и стенкой сосуда. Поэтому все внешние силы, действующие на шар, кроме силы натяжения нити, заведомо действуют по прямым, проходящим через центр шара. Значит, сумма"моментов этих сил относительно оси, проходящей через центр шара, равна нулю. Но при равновесии шара в ИСО сумма моментов всех внешних сил равна нулю. Следовательно, и момент силы натяжения нити относительно оси, проходящей через центр шара, тоже равен нулю, поэтому сама эта сила действует по прямой, проходящей через центр шара.

Решение

Запишем второй закон Ньютона:

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F_A} = 0.$$

В проекциях на оси Ox и Oy второй закон Ньютона запишем в виде:

$$\begin{cases} Ox \quad N - T\sin\alpha = 0; \quad (1) \\ Oy \quad mg - T\cos\alpha - F_A = 0. \quad (2) \end{cases}$$

Объём шара $V = \dfrac{m}{\rho}$.

Величина выталкивающей силы F_A определяется по закону Архимеда:

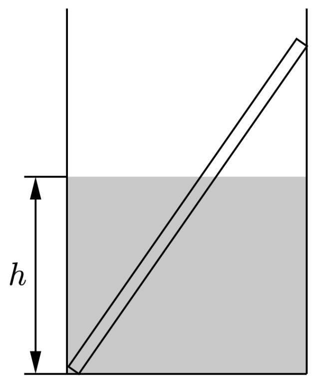
$$F_A = \rho_0 g V = mg\frac{\rho_0}{\rho},$$

где ρ_0 – плотность воды.

Выполняя математические преобразования с формулами (2) и (3), получим:

$$T = \frac{mg(\rho - \rho_0)}{\rho\cos\alpha} = \frac{4 \cdot 10 \cdot (11300 - 1000)}{11300 \cdot 0,866} \approx 42 \text{ Н}$$

8. **Задача** В гладкий высокий стакан радиусом 4 см поставили однородную тонкую палочку длиной 10 см и массой 0,9 г, после чего в стакан налили до высоты $h = 4$ см жидкость, плотность которой составляет 0,75 плотности материала палочки. Найдите модуль силы $\vec{F}$, с которой верхний конец палочки давит на стенку стакана. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на палочку. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Описываем палочку моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаются неизменным).

3. Любое движение твёрдого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твёрдого тела в ИСО ровно два: одно для поступательного движения, другое – для вращательного движения.

4. Сумма приложенных к твёрдому телу внешних сил равна нулю (условие равновесия твёрдого тела относительно поступательного движения). Поэтому сумма моментов этих сил относительно любых двух параллельных осей одна и та же. Для удобства выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через нижний конец палочки (точку А).

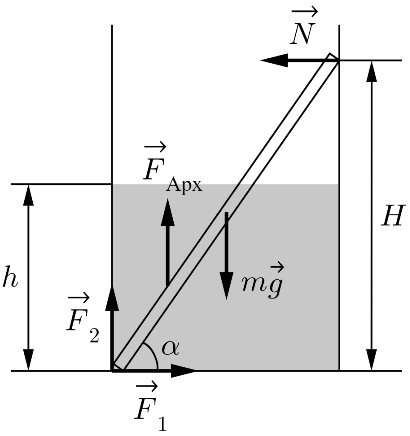
5. Стенки сосуда гладкие (трения нет), поэтому в точке В на палочку со стороны сосуда действует сила $\vec{N}$, перпендикулярная стенке.

Решение

1. Высота конца палочки относительно дна стакана

$$H = \sqrt{l^2 - 4R^2} = \sqrt{0,1^2 - 4 \cdot 0,04^2} = 0,06 \text{ м}$$

где l – длина палочки, R – радиус стакана.



2. Сила Архимеда

$$F_{\text{арх}} = \rho_{\text{ж}} \left(\frac{h}{H} V\right) g = \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho} \frac{h}{H} mg,$$

где V – объём палочки, ρ – её плотность, $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости.

3. Поскольку палочка покоится, сумма приложенных к ней сил равна нулю. Поэтому можно записать правило моментов так, чтобы исключить из него упоминание неизвестных сил $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$, т. е. записать это правило относительно оси, проходящей перпендикулярно рисунку через нижний конец палочки:

$$mgR - F_{\text{арх}} \left(\frac{h}{2} ctg\alpha\right) - NH = 0,$$

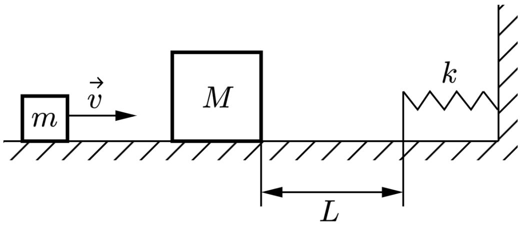
где $ctg\alpha = \dfrac{2R}{H}$. Отсюда

$$N = mg\frac{R}{H} - F_{\text{арх}} \left(\frac{h}{2H} ctg\alpha\right) = mg\frac{R}{H} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho} \left(\frac{h}{H}\right)^2\right) =$$

$$= 9 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot \frac{0,04}{0,06}\left(1 - 0,75 \cdot \frac{0,04^2}{0,06^2}\right) = 4 \cdot 10^{-3}\ \text{Н}$$

По третьему закону Ньютона, $N = F$, поэтому, $F = 4 \cdot 10^{-3}$ Н

9. **Задача** Небольшой брусок массой $m = 100$ г, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, абсолютно неупруго сталкивается с неподвижным телом массой $M = 3m$. При дальнейшем поступательном движении тела налетают на недеформированную пружину, одним концом прикреплённую к стене (см. рисунок). С какой скоростью v двигался брусок до столкновения, если после абсолютно неупругого удара бруски вернутся в точку столкновения спустя время $t = 1,7$ с? Жёсткость пружины $k = 40$ Н/м, а расстояние от точки столкновения до пружины $L = 25$ см.



Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Брусок m и тело M движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки как до, так и после столкновения независимо от их размеров.

3. По условию трение отсутствует, и поэтому все внешние силы (силы тяжести и силы реакции опоры), действующие на тела m и M, направлены вертикально и уравновешивают друг друга отдельно для каждого тела. Следовательно, в ИСО сохраняется импульс системы "брусок m и тело M"при их столкновении.

4. Когда брусок m и тело M движутся, касаясь пружины, механическая энергия системы тел "брусок m и тело M + пружина"равна

$$E_{\text{мех}} = \frac{(m+M)v^2}{2} + \frac{kx^2}{2}.$$

Изменение механической энергии системы тел в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телам системы. В данной задаче единственной такой силой является сила реакции опоры, действующая на брусок m + тело M со стороны стола. Но из-за отсутствия трения эта сила вертикальна, а составное тело $(m + M)$ движется горизонтально, поэтому работа силы реакции опоры равна нулю и $E_{\text{мех}}$ сохраняется в ИСО.

Решение

1. В процессе абсолютно неупругого столкновения сохраняется суммарный импульс системы тел:

$$mv = (m + M)v_1,$$

где v_1 – скорость тел после столкновения.

2. Так как поверхность гладкая, то трения нет, и движение тел от момента удара до момента касания свободного конца пружины будет равномерным:

$$L = v_1 t_1,$$

где t_1 – время движения на этом участке.

3. После касания пружины и до отрыва от неё тела будут двигаться, совершая гармоническое колебание. До отрыва пройдёт время $t_2 = \dfrac{T}{2}$, где T – период колебаний груза на пружине:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + M}{k}}.$$

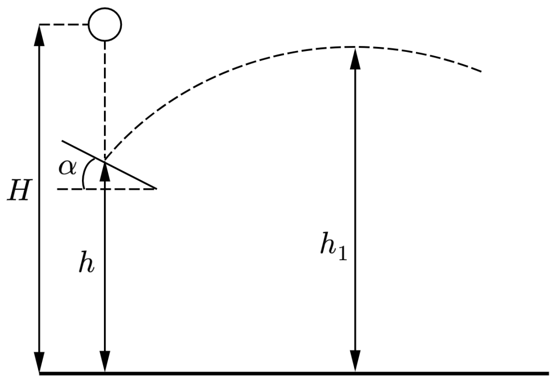
4. Отрыв тел от пружины произойдёт в точке касания пружины. По закону сохранения механической энергии при гармонических колебаниях, скорость тел в точке отрыва равна v_1. Дальнейшее движение тел будет равномерным. Поэтому полное время движения тел до точки столкновения

$$t = 2t_1 + t_2 = \frac{2L}{v_1} + \frac{T}{2} = \frac{2L(m + M)}{mv} + \pi\sqrt{\frac{m + M}{k}}.$$

Учитывая, что $M=3m$, получим $t=\frac{8L}{v}+\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$. Таким образом,

$$v=\frac{8L}{t-\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}}=\frac{8\cdot 0,25}{1,7-3,14\sqrt{\frac{4\cdot 0,1}{40}}}\approx 1,4\text{ м/с}$$

10. **Задача** Шарик падает с высоты $H = 3$ м над поверхностью Земли из состояния покоя. На высоте $h = 2$ м он абсолютно упруго ударяется о доску, расположенную под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (см. рисунок). На какую максимальную высоту h_1 после этого удара поднимется шарик от поверхности Земли? Сопротивлением воздуха пренебречь.
Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Обоснование

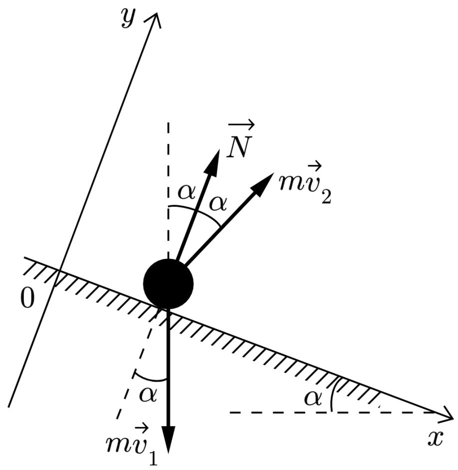
1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. При свободном падении шарика из начального положения на наклонную доску и после удара о доску до падения на землю на шарик действует только потенциальная сила тяжести. Поэтому во введённой нами ИСО при этом движении сохраняется механическая энергия шарика:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = const.$$

При абсолютно упругом ударе шарика о доску механическая энергия шарика сохраняется. Следовательно, сила трения равна нулю, а направление силы реакции опоры $\vec{N}$, действующей на шарик при ударе, перпендикулярно плоскости доски. Отметим, что $N >> mg$, так как время удара коротко, а изменение импульса шарика за время удара конечно. Поэтому при описании пренебрегаем величиной mg и записываем второй закон Ньютона для шарика в виде:

$$m\vec{v_1} - m\vec{v_1} = \vec{N}\Delta t,$$

Из того, что $\vec{N}||Oy$ (см. рисунок), следует, что $v_{2x} = v_{1x}$. Из закона сохранения механической энергии при абсолютно упругом ударе $\left(\dfrac{mv_2^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2}\right)$ следует, что $v_2 = v_1 = v$, то есть модуль скорость шарика при таком ударе не меняется. Но тогда $|v_{2y}| = |v_{1y}|$, и, следовательно, угол падения шарика на доску равен углу отражения.



Решение

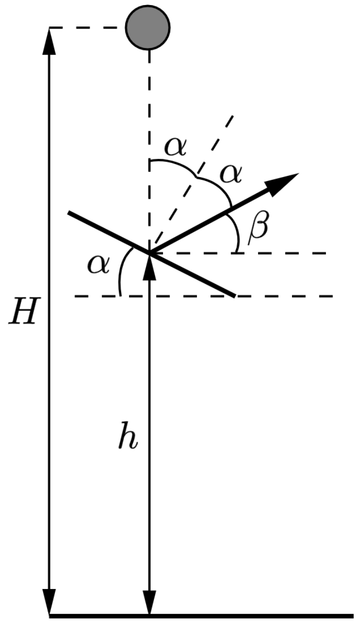
1. Модуль скорости шарика v_0 непосредственно перед ударом о доску можно найти из закона сохранения механической энергии:

$$mg(H-h) = \frac{mv_0^2}{2}.$$

2. После абсолютно упругого удара о доску модуль скорости шарика не изменится, а направление изменится. При таком ударе угол падения равен углу отражения, и скорость шарика после удара направлена под углом $\beta = 90° - 2\alpha$ к горизонту (см. рисунок). Максимальная высота подъёма шарика относительно точки удара о доску

$$\Delta h = \frac{0 - v_{0y}^2}{-2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\beta}{2g}.$$

3. Относительно поверхности Земли шарик поднимется на высоту

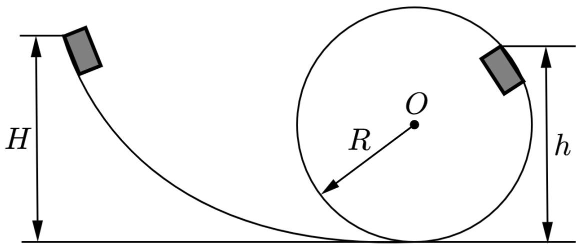


$$h-1 = h + \frac{v_0^2 \sin^2\beta}{2g} = h + (H-h)\sin^2(90-2\alpha) = h + (H-h)\cos^2 2\alpha.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$h_1 = 2 + (3-2)\cos^2(2\cdot 30^\circ) = 2,25 \text{ м}$$

11. **Задача** Небольшой кубик массой $m = 1,5$ кг начинает скользить с нулевой начальной скоростью по гладкой горке, переходящей в "мёртвую петлю"радиусом $R = 1,5$ м (см. рисунок). С какой высоты H был отпущен кубик, если на высоте $h = 2$ м от нижней точки петли сила давления кубика на стенку петли $F = 4$ Н? Сделайте рисунок с указанием сил, поясняющий решение.



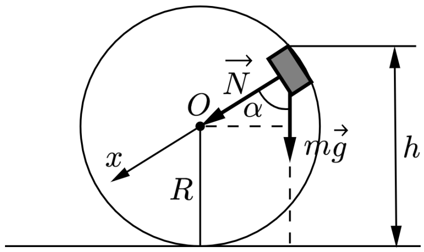
Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Кубик m имеет малые размеры по сравнению с радиусом "мёртвой петли поэтому описываем кубик моделью материальной точки.
3. В ИСО изменение механической энергии тела равно работе всех приложенных к телу непотенциальных сил. При движении кубика по горке и "мёртвой петле"на кубик действуют потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры $\vec{N}$, перпендикулярная траектории кубика в каждой её точке (трения нет, так как поверхность гладкая). Поэтому работа силы $\vec{N}$ при движении кубика по горке и "мёртвой петле"равна нулю. Следовательно, механическая энергия кубика при его движении сохраняется.
4. Из пп. 1 и 2 следует, что расчёт силы давления $\vec{N}$ стенки "мёртвой петли"на кубик опирается на второй закон Ньютона.
5. Искомая сила давления $\vec{F}$ кубики на стенку "мёртвой петли"связана с силой $\vec{N}$ третьим законом Ньютона: $\vec{F} = -\vec{N}$.

Решение

1. Пусть скорость кубика на высоте h равна v, а в нижней точке петли потенциальная энергия кубика равна нулю. Тогда по закону сохранения ме-



ханической энергии

$$mgH = \frac{mv^2}{2} + mgh.$$

2. Когда кубик находится на высоте h, на него действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на радиальное направление (Ох на рисунке):

$$mg\cos\alpha + N = \frac{mv^2}{R},$$

где $\dfrac{v^2}{R} = a_n$ – центростремительное ускорение кубика в этой точке.

По третьему закону Ньютона $N = F$. Из рисунка видно, что $\cos\alpha = \dfrac{h-R}{R}$.

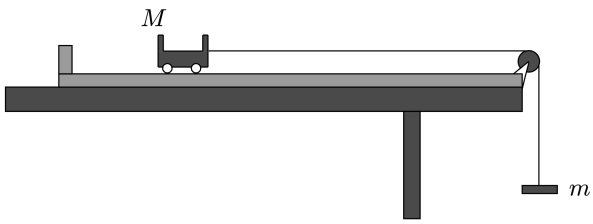
3. Из выражений п. 2 получим скорость кубика на высоте h:

$$v^2 = g(h-R) + R\frac{F}{m}$$

4. Подставив полученное значение 2 в формулу п. 1, найдём искомую высоту:

$$H = \frac{v^2}{2g} + h = \frac{3h-R}{2} + \frac{RF}{2mg} = \frac{3\cdot 2 - 1,5}{2} + \frac{1,5\cdot 4}{2\cdot 1,5\cdot 10} = 2,45 \text{ м}$$

12. **Задача** В установке, изображённой на рисунке, масса грузика m подобрана так, что первоначально покоящаяся тележка после толчка вправо движется равномерно по поверхности трибометра. С каким ускорением будет двигаться тележка, если её толкнуть влево? Масса грузика m в 9 раз меньше массы тележки M. Блок идеален. Нить невесома и нерастяжима. Силу сопротивления движению тележки считать постоянной и одинаковой в обоих случаях.



Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Тележка M и грузик m движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки независимо от их размеров.

8. Из п.п. 1 и 2 следует, что движение тележки и грузика в ИСО описывается вторым законом Ньютона.

4. Нить нерастяжима, поэтому модули ускорений тележки и грузика при их прямолинейном поступательном движении одинаковы.

5. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

Решение

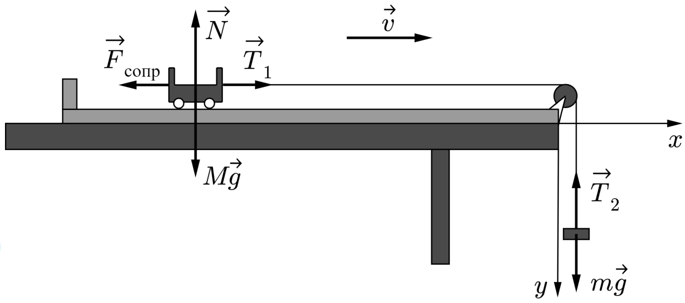


Рис. а

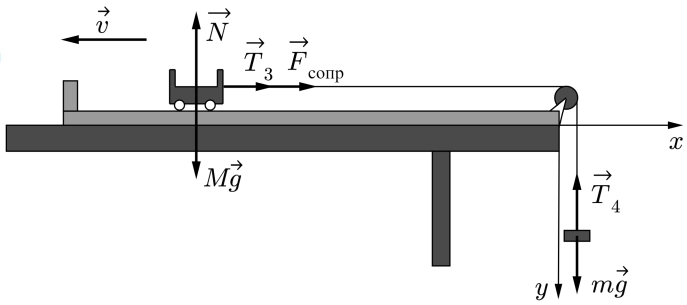


Рис. б

При равномерном движении тележки вправо ($a_т = 0$, см. рис. а) получаем с учётом второго закона Ньютона систему уравнений

$$\begin{cases} T_1 = T_2 = T_0, \\ T_1 - F_{сопр} = 0, \\ mg - T_2. \end{cases}$$

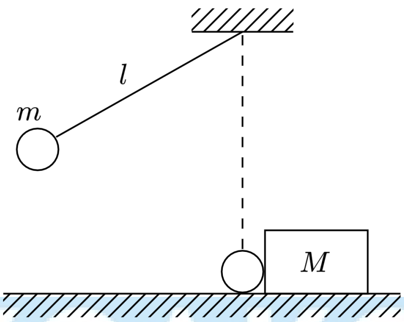
Из неё получаем, что $F_{сопр} = mg$, где $F_{сопр}$ – модуль силы сопротивления. После толчка влево скорость тележки направлена влево (см. рис. б), а её ускорение направлено вправо. Ускорение груза направлено вниз. С учётом второго закона Ньютона получаем систему уравнений

$$\begin{cases} T_3 = T_4 = T, \\ T_3 + F_{сопр} = Ma_т, \\ mg - T_4 = ma_г. \end{cases}$$

Отсюда получим $a_т = \dfrac{T + F_{сопр}}{M}$ и $a_г = \dfrac{mg - T}{m}$, где T – модуль силы натяжения нити.
Нить нерастяжима, и поэтому $a_г = a_т$ и $\dfrac{T + F_{сопр}}{M} = \dfrac{mg - T}{m}$, откуда $T = \dfrac{mMg - mF_{сопр}}{m + M}$. Учитывая, что $F_{сопр} = mg$, получаем: $T = \dfrac{M - m}{M + m} \cdot mg = 0,8mg$.
Тогда $a_т = \dfrac{T + F_{сопр}}{M} = \dfrac{0,8mg + mg}{9m} = 0,2g = 2$ м/с^2

13. **Задача** Маленький шарик массой $m = 0,25$ кг подвешен на лёгкой нерастяжимой нити длиной $l = 0,8$ м, которая разрывается при некоторой силе натяжения Шарик отведён от положения равновесия (оно показано на рисунке пунктиром) и отпущен. Когда шарик проходит положение равновесия, нить обрывается, и шарик тут же абсолютно неупруго сталкивается с бруском массой $M = 2,75$ кг, лежащим неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности стола. Скорость бруска после удара $u = 0,4$ м/с. Определите величину силы T_0. Считать, что брусок после удара движется поступательно.

Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шарик m имеет малые размеры по сравнению с длиной нити, а брусок M движется поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки.

3. Пока шарик движется на нити к своему положению равновесия, на него действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$. Механическая энергия шарика

$$E_{\text{мех}} = \frac{(m+M)v^2}{2} + mgh.$$

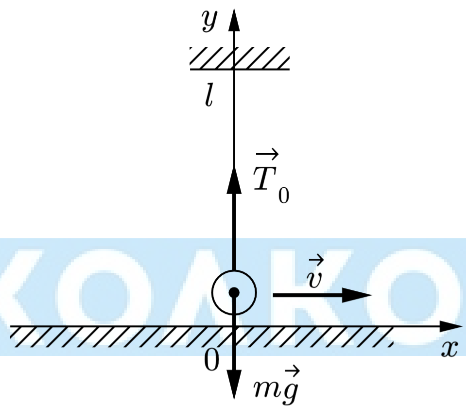
Изменение механической энергии тела в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телу. В данной задаче единственной такой силой является сила натяжения нити $\vec{T}$. В каждой точке траектории $\vec{T} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость шарик, поэтому работа силы $\vec{T}$ равна нулю и механическая энергия шарика на этом участке его движения сохраняется.

4. При столкновении шарика с бруском все внешние силы, действующие на систему тел "шарик+брусок направлены вертикально (поверхность стола горизонтальна, трения нет). Поэтому при этом столкновении сохраняется горизонтальная проекция импульса системы тел "шарик+брусок".

Решение

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy инерциальной системы отсчёта Oxy, связанной с Землёй:

$$\frac{mv^2}{l} = T_0 - mg, \text{ откуда: } T_0 = mg + \frac{mv^2}{l}.$$



2. При прохождении положения равновесия нить обрывается, и шарик, движущийся горизонтально со скоростью v, абсолютно неупруго сталкивается с покоящимся бруском. При столкновении сохраняется импульс системы "шарик + брусок". В проекциях на ось Ох получаем: $mv = (M + m)u$, где u – проекция скорости бруска с шариком после удара на ось Ох. Отсюда $v = \dfrac{(M+m)u}{m}$ и

$$T_0 = mg + \frac{(M+m)^2u^2}{ml} = 0,25 \cdot 10 + \frac{(2,75 + 0,25)^2 \cdot 0,4^2}{0,25 \cdot 0,8} = 9,7 \text{ Н}$$

14. **Задача** В маленький шар, висящий на нити длиной $l = 50$ см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая со скоростью $v_0 = 300$ м/с пуля массой $m = 10$ г. Определите максимальную массу шара, при которой он после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Шарик M имеет малые размеры по сравнению с длиной нити, а пуля ещё меньше, поэтому описываем шарик и пулю моделью материальной точки.
3. Считаем, что время застревания пули в шаре очень мало, и нить, на которой висит шарик, за это не успевает заметно отклониться от вертикали. Поэтому все внешние силы, действующие на пулю и шарик при столкновении (силы тяжести $M\vec{g}$ и $m\vec{g}$, а также сила натяжения нити $\vec{T}$), направлены вертикально. Следовательно, в ИСО при попадании пули в шарик сохраняется горизонтальная составляющая импульса системы тел "шарик M + пуля m".
4. После попадания пули в шарик при движении составного тела $(M + m)$ по вертикальной окружности механическая энергия этого тела равна

$$E_{\text{мех}} = \frac{(M+m)v^2}{2} + (M+m)gh,$$

где v – модуль скорости этого тела, когда оно находится на высоте h от нижней точки окружности. Изменение механической энергии тела в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телу. В данном случае единственной такой силой является сила натяжения нити $\vec{T}$ (сопротивлением воздуха пренебрегли). В каждой точке траектории $\vec{T} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость тела $(M+m)$, поэтому работа силы $\vec{T}$ равна нулю и механическая энергия тела $(M+m)$ сохраняется.
5. Из пп. 1 и 2 следует, что условие прохождения составным телом $(M+m)$ в верхней точки окружности описывается в ИСО вторым законом Ньютона

Решение

Закон сохранения импульса связывает скорость пули v_0 перед ударом со скоростью v_1 составного тела массой $m+M$ сразу после удара: $mv_0 = (m+M)v_1$, а закон сохранения механической энергии – скорость составного тела сразу после удара с его скоростью v_2 в верхней точке:

$$\frac{(m+M)v_1^2}{2} = \frac{(m+M)v_2^2}{2} + (m+M)g\cdot 2l.$$

Условие максимальности M означает, что шар совершает полный оборот по окружности в вертикальной плоскости, но при этом натяжение нити в верхней точке (и только в ней!) обращается в нуль. Второй закон Ньютона в проекциях на радиальное направление x в этот момент принимает вид:

$$(m+M)g = (m+M)a_{\text{ц}} = \frac{(m+M)v_2^2}{l}.$$

Выразив отсюда v_2^2 и подставив этот результат в закон сохранения энергии, получим: $v_1 = \sqrt{5gl}$. Подставив выражение для v_1 в закон сохранения импульса, получим:

$$M = m\left(\frac{v_0}{\sqrt{5gl}} - 1\right) = 0,01\left(\frac{300}{\sqrt{5\cdot 10\cdot 0,5}} - 1\right) = 0,59 \text{ кг} = 590 \text{ г}$$

15. **Задача** Снаряд массой 4 кг, летящий со скоростью 400 м/с, разрывается на две равные части, одна из которых летит в направлении движения снаряда, а другая – в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличивается на 0,5 МДж. Найдите скорость осколка, летящего по направлению движения снаряда. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Какие законы Вы использовали для описания разрыва снаряда? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Обоснование

1. Введем инерциальную систему отсчёта, связанную с Землёй, и направим ось Ох системы координат в направлении начальной скорости движения снаряда.
2. При описании движения снаряда и осколков используем модель материальной точки.
3. Для описания разрыва снаряда использован закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю. В данном случае из-за отсутствия сопротивления воздуха внешней силой является только сила тяжести $m\vec{g}$, которая не равна нулю. Но этим можно пренебречь, считая время разрыва снаряда малым. За малое время разрыва импульс каждого из осколков меняется на конечную величину за счёт больших внутренних сил, разрывающих снаряд при взрыве. По сравнению с этими большими силами конечная сила тяжести пренебрежимо мала.
4. Так как время разрыва снаряда считаем малым, то можно пренебречь и изменением потенциальной энергии снаряда и его осколков в поле тяжести в процессе разрыва.

Решение

1. Запишем для снаряда закон сохранения импульса в проекциях на ось Ох и закон сохранения энергии для снаряда:

$$2mv_0 = mv_1 - mv_2 \tag{1}$$

$$2m\frac{v_0^2}{2} + \Delta E = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \tag{2}$$

2. Выразим v_2 из первого уравнения:

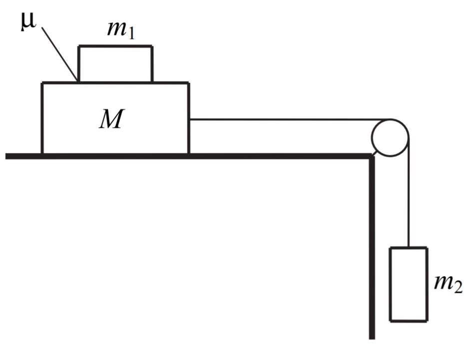
$$v_2 = v_1 = 2v_0$$

и подставим во второе:

$$v_1^2 - 2v_0v_1 + v_0^2 - \frac{\Delta E}{m} = 0$$

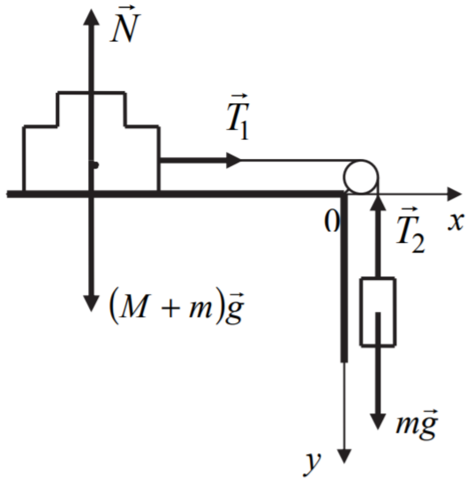
16. **Задача**

Система грузов M, m_1 и m_2, показанная на рисунке, движется из состояния покоя. Поверхность стола горизонтальная гладкая. Коэффициент трения между грузами M и m_1 $\mu = 0{,}2$. Грузы M и m_2 связаны лёгкой нерастяжимой нитью, которая скользит по блоку без трения. Пусть $M = 1{,}2$ кг, $m_1 = m_2 = m$. При каких значениях m грузы M и m_1 движутся как одно целое? Какие законы Вы использовали для описания движения системы грузов? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела.



Обоснование

1. Будем считать систему отсчёта, связанную со столом, инерциальной. 2.



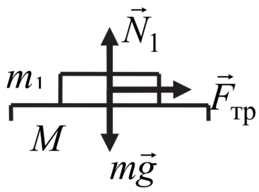
Пока грузы M и m_1 движутся как одно целое, их можно считать одним твёрдым телом $(M+m)$ сложной формы. Это тело движется поступательно, как и груз m_2, поэтому можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

3. На рисунке показаны внешние силы, действующие на это тело и на груз

m_2.

4. Так как нить лёгкая и скользит по блоку без трения, то можно считать

$$T_1 = T_2 = T$$



5. Так как нить нерастяжима, то ускорения тел

$$a_1 = a_2 = a$$

6. Груз m_1 покоится относительно груза M. Силы, действующие на этот груз, показаны на рисунке. Так как на груз действует сила трения покоя, то она удовлетворяет условию $F < \mu N_1$.