

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ mal}}$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$$

W-be:

$$\textcircled{1} \quad a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$(2^2 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5)$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{3^5}{3^2} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 3^3$$

$$\frac{3^2}{3^5} = 3^{2-5} = 3^{-3} = \frac{3^2}{3^5} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{3^3}$$

$$\textcircled{3} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$(2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8})$$

$$\textcircled{4} \quad a^0 = 1$$

$$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$$

$$\textcircled{4} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^6$$

$$\frac{a^2}{a^2} = \frac{a^1 \cdot a^1}{a^1 \cdot a^1} = 1$$

$$a^{2-2} = a^0 = 1$$

$$\textcircled{5} \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(2 \cdot 3)^2 = \underline{2 \cdot 3} \cdot \underline{2 \cdot 3} = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\textcircled{6} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3}$$

Степени. Корни. Все прототипы задачи №8

1 Найдите значение выражения

$$\frac{9^{-6} \cdot 9^{15}}{9^7}$$

$$\frac{9^{-6} \cdot 9^{15}}{9^7} = \frac{9^{-6+15}}{9^7} = \frac{9^9}{9^7} = 9^{9-7} = 9^2 = 9 \cdot 9 = 81$$

2 Найдите значение выражения

$$\frac{11^{-3} \cdot 11^{12}}{11^8}$$

$$\frac{11^{-3} \cdot 11^{12}}{11^8} = \frac{11^{-3+12}}{11^8} = \frac{11^9}{11^8} = 11^{9-8} = 11^1 = 11$$

3 Найдите значение выражения

$$\frac{2^{-3} \cdot 2^{19}}{2^{13}}$$

$$\frac{2^{-3} \cdot 2^{19}}{2^{13}} = \frac{2^{-3+19}}{2^{13}} = \frac{2^{16}}{2^{13}} = 2^{16-13} = 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

4

Найдите значение выражения

$$\frac{3^7}{81}$$

$$\frac{3^7}{81} = \frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3 = 27$$

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_9 \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_9$$

5

Найдите значение выражения

$$\frac{1}{2^{-11}} \cdot \frac{1}{2^7}$$

$$\frac{1}{2^{-11}} \cdot \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2^{-11} \cdot 2^7} = \frac{1}{2^{-11+7}} = \frac{1}{2^{-4}} = \frac{1}{\frac{1}{2^4}} = 1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2^4}} = 1 \cdot 2^4 = 2^4 = 16$$

6

Найдите значение выражения

$$\frac{10^6}{2^5 \cdot 5^4}$$

$$\frac{10^6}{2^5 \cdot 5^4} = \frac{(2 \cdot 5)^6}{2^5 \cdot 5^4} = \frac{\cancel{2^6} \cdot \cancel{5^6}}{\cancel{2^5} \cdot \cancel{5^4}} \cdot 5^2 =$$

$$= 2 \cdot 5^2 = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$$

7

Найдите значение выражения

$$\frac{6^{12} \cdot 11^{10}}{66^{10}}$$

$$\frac{6^{12} \cdot 11^{10}}{66^{10}} = \frac{6^{12} \cdot 11^{10}}{(6 \cdot 11)^{10}} = \frac{6^2 \cdot \cancel{6^{10}} \cdot \cancel{11^{10}}}{\cancel{6^{10}} \cdot \cancel{11^{10}}} = 6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

8

Найдите значение выражения

$$\frac{(3 \cdot 10)^8}{3^6 \cdot 10^7}$$

$$\frac{(3 \cdot 10)^8}{3^6 \cdot 10^7} = \frac{3^8 \cdot 10^8}{3^6 \cdot 10^7} = \frac{3^8}{3^6} \cdot \frac{10^8}{10^7} = 3^{8-6} \cdot 10^{8-7} = 3^2 \cdot 10^1 = 9 \cdot 10 = 90$$

9

Найдите значение выражения

$$\frac{(3^7)^{-2}}{3^{-16}}$$

$$\frac{(3^7)^{-2}}{3^{-16}} = \frac{3^{-14}}{3^{-16}} = 3^{-14 - (-16)} = 3^{-14 + 16} = 3^2 = 9$$

10

Найдите значение выражения $\frac{4^5}{16}$

$$\frac{4^5}{16} = \frac{4^5}{4^2} = 4^{5-2} = 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

11

Найдите значение выражения $\frac{a^9 \cdot a^{12}}{a^{18}}$ при $a = 4$.

$$\frac{a^9 \cdot a^{12}}{a^{18}} = \frac{a^{9+12}}{a^{18}} = \frac{a^{21}}{a^{18}} = a^{21-18} = a^3; \quad 4^3 = 64$$

12

Найдите значение выражения $\frac{(a^7)^2}{a^{12}}$ при $a = 5$.

$$\frac{(a^7)^2}{a^{12}} = \frac{a^{14}}{a^{12}} = a^{14-12} = a^2; \quad 5^2 = 25$$

13

Найдите значение выражения $a^8 \cdot a^{17} : a^{20}$ при $a = 2$.

$$\begin{aligned} a^8 \cdot a^{17} : a^{20} &= a^{8+17} : a^{20} = a^{25} : a^{20} = \\ &= \frac{a^{25}}{a^{20}} = a^{25-20} = a^5; \quad 2^5 = 32 \end{aligned}$$

14

Найдите значение выражения $\frac{(a^9)^3 \cdot a^7}{a^{29}}$ при $a = 2$.

$$\frac{(a^9)^3 \cdot a^7}{a^{29}} = \frac{a^{27} \cdot a^7}{a^{29}} = \frac{a^{27+7}}{a^{29}} = \frac{a^{34}}{a^{29}} = a^5;$$

$2^5 = 32$

15

Найдите значение выражения $\frac{a^{23} \cdot (b^5)^4}{(a \cdot b)^{20}}$ при $a = 2$ и $b = \sqrt{2}$.

$$\frac{a^{23} \cdot (b^5)^4}{(a \cdot b)^{20}} = \frac{a^{23} \cdot b^{20}}{a^{20} \cdot b^{20}} = \frac{a^{23}}{a^{20}} = a^{23-20} = a^3$$

$2^3 = 8$

16

Найдите значение выражения $\frac{a^{16} \cdot a^{-7}}{a^6}$ при $a = 3$.

$$\frac{a^{16} \cdot a^{-7}}{a^6} = \frac{a^{16+(-7)}}{a^6} = \frac{a^9}{a^6} = a^3$$

$3^3 = 27$

17 Найдите значение выражения $a^{-13} \cdot (a^8)^2$ при $a = 3$.

$$a^{-13} \cdot (a^8)^2 = a^{-13} \cdot a^{16} = a^{-13+16} = a^3$$
$$3^3 = 27$$

18 Найдите значение выражения $a^{-14} \cdot (a^9)^2$ при $a = 3$.

$$a^{-14} \cdot (a^9)^2 = a^{-14} \cdot a^{18} = a^{-14+18} =$$
$$= a^4$$

$$3^4 = \underbrace{3 \cdot 3}_9 \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_9 = 81$$

Def ①

$$\sqrt{a} = b ; \begin{cases} b \geq 0 \\ a \geq 0 \end{cases} b^2 = a$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{100} = 10$$

cb-ba

① $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

② $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

③ $(\sqrt{a})^2 = a$

$$(\sqrt{3})^2 = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 3} = 3$$

④ $\sqrt{a^2} = |a|$

$$\sqrt{5^2} = 5$$

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{5} \cdot (5\sqrt{5} - \sqrt{2}) = \sqrt{5} \cdot 5\sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} =$$

$$= 5 \cdot \underbrace{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}_5 - \sqrt{10} = 25 - \sqrt{10}$$

$$2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{8}$$

$$\sqrt{288} = \sqrt{2 \cdot 144} = \sqrt{2 \cdot 12 \cdot 12} = 12\sqrt{2}$$

$$\sqrt{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 30\sqrt{2}$$

19 Найдите значение выражения

$$\frac{72}{(2\sqrt{3})^2}$$

$$\frac{72}{(2\sqrt{3})^2} = \frac{72}{(2 \cdot \sqrt{3})^2} = \frac{72}{2^2 \cdot (\sqrt{3})^2} = \frac{18 \cancel{4} 2}{4 \cdot 3} = \frac{18}{3} = 6$$

20 Найдите значение выражения

$$(\sqrt{45} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{45} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} &= (3\sqrt{5} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \\ \sqrt{45} &= \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 5} = 3\sqrt{5} &= 2 \cdot \underbrace{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}_5 = 10 \end{aligned}$$

21 Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{51} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{17}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{51} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{17}} &= \frac{\sqrt{51 \cdot 12}}{\sqrt{17}} = \sqrt{\frac{3 \cancel{51} \cdot 12}{\cancel{17}}} = \sqrt{3 \cdot 12} = \\ &= \sqrt{36} = 6 \end{aligned}$$

22

Найдите значение выражения

$$\sqrt{13 \cdot 18} \cdot \sqrt{26}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{13 \cdot 18} \cdot \sqrt{26} &= \sqrt{13 \cdot 18 \cdot 26} = \sqrt{13 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 2} = \\ &= \sqrt{13 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 2} = 13 \cdot 3 \cdot 2 = 13 \cdot 6 = 78 \end{aligned}$$

23

Найдите значение выражения

$$\sqrt{5^6}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{5^6} &= \sqrt{(5^3)^2} = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \\ \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} &= 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \end{aligned}$$

24

Найдите значение выражения

$$\frac{90}{(3\sqrt{5})^2}$$

$$\frac{90}{(3\sqrt{5})^2} = \frac{90}{3^2 \cdot (\sqrt{5})^2} = \frac{\cancel{90}^{10}}{\cancel{9} \cdot 5} = \frac{10}{5} = 2$$

25

Найдите значение выражения

$$\frac{(2\sqrt{5})^2}{160}$$

$$\frac{(2\sqrt{5})^2}{160} = \frac{2^2 \cdot (\sqrt{5})^2}{160} = \frac{4 \cdot 5}{160} = \frac{20}{160} = \frac{1}{8} = 0,125$$

26

Найдите значение выражения

$$4\sqrt{17} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{34}$$

$$4\sqrt{17} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{34} = 4 \cdot \sqrt{17} \cdot 5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{34} =$$

$$= 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{34} = 20 \cdot \sqrt{17 \cdot 2 \cdot 34} =$$

27

Найдите значение выражения

$$\sqrt{9^3}$$

$$= 20 \cdot \sqrt{17 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 2} = 20 \cdot 17 \cdot 2 =$$

$$= 40 \cdot 17 =$$

$$= 680$$

$$\sqrt{9^3} = \sqrt{9 \cdot 9 \cdot 9} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} =$$

$$= 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

28

Найдите значение выражения

$$(\sqrt{31} - 3)(\sqrt{31} + 3)$$

$$(\sqrt{31} - 3)(\sqrt{31} + 3) = (\sqrt{31})^2 - 3^2 = 31 - 9 = 22$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

29

Найдите значение выражения

$$(\sqrt{17} + 2)^2 - 4\sqrt{17}$$

$$(\sqrt{17} + 2)^2 - 4\sqrt{17} = (\sqrt{17})^2 + 2 \cdot \sqrt{17} \cdot 2 + 2^2 - 4\sqrt{17} =$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 17 + 4\sqrt{17} + 4 - 4\sqrt{17} = 21$$

30

Найдите значение выражения

$$\sqrt{11 \cdot 32} \cdot \sqrt{22}$$

$$\sqrt{11 \cdot 32} \cdot \sqrt{22} = \sqrt{11 \cdot 32 \cdot 22} = \sqrt{11 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11}$$

$$= 11 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 11 \cdot 8 = 88$$

31

Найдите значение выражения

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$$

32

Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{65} \cdot \sqrt{13}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{65} \cdot \sqrt{13}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{65 \cdot 13}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{\cancel{13} \cdot 13}}{\cancel{5}} = \sqrt{13 \cdot 13} = 13$$

33 Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{16} \cdot x^6 y^4}$ при $x = 2$ и $y = 5$.

$$\sqrt{\frac{1}{16} \cdot 2^6 \cdot 5^4} = \sqrt{\frac{2^6}{2^4} \cdot 5^4} = \sqrt{2^2 \cdot 5^4} = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 25 = 50$$

34 Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{16a^{14}}{a^8}}$ при $a = 3$.

$$\sqrt{\frac{16 \cdot a^{14}}{a^8}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 3^{14}}{3^8}} = \sqrt{16 \cdot 3^6} = 4 \cdot 3^3 = 4 \cdot 27 = 108$$

35 Найдите значение выражения $\sqrt{9a^2 + 6ab + b^2}$ при $a = \frac{5}{13}$ и $b = 6\frac{11}{13}$.

$$\begin{aligned} \sqrt{9a^2 + 6ab + b^2} &= \sqrt{(3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot b + b^2} = \\ &= \sqrt{(3a + b)^2} = \\ (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= |3a + b| = \\ &= \left| 3 \cdot \frac{5}{13} + 6\frac{11}{13} \right| = \frac{15}{13} + 6\frac{11}{13} = \end{aligned}$$

$$= \frac{15}{13} + 6 + \frac{11}{13} = 6 + \frac{26}{13} = 6 + 2 = 8$$

36

Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{36a^{21}}{a^{15}}}$ при $a = 2$.

$$\sqrt{\frac{36a^{21}}{a^{15}}} = \sqrt{\frac{36 \cdot 2^{21}}{2^{15}}} = \sqrt{36 \cdot 2^6} = 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 8 = 48$$

37

Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{16} \cdot x^{10}y^2}$ при $x = 2$ и $y = 3$.

$$\sqrt{\frac{1}{16} \cdot 2^{10} \cdot 3^2} = \sqrt{\frac{2^{10}}{2^4} \cdot 3^2} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$$

38

Найдите значение выражения $\sqrt{(-a)^2 \cdot a^4}$ при $a = 3$.

$$\sqrt{(-3)^2 \cdot 3^4} = \sqrt{9 \cdot 3^4} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

39

Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 - 8ab + 16b^2}$ при $a = 4$ и $b = 3$.

$$\sqrt{a^2 - 8ab + 16b^2} = \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot 4b + (4b)^2} = \sqrt{(a - 4b)^2} = |a - 4b| = |4 - 4 \cdot 3| = |4 - 12| = |-8| = 8$$