

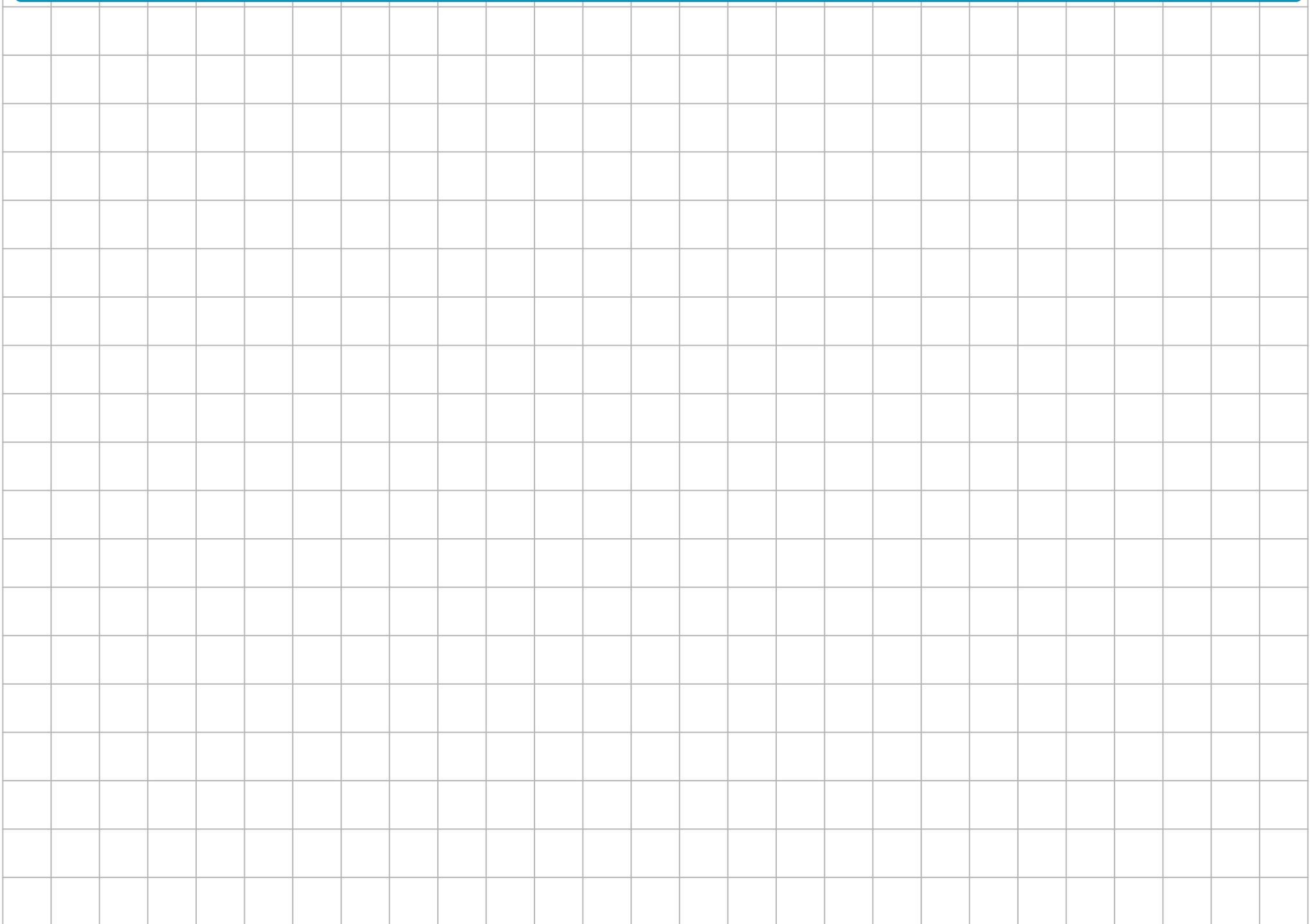
Решение всех прототипов №24. Часть 2

1

Точка  $K$  — середина боковой стороны  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Докажите, что площадь треугольника  $KAB$  равна половине площади трапеции.

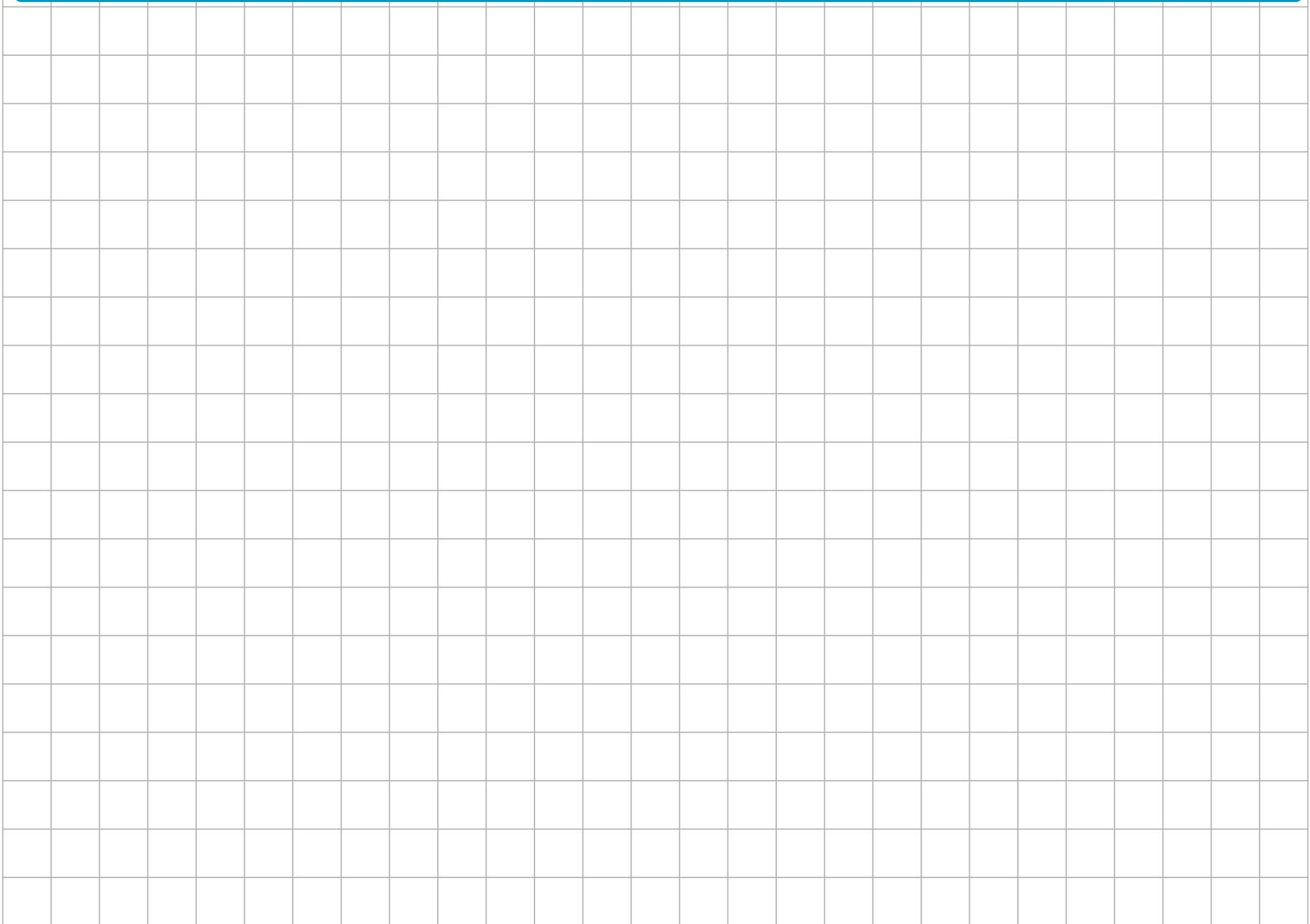
2

Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.



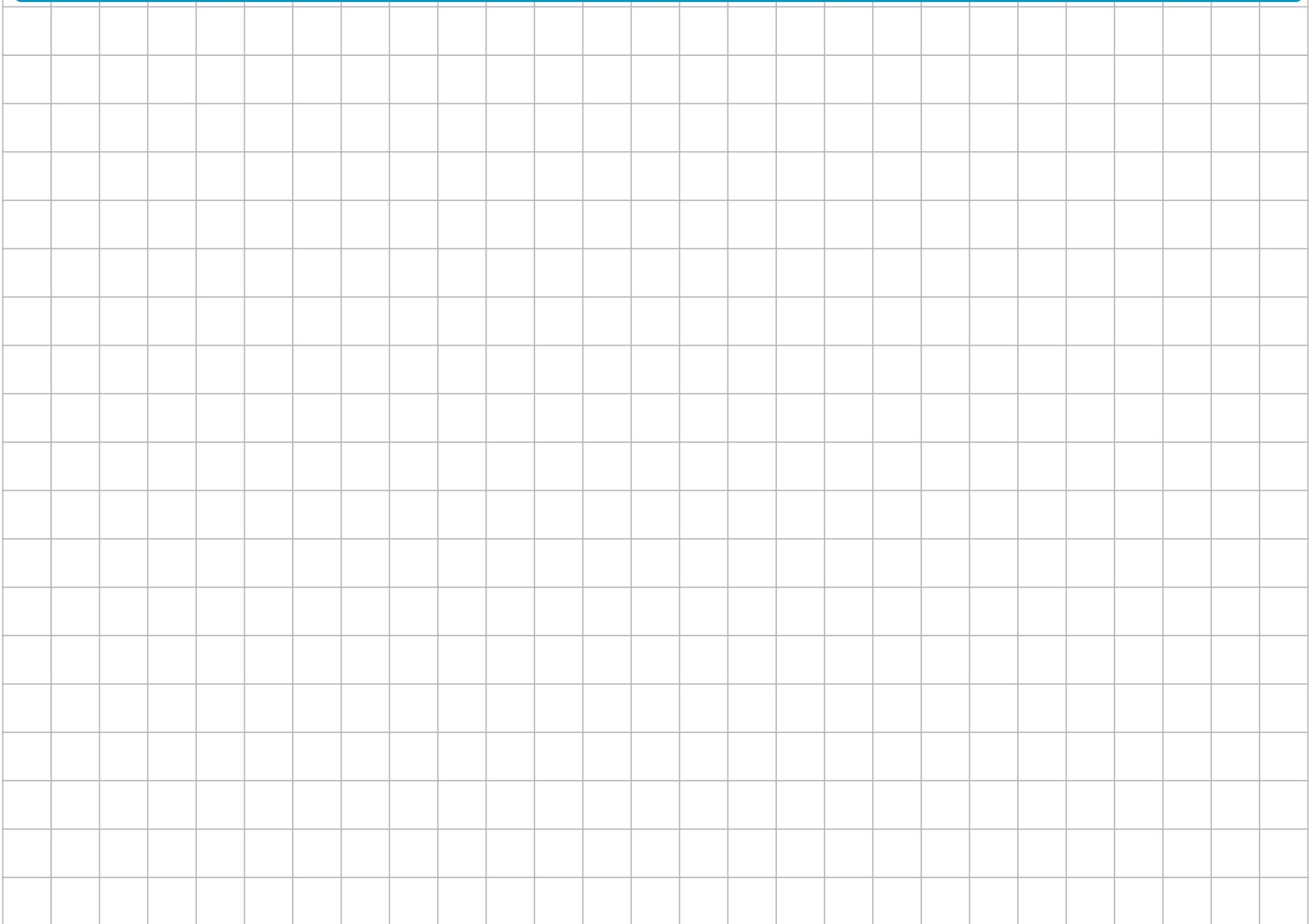
3

В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $CDB$  и  $CAB$  равны. Докажите, что углы  $BCA$  и  $BDA$  также равны.



4

В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что углы  $CC_1A_1$  и  $CAA_1$  равны.

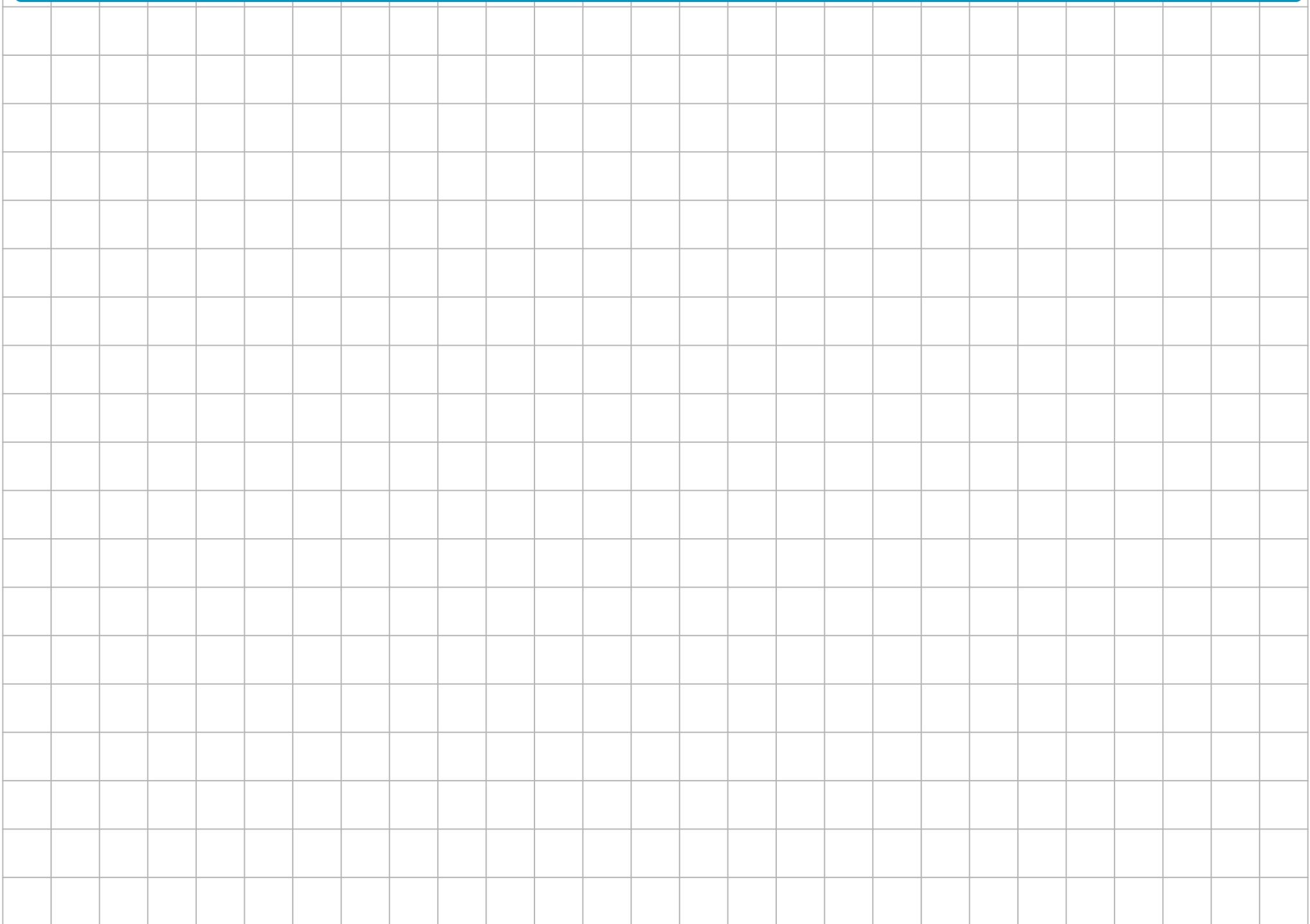


5

В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $BAC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что треугольники  $AB_1C_1$  и  $ABC$  подобны.

6

Окружности с центрами в точках  $M$  и  $N$  пересекаются в точках  $S$  и  $T$ , причём точки  $M$  и  $N$  лежат по одну сторону от прямой  $ST$ . Докажите, что прямые  $MN$  и  $ST$  перпендикулярны.



7

Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m : n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m : n$ .