

Геометрия. Задача №24

1

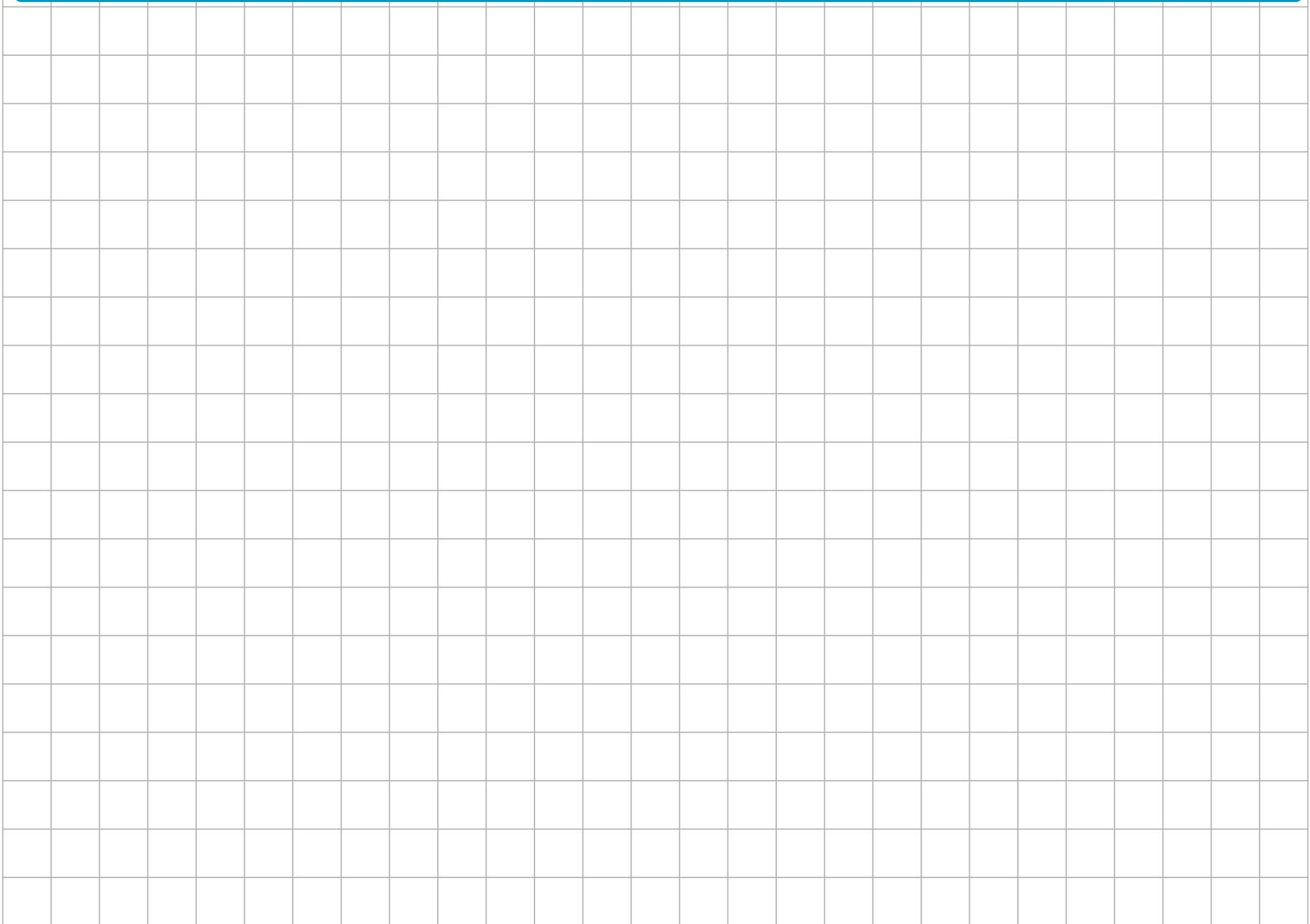
Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.

2

В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $CDB$  и  $CAB$  равны. Докажите, что углы  $BCA$  и  $BDA$  также равны.

3

В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что углы  $CC_1A_1$  и  $CAA_1$  равны.



4

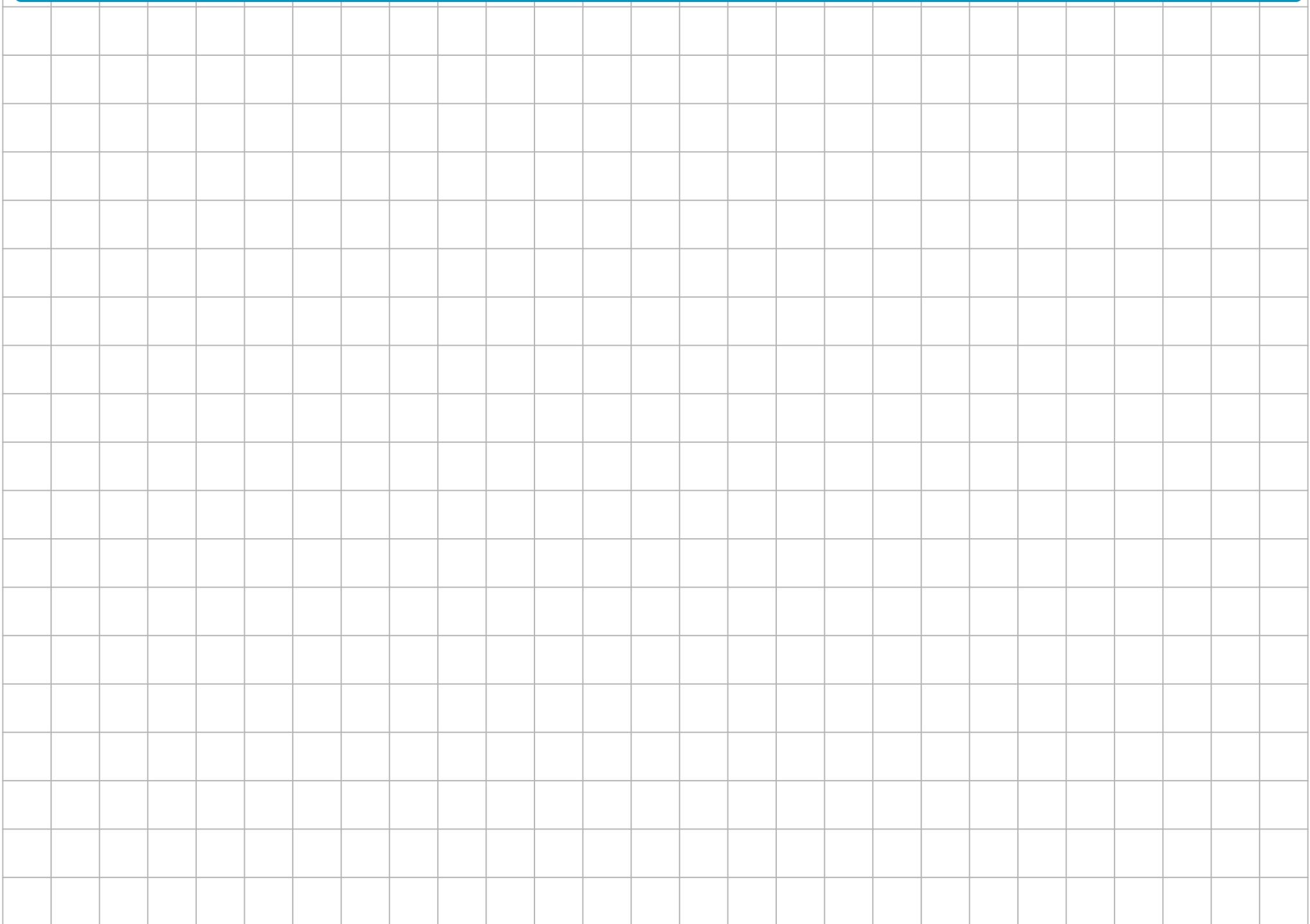
В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $BAC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что треугольники  $AB_1C_1$  и  $ABC$  подобны.

5

Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m : n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m : n$ .

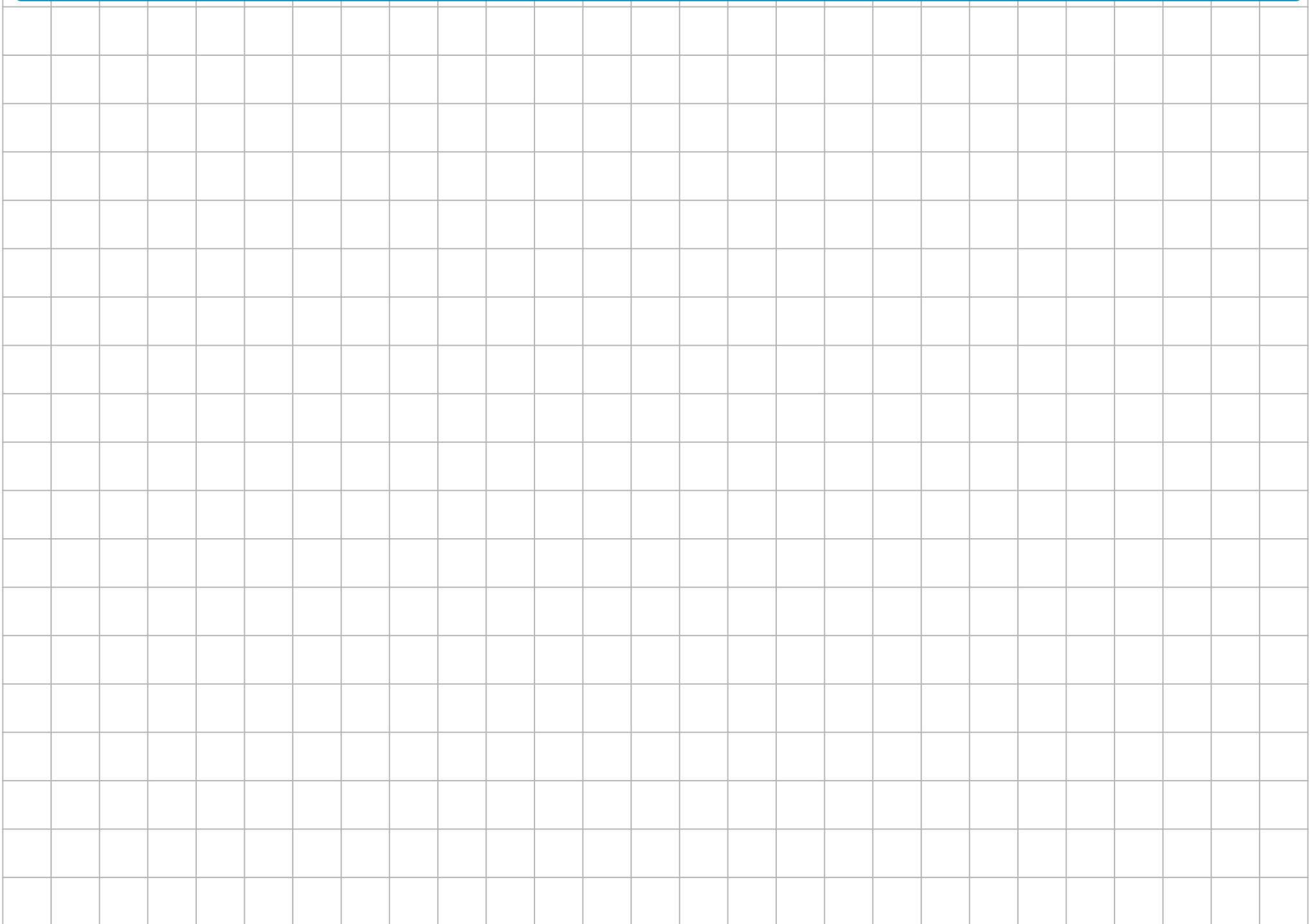
6

Окружности с центрами в точках  $M$  и  $N$  пересекаются в точках  $S$  и  $T$ , причём точки  $M$  и  $N$  лежат по одну сторону от прямой  $ST$ . Докажите, что прямые  $MN$  и  $ST$  перпендикулярны.



7

Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 5 и 45,  $BD = 15$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.



8

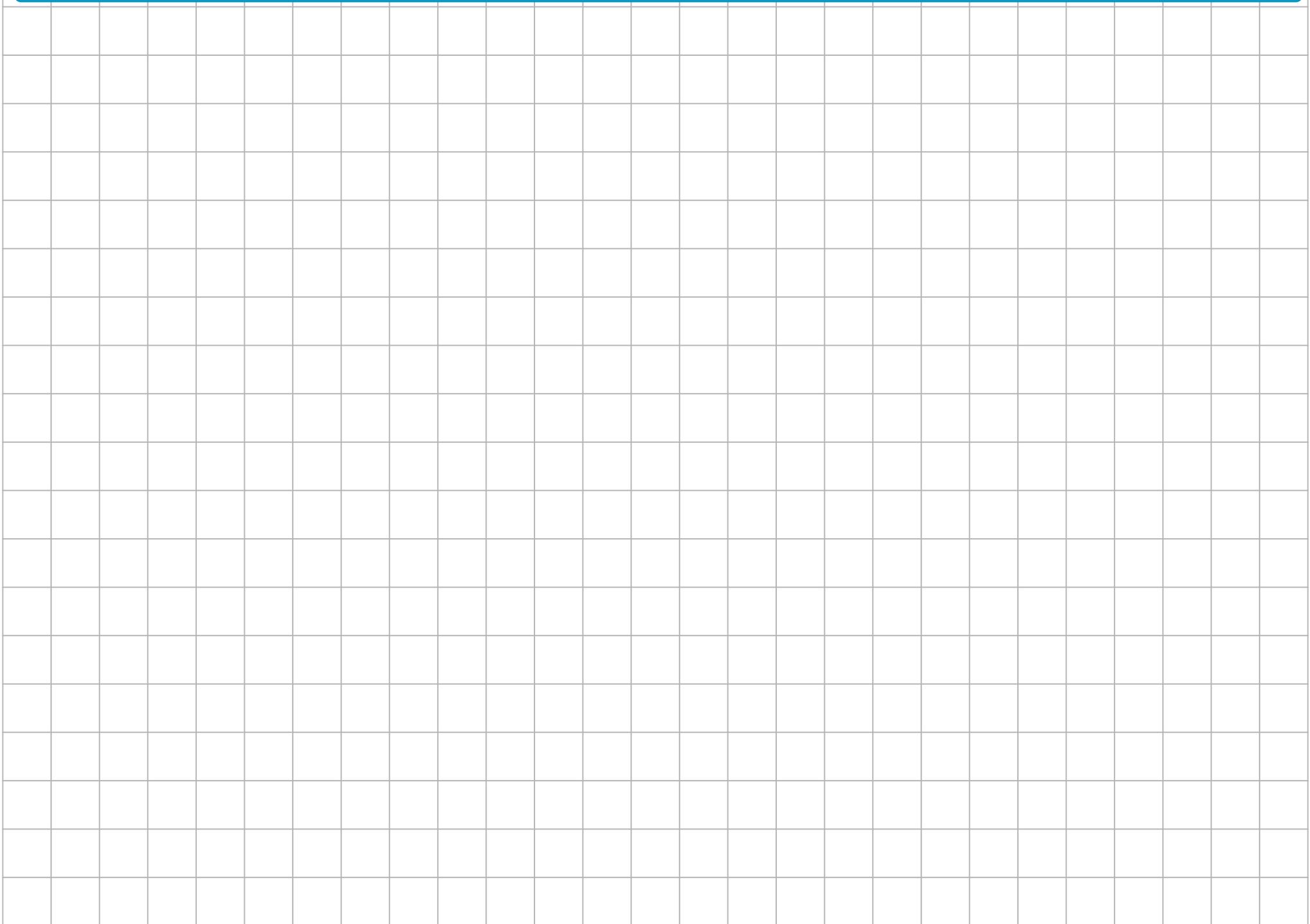
Сторона  $AB$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $BC$ . Точка  $L$  — середина стороны  $AB$ . Докажите, что  $CL$  — биссектриса угла  $BCD$ .

9

Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , лежащей на стороне  $AD$ .  
Докажите, что  $M$  — середина  $AD$ .

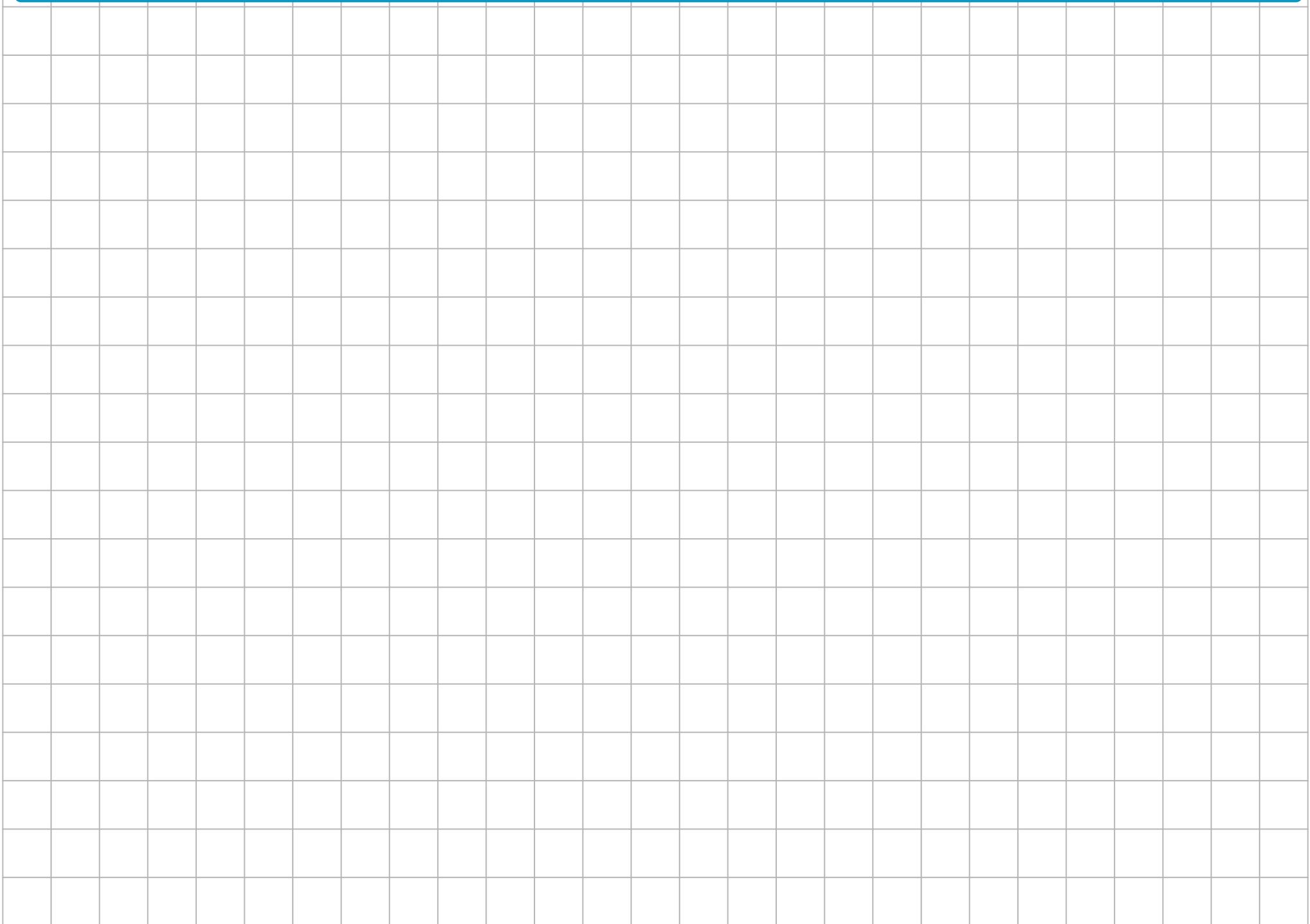
10

На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $K$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BKC$  и  $AKD$  равна половине площади трапеции.



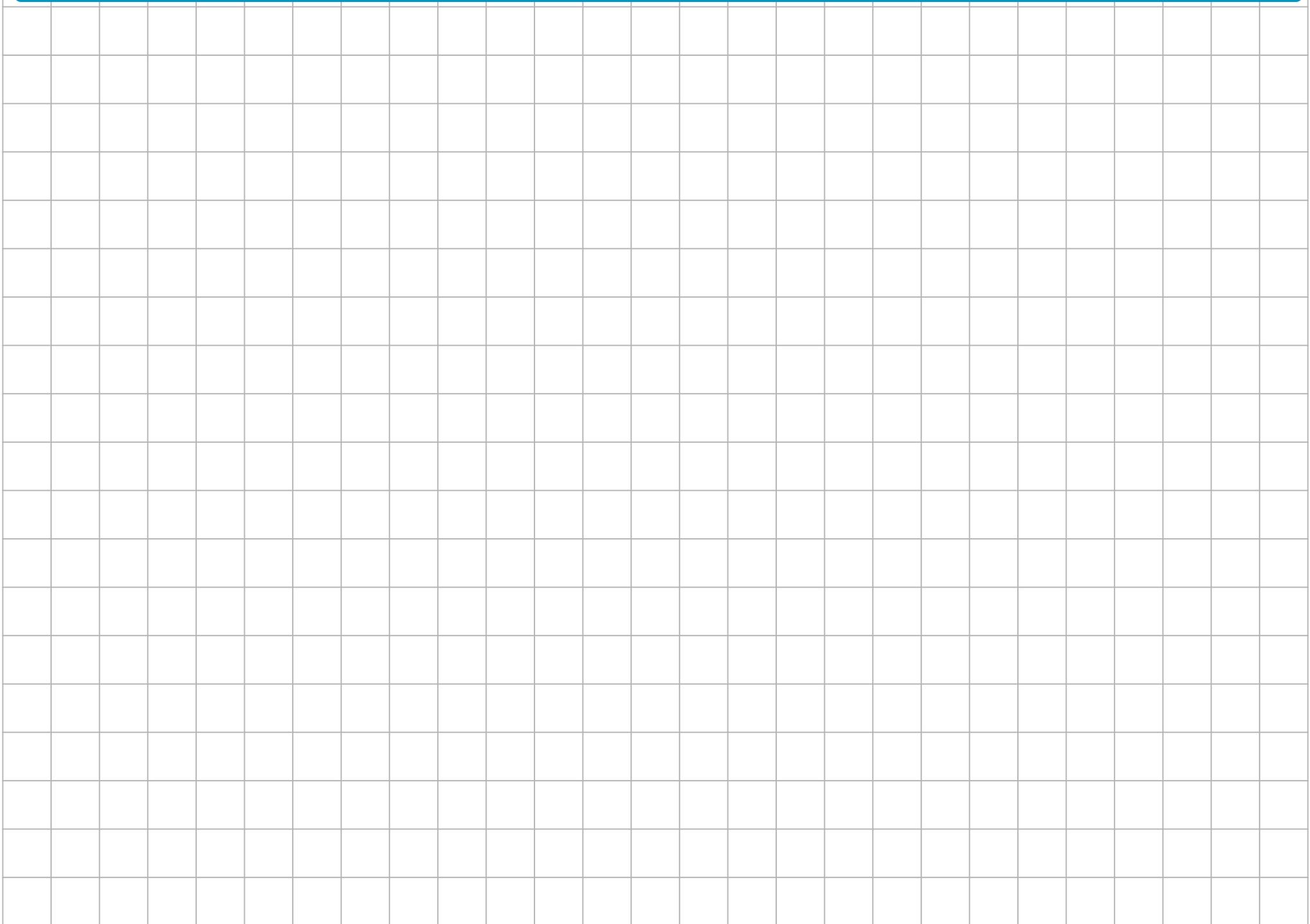
11

Внутри параллелограмма  $ABCD$  выбрали произвольную точку  $P$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BPC$  и  $APD$  равна половине площади параллелограмма.



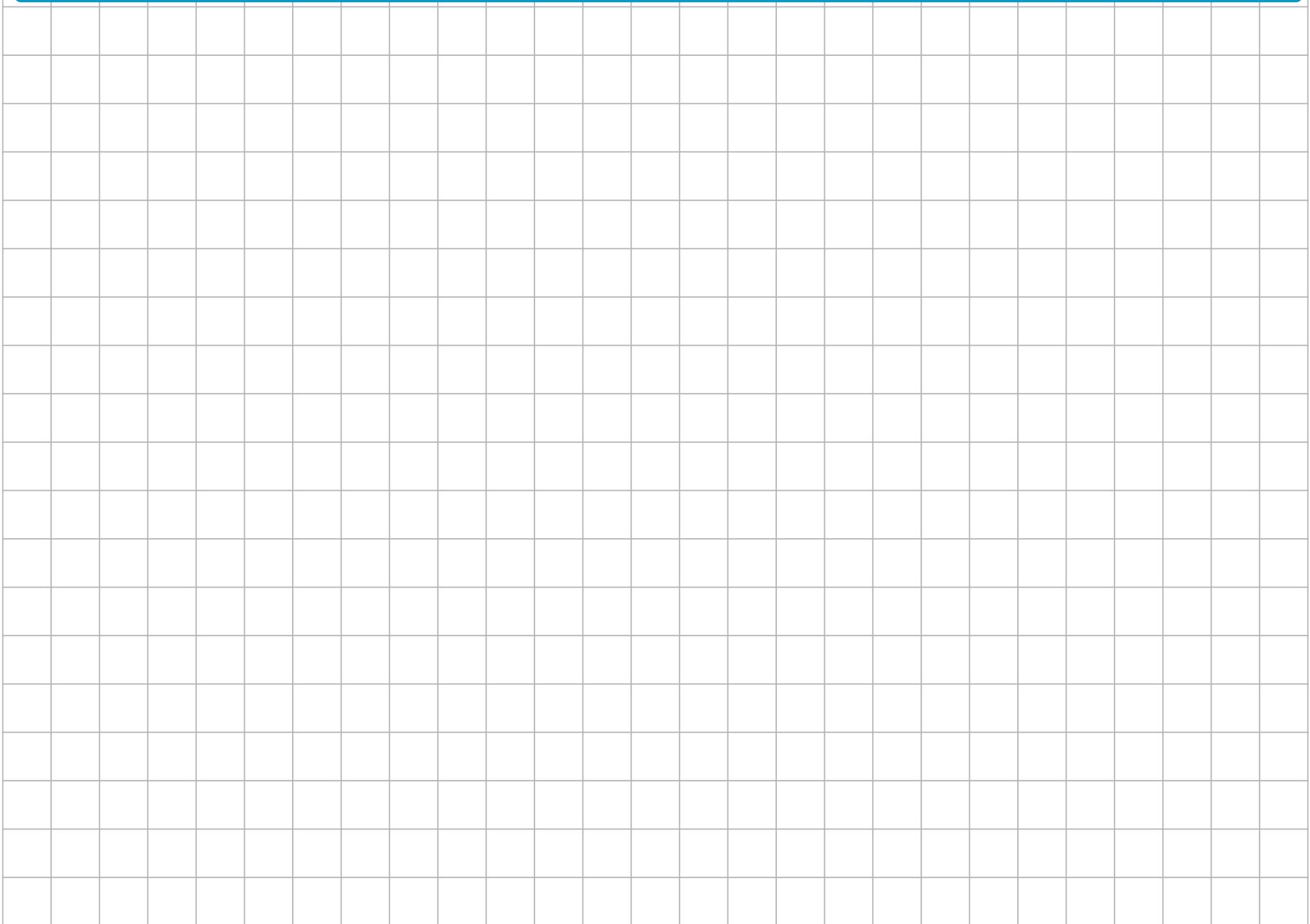
12

В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что площади треугольников  $APB$  и  $CPD$  равны.



13

Точка  $K$  — середина боковой стороны  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Докажите, что площадь треугольника  $KAB$  равна половине площади трапеции.



14

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $CD$ . Докажите, что точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .

15

Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что отрезки  $BP$  и  $DQ$  равны.

