

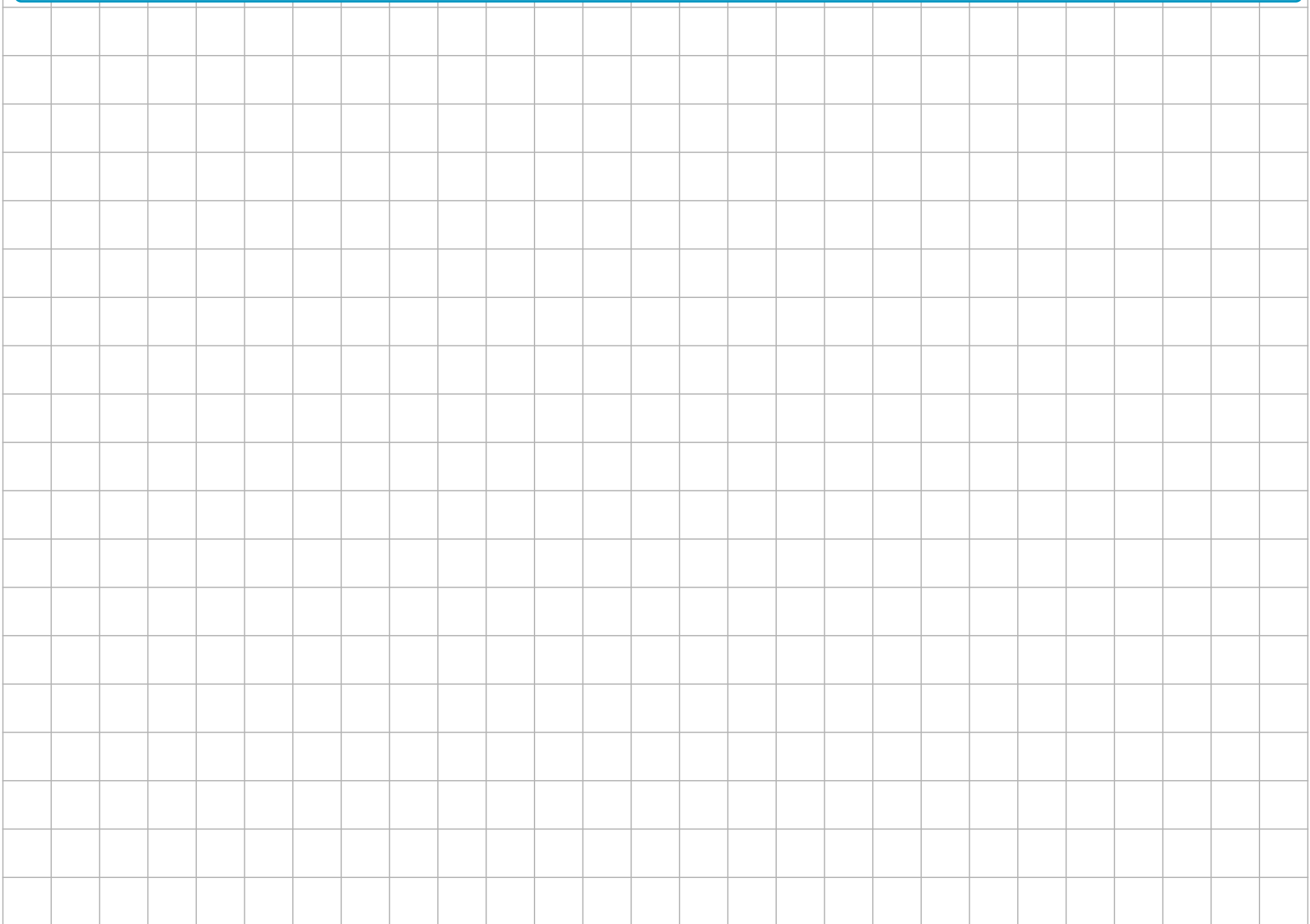
Геометрия. Задача №24

1

Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

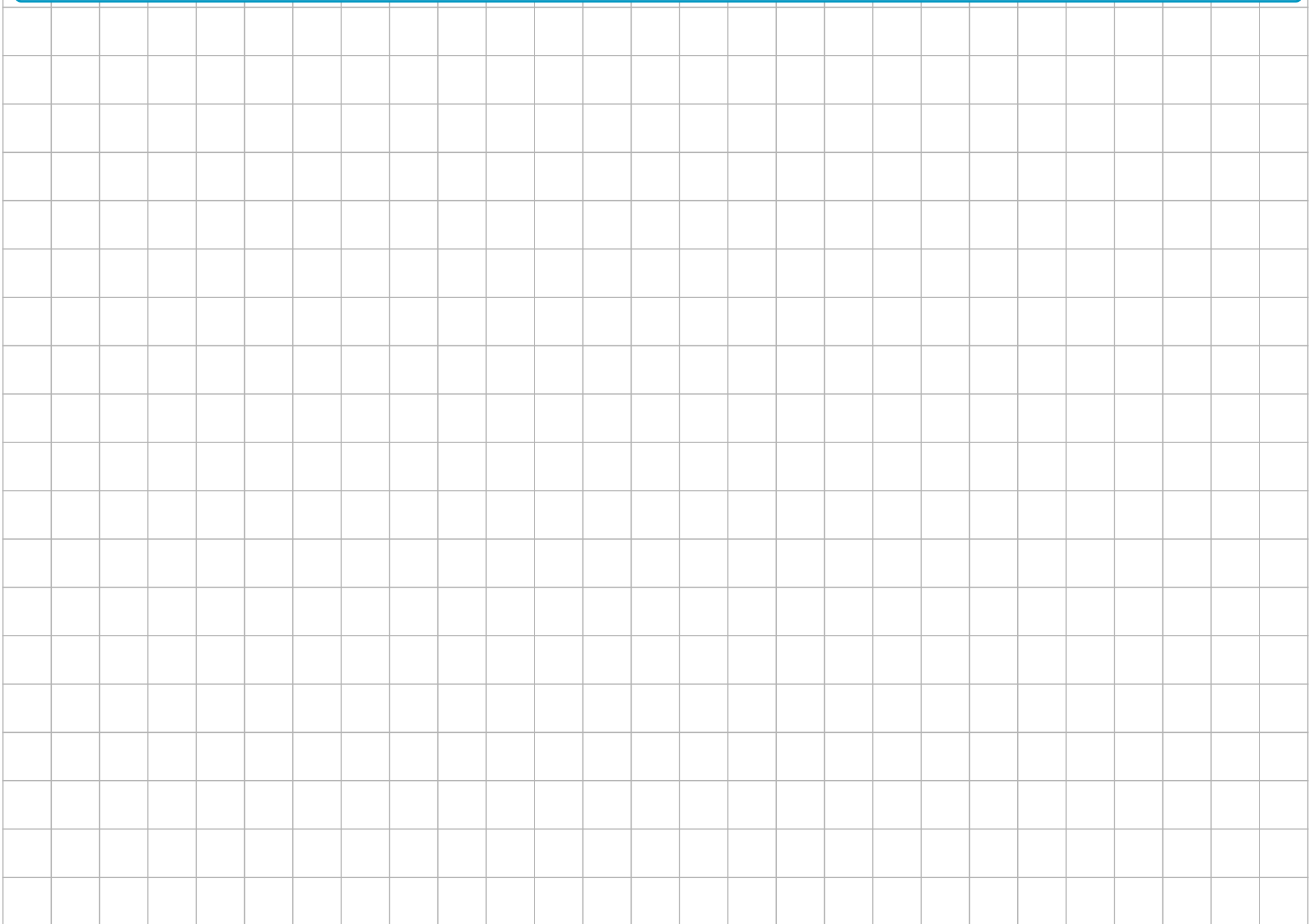
2

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.



3

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1A_1 и CAA_1 равны.



4

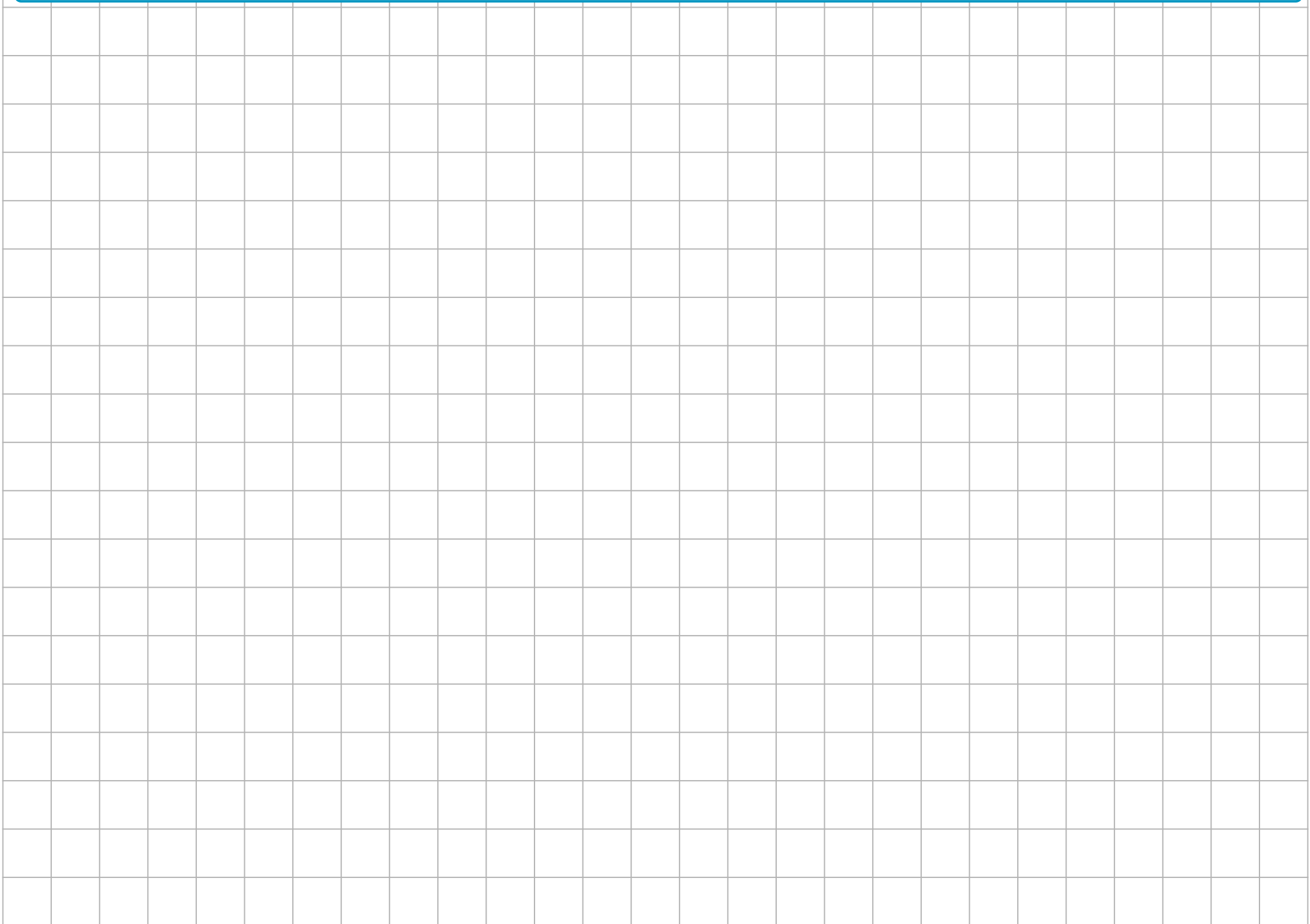
В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

5

Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m : n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m : n$.

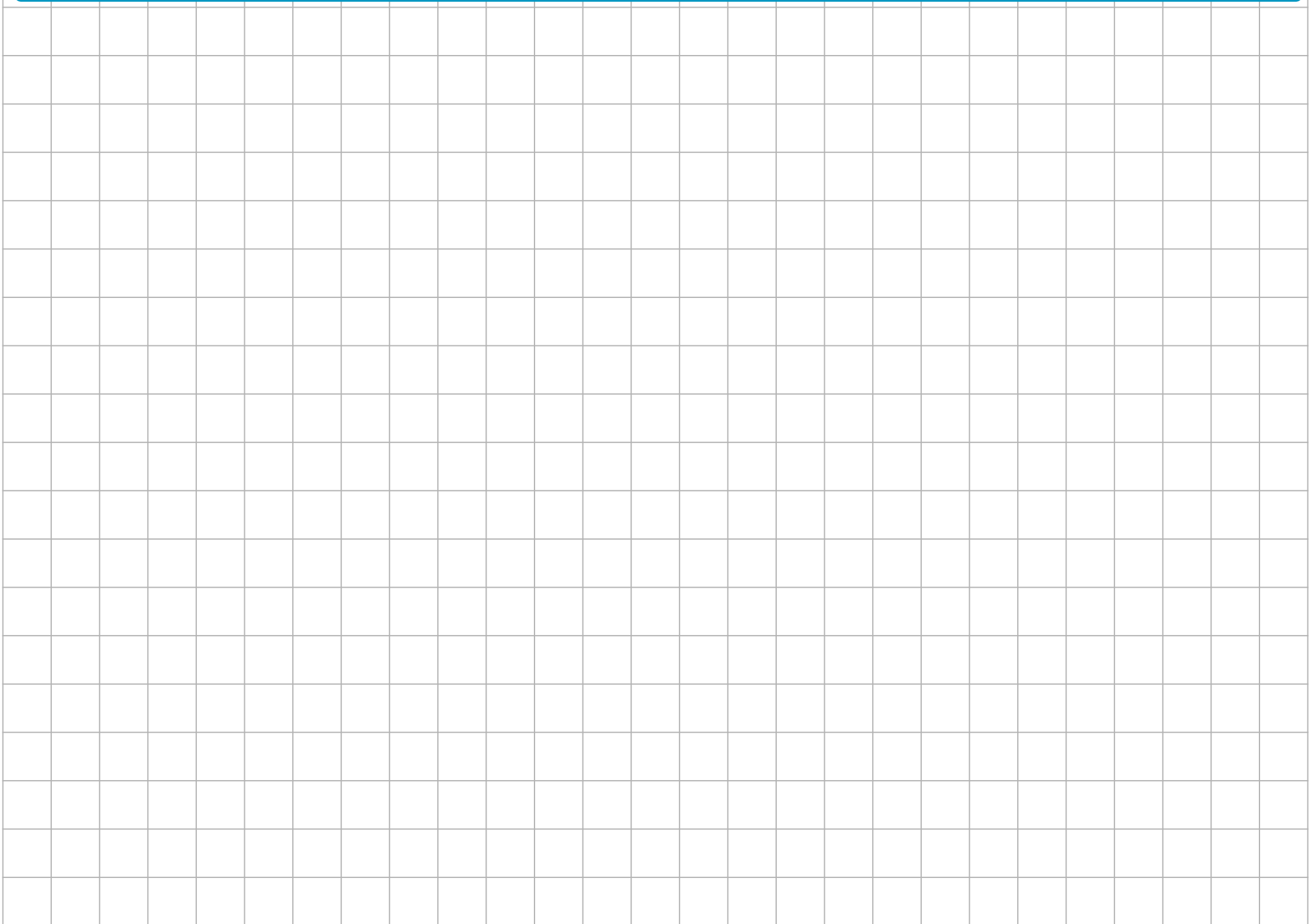
6

Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T , причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST . Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.



7

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 45, $BD = 15$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.



8

Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC . Точка L — середина стороны AB . Докажите, что CL — биссектриса угла BCD .

9

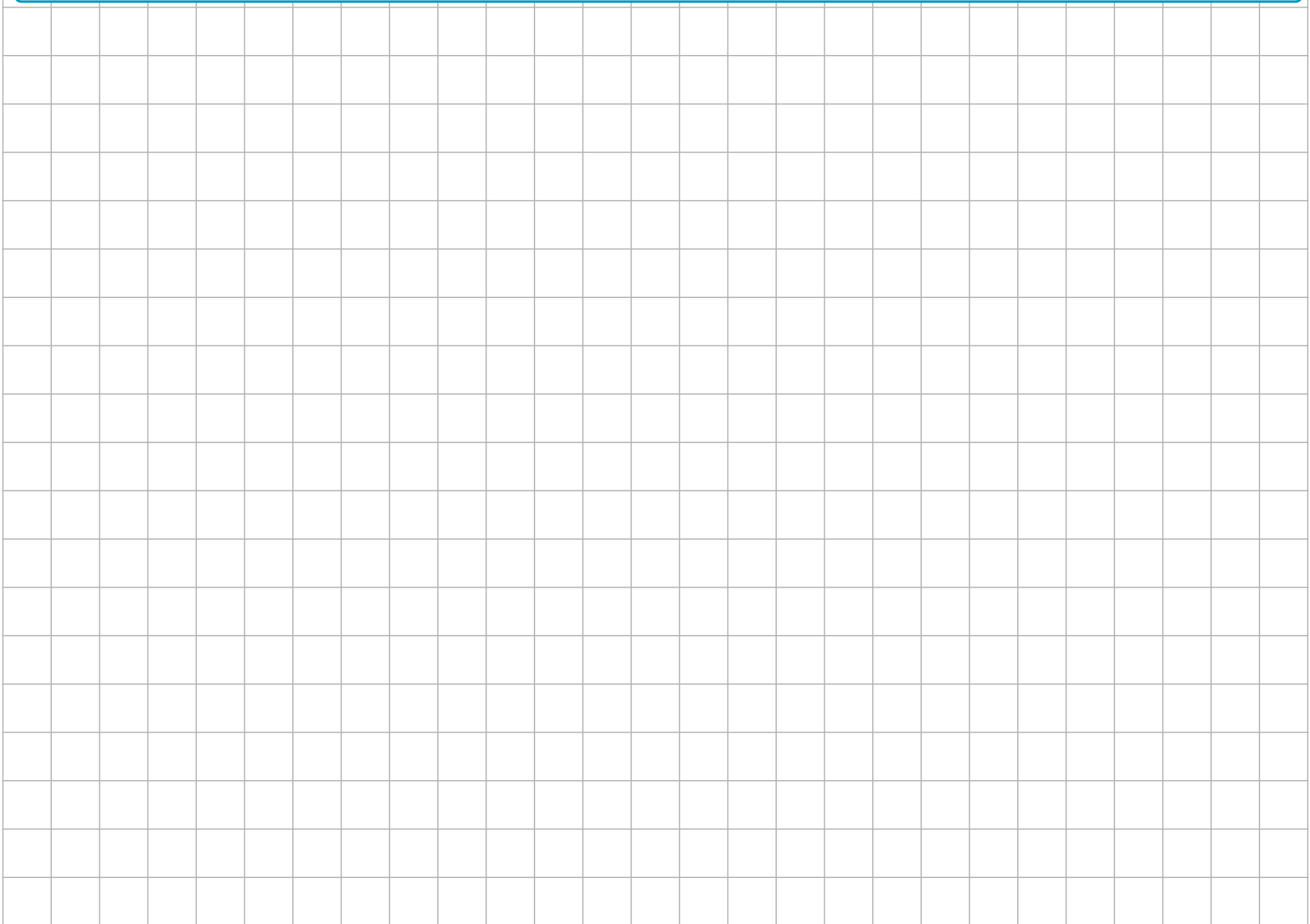
Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M , лежащей на стороне AD .
Докажите, что M — середина AD .

10

На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K . Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.

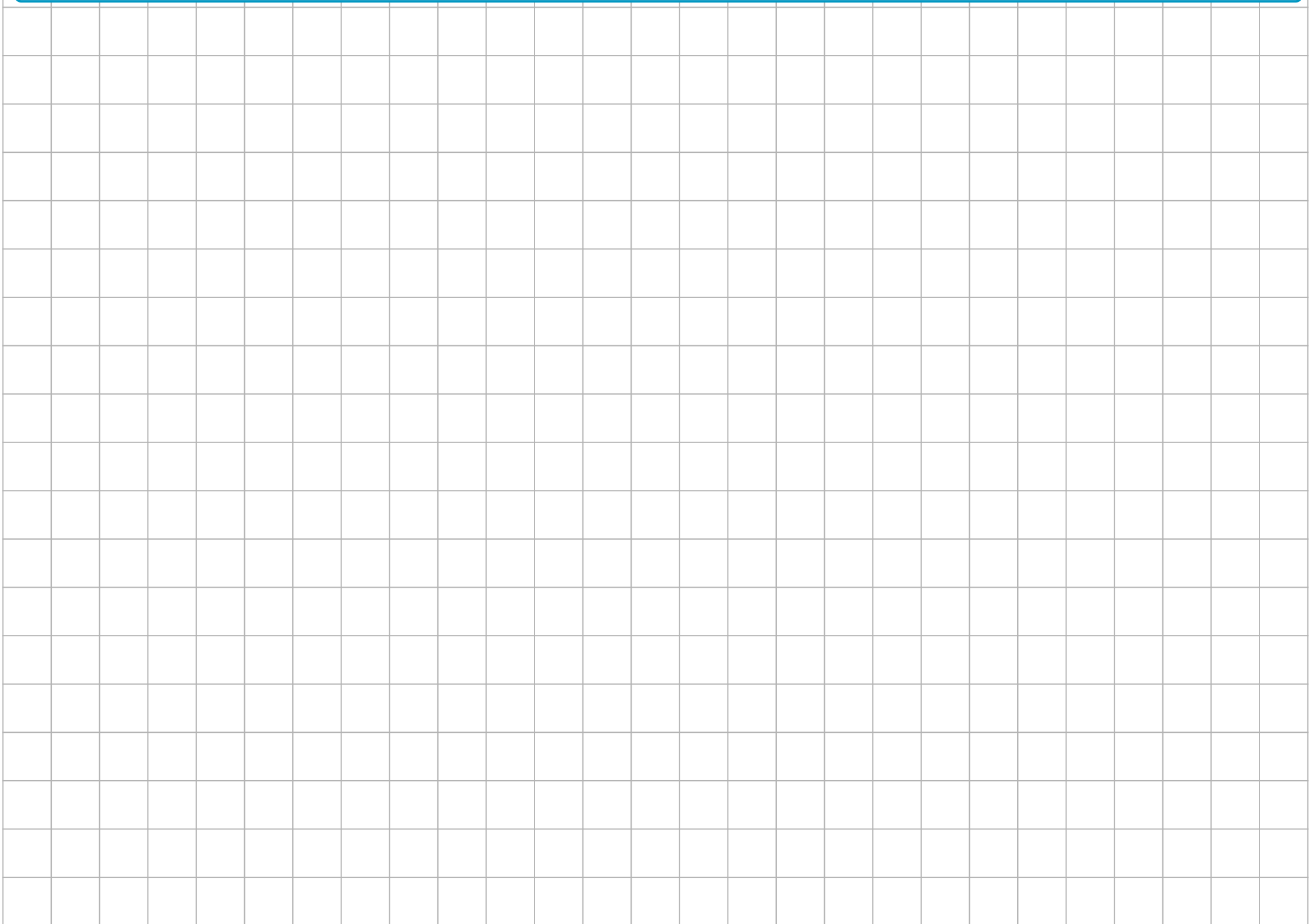
11

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку P . Докажите, что сумма площадей треугольников BPC и APD равна половине площади параллелограмма.



12

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке P . Докажите, что площади треугольников APB и CPD равны.



13

Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

14

Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне CD . Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .

15

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

