Дальний Восток

№12.1

а) Решите уравнение $5^{2\log_2^2(\sin x)} = \dfrac{5}{5^{\log_2(\sin x)}}$.

Ответ

а) $\dfrac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z};\ \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Решение

$$5^{2\log_2^2(\sin x)} = \frac{5}{5^{\log_2(\sin x)}} \quad \Leftrightarrow \quad 5^{2\log_2^2(\sin x)} = 5^{1-\log_2(\sin x)}$$

Так как $f(x) = 5^x$ — возрастающая функция, можем перейти к уравнению на показатели степени:

$$2\log_2^2(\sin x) = 1 - \log_2(\sin x)$$

Получили обычное квадратное уравнение относительно $\log_2(\sin x)$, которое можно решить введением замены $t = \log_2(\sin x)$.

$$2t^2 = 1 - t \quad \Leftrightarrow \quad (t+1)\left(t - \frac{1}{2}\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{aligned} &t = -1 \\ &t = \tfrac{1}{2} \end{aligned}\right.$$

Сделаем обратную замену, учитывая, что по ОДЗ изначального уравнения $\sin x > 0$.

- $t = -1$:

$$t = -1 \quad \Leftrightarrow \quad \log_2(\sin x) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{aligned} &x = \tfrac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ &x = \tfrac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{aligned}\right.$$

- $t = \frac{1}{2}$:

$$t = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \log_2(\sin x) = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \sin x = \sqrt{2}$$

  У полученного уравнения нет решений, так как $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$.

№12.2

а) Решите уравнение $2\sin^2 x - \cos(-x) - 1 = 0$.

Ответ

$\pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z};\ \pi + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Решение

$$2\sin^2 x - \cos(-x) - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\left(1 - cos^2 x\right) - \cos x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{aligned} &\cos x = \tfrac{1}{2} \\ &\cos x = -1 \end{aligned}\right. \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{aligned} &x = \pm\tfrac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ &x = \pi + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{aligned}\right.$$

№13.1

Точка M — середина бокового ребра SC правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$, точка N лежит на стороне основания BC. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно боковому ребру SA

а) α пересекает ребро SD в точке L. Докажите, что $BN : NC = DL : LS$.

б) Пусть $BN : NC = 1 : 2$. Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость α разбивает пирамиду.

Ответ

б) $\dfrac{5}{13}$

Решение

а) Пусть SO — высота пирамиды $SABCD$. Так как пирамида правильная, O — середина AC. В плоскости (ASC) проведем MO. Тогда MO — средняя линия треугольника ASC, так как $AO = OC$ и $SM = MC$, значит, $MO \parallel SA$.

Пусть NO пересекает AD в точке K, а CD — в точке X. Точка X лежит в плоскости SCD, значит, можем провести прямую MX.

Заметим, что (NMK) — плоскость α, так как она проходит через точки M и N и содержит прямую $MO \parallel SA$, то есть $\alpha \parallel SA$. Тогда MX пересекает SD в точке L.

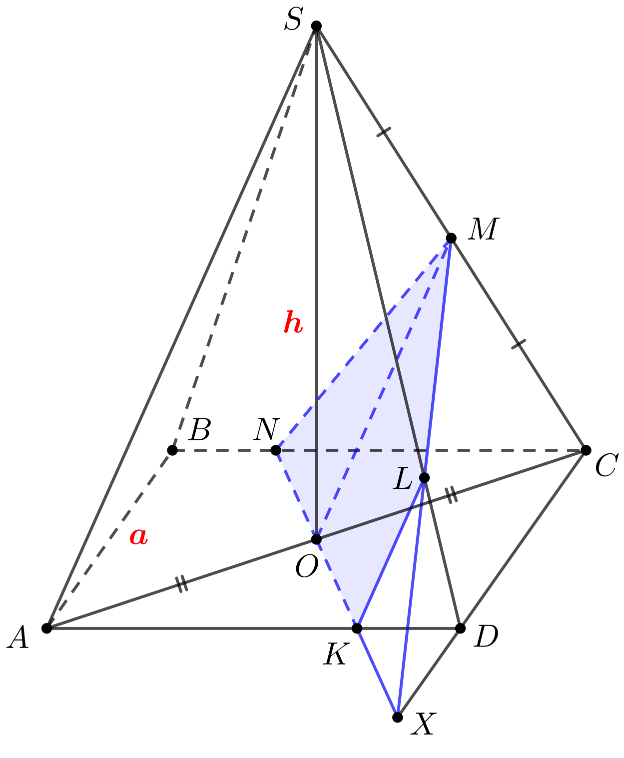
Рассмотрим треугольники NOC и KOA. Они равны по второму признаку: $AO = OC$, $\angle NCO = \angle KAO$ как накрест лежащие, $\angle NOC = \angle KOA$ как вертикальные. В равных треугольниках соответственные элементы равны, значит, $NC = AK$, следовательно, $BN = KD$.

Рассмотрим треугольники NCX и KDX. Они подобны по двум углам: $\angle XNC = \angle XKD$ и $\angle XCN = \angle XDK$ как соответственные. Тогда

$$\frac{DX}{XC} = \frac{KD}{NC} = \frac{BN}{NC}$$

Запишем теорему Менелая для треугольника DSC и секущей MX:

$$\frac{CM}{MS} \cdot \frac{SL}{LD} \cdot \frac{DX}{XC} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{1} \cdot \frac{SL}{LD} \cdot \frac{DX}{XC} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{DL}{LS} = \frac{DX}{XC} = \frac{BN}{NC}$$



б) Пусть $AB = BC = a$, $SO = h$. Найдем объем пирамиды $MNCX$. По условию $BN : NC = 1 : 2$, значит, по предыдущему пункту $DX : CX = 1 : 2$, то есть $CX = 2a$, тогда

$$S_{NCX} = \frac{1}{2} NC \cdot CX = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3} \cdot 2a = \frac{2}{3} a^2$$

Высота пирамиды $MNCX$ равна половине высоты пирамиды $SABCD$, то есть $\frac{1}{2}h$. Тогда

$$V_{MNCX} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} a^2 \cdot \frac{1}{2} h = \frac{1}{9} a^2 h$$

Найдем объем пирамиды $LKDX$. По предыдущему пункту $SL : LD = 2 : 1$, значит, $SD : LD = 3 : 1$, то есть высота пирамиды $LKDX$ равна $\frac{1}{3}h$. Также по предыдущему пункту мы знаем, что треугольники NCX и KDX подобны с коэффициентом 2, значит,

$$S_{KDX} = \frac{1}{4} S_{NCX} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} a^2 = \frac{1}{6} a^2 \quad \Rightarrow \quad V_{LKDX} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} a^2 \cdot \frac{1}{3} h = \frac{1}{54} a^2 h$$

Тогда можем найти объем V_1 многогранника $NMCKLD$:

$$V_1 = V_{MNCX} - V_{LKDX} = \frac{a^2 h}{9} - \frac{a^2 h}{54} = \frac{6a^2 h}{54} - \frac{a^2 h}{54} = \frac{5a^2 h}{54}$$

Объем всей пирамиды равен $V_{SABCD} = \frac{a^2 h}{3}$. Тогда можем найти объем V_2 многогранника $ABSKNML$:

$$V_2 = V_{SABCD} - V_1 = \frac{a^2 h}{3} - \frac{5a^2 h}{54} = \frac{18a^2 h - 5a^2 h}{54} = \frac{13a^2 h}{54} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{5a^2 h}{54}}{\frac{13a^2 h}{54}} = \frac{5}{13}$$

№14.1

Решите неравенство $\dfrac{6}{5^x - 125} \leqslant \dfrac{1}{5^x - 25}$.

Ответ

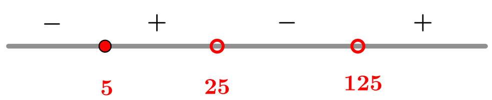
$(-\infty; 1] \cup (2; 3)$

Решение

Пусть $t = 5^x > 0$. Тогда:

$$\frac{6}{t - 125} \leqslant \frac{1}{t - 25} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6(t - 25) - (t - 125)}{(t - 125)(t - 25)} \leqslant 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5t - 25}{(t - 125)(t - 25)} \leqslant 0$$

Применим метод интервалов:



Тогда $t \in (-\infty; 5] \cup (25; 125)$. Сделаем обратную замену:

$$\left[\begin{array}{l} 5^x \leqslant 5 \\ 25 < 5^x < 125 \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x \leqslant 1 \\ 2 < x < 3 \end{array}\right.$$

То есть $x \in (-\infty; 1] \cup (2; 3)$

№15.1

В июле 2016 года был взят кредит на 5 лет под 20% годовых на сумму S руб. Известно, что в 2017, 2018 и 2019 годах сумма долга не изменялась; в 2020 и 2021 платежи были равными и в июле 2022 года долг был погашен. На сколько отличались первый и последний платежи?

Ответ

$\frac{5S}{11}$

Решение

Кредит взят в июле 2016 года, то есть в этот год не производятся никакие выплаты и не начисляются проценты.

Обозначим выплаты за 2020 и 2021 год за S_1 (из условия они равны).

Из условия, в 2017, 2018 и 2019 годах долг остается равным S рублей. Составим таблицу на основе этих данных с учетом того, что:

1. Значение в столбце "Выплата" за 2017, 2018 и 2019 год будет равно разности соответствующих значений в столбцах "Сумма долга после начисления процентов" и "Сумма долга после выплаты"

2. Сумма долга после выплаты за 2020 и 2021 года будет равна разности соответствующих значений в столбцах "Сумма долга после начисления процентов" и "Выплата".

год	Сумма долга до начисления %	Сумма долга после начисления %	Выплата	Сумма долга после выплаты
2017 год	S	$1,2S$	$0,2S$	S
2018 год	S	$1,2S$	$0,2S$	S
2019 год	S	$1,2S$	$0,2S$	S
2020 год	S	$1,2S$	S_1	$1,2S - S_1$
2021 год	$1,2S - S_1$	$1,2\,(1,2S - S_1)$	S_1	$1,2S\,(1,2S - S_1) - S_1$

По условию задачи долг был погашен полностью, значит,

$$1,2\,(1,2S - S_1) - S_1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{36}{25}S = \frac{11}{5}S_1 \quad \Leftrightarrow \quad S_1 = \frac{36}{55}S$$

Первый платеж был равен $0,2S$, а последний — $\frac{36}{55}S$, значит, их разность равна

$$\frac{36}{55}S - 0,2S = \left(\frac{36}{55} - \frac{11}{55}\right)S = \frac{25}{55}S = \frac{5}{11}S$$

<u>№16.1</u>

Биссектриса BB_1 и высота CC_1 треугольника ABC пересекают описанную окружность в точках M и N. Известно, что угол BCA равен $85°$ и угол ABC равен $40°$.

а) Докажите, что $CN = BM$.

б) Пусть MN и BC пересекаются в точке D. Найти площадь треугольника BDN, если его высота BH равна 7.

Ответ

б) 49

Решение

а) Найдем угол BAM. Заметим, что $\angle BAM = \angle BAC + \angle CAM$. Углы CAM и CBM опираются на одну дугу, значит, $\angle CAM = \angle CBM$. По условию BB_1 — биссектриса угла ABC, равного $40°$, следовательно, $\angle CBM = \angle ABM = 20°$.

По условию $\angle ABC = 40°$ и $\angle BCA = 85°$, значит, по сумме углов в треугольнике ABC

$$\angle BAC = 180° - \angle ABC - \angle BCA = 180° - 40° - 85° = 55° \quad \Rightarrow \quad \angle BAM = \angle BAC + \angle CAM = 55° + 20° = 75°$$

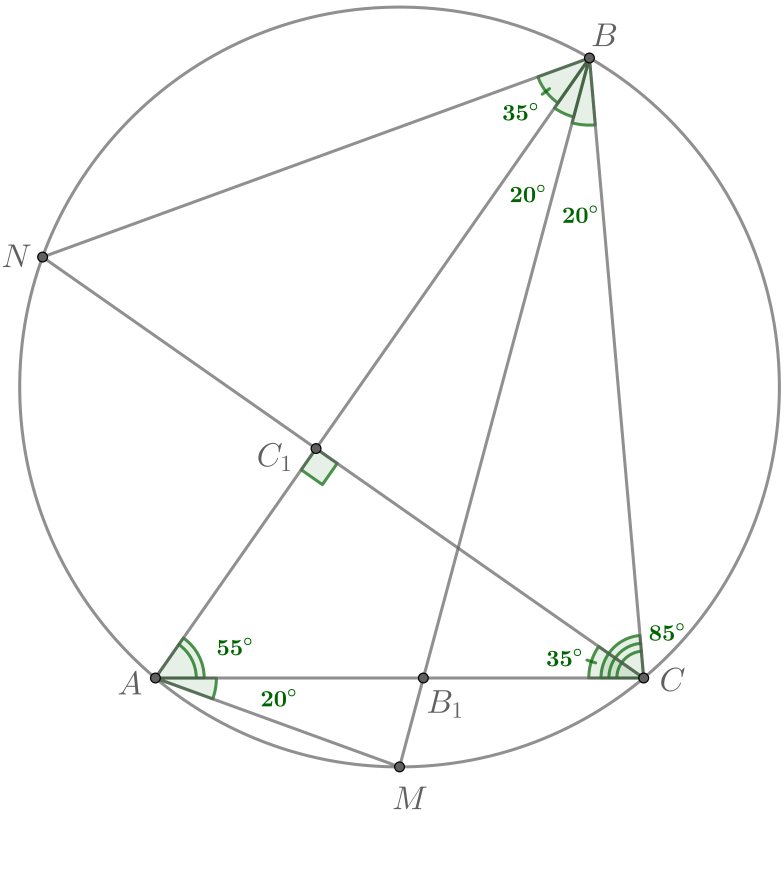
Найдем угол NBC.

$$\angle NBC = \angle NBA + \angle ABC = \ NBA + 40°$$

Углы NBA и NCA опираются на одну дугу, значит, $\angle NBA = \angle NCA$. Рассмотрим прямоугольный треугольник ACC_1. По условию $\angle AC_1C = 90°$, следовательно, по сумме углов треугольника ACC_1

$$\angle NCA = \angle C_1CA = 180° - 90° - 55° = 35° \quad \Rightarrow \quad \angle NBC = \angle NBA + 40° = \angle NCA + 40° = 35° + 40° = 75°$$

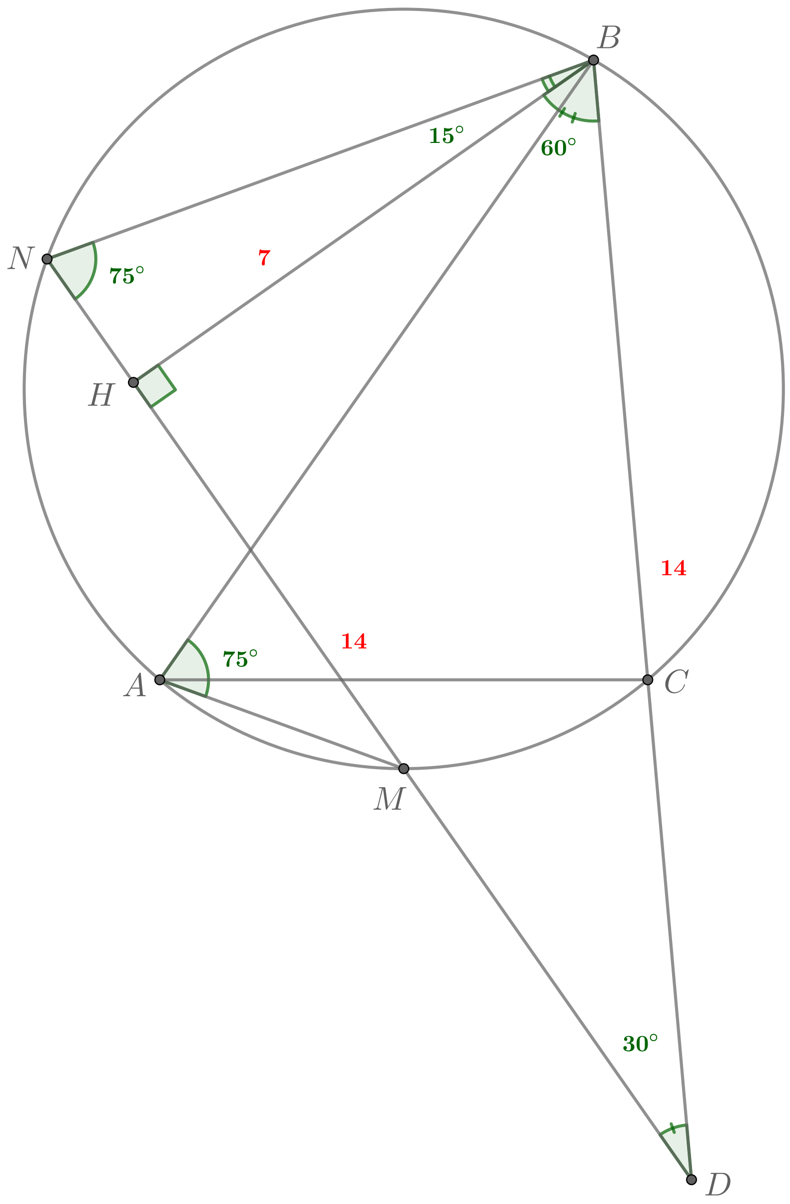
Мы получили, что дуги BM и CN равны, значит, равны и хорды, стягивающие их, то есть $BM = CN$.



б) Заметим, что $\angle DNB = \angle MNB = \angle MAB$, так как они опираются на одну дугу BM. Тогда треугольник BCN является равнобедренным с углами $\angle DNB = \angle DBN = 75^\circ$ ($DN = DB$). Тогда по сумме углов $\angle BDN = 30^\circ$.

Рассмотрим треугольник BHD. В нем $\angle BHD = 90^\circ$, а $\angle BDH = 30^\circ$, то есть это прямоугольный треугольник в углом в 30°. Тогда в нем $BD = 2BH = 2 \cdot 7 = 14$. Так как BDN — равнобедренный, $DN = BD = 14$. Тогда

$$S_{BDN} = \frac{1}{2} \cdot DN \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 7 = 49$$



№17.1

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - 2x - 6a = |6x - 2a|$$

имеет ровно 2 различных решения.

Ответ

Решение

Будем рассматривать параметр a как переменную. Построим в системе координат xOa множество S решений системы. Если некоторая точка плоскости с координатами $(x_0; a_0)$ принадлежит этому множеству S, то для исходной задачи это означает, что если параметр a принимает значение a_0, то x_0 будет одним из решений системы. Нас просят найти все такие значения a_0 параметра a, при каждом из которых ровно две из точек вида $(x_0; a_0)$, $x_0 \in \mathbb{R}$ принадлежат множеству решений S, изображенному на плоскости xOa. Фактически это равносильно тому, что горизонтальная прямая $a = a_0$ имеет ровно две точки пересечения с множеством S.

Построим на плоскости множества решений данного уравнения.

Раскроем знак модуля:

1)

$$a \leqslant 3x \quad \Rightarrow \quad x^2 + a^2 - 2x - 6a = 6x - 2a \quad \Rightarrow \quad x^2 - 8x + a^2 - 4a = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-4)^2 + (a-2)^2 = 16 + 4$$

В xOa график — окружность. Заметим, что $a \leqslant 3x$, найдем пересечение $a = 3x$ с окружностью с помощью подстановки:

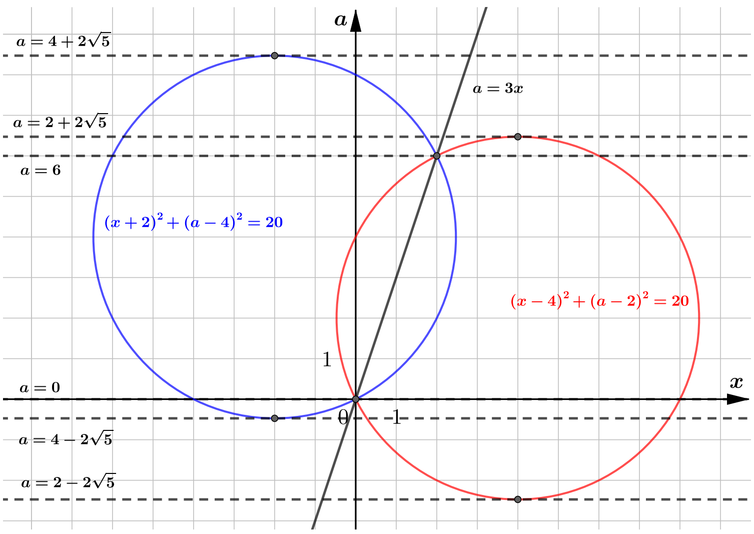
$$x^2 - 8x + a^2 - 4a = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 8x + 9x^2 - 12x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 10x^2 - 20x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{aligned} &x = 0 \\ &x = 2 \end{aligned}\right.$$

Тогда прямая $a = 3x$ пересекает окружность $(x-4)^2 + (a-2)^2 = 20$ в точках $(0;0)$ и $(2;6)$.

2)

$$a \geqslant 3x \quad \Rightarrow \quad x^2 + a^2 - 2x - 6a = 2a - 6x \quad \Rightarrow \quad (x+2)^2 + (a-4)^2 = 4 + 16$$

Аналогично получаем дугу окружности выше прямой $a = 3x$. Подстановкой убедимся, что прямая $a = 3x$ пересекает вторую окружность в тех же точках. Построим график.



- При $m > 4 + 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ не пересекает график.

- При $m = 4 + 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ касается синей окружности (т.к. $(-2; 4)$ — центр синей окружности, а $2\sqrt{5}$ — ее радиус)

- При $2 + 2\sqrt{5} < m < 4 + 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ пересекает дугу синей окружности в двух точках. Значит, имеет 2 точки пересечения.

- При $m = 2 + 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ пересекает дугу синей окружности в двух точках и касается красной, то есть имеем 3 точки пересечения.

- При $6 < m < 2 + 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ пересекает дугу синей окружности в двух точках и дугу красной окружности в двух точках, то есть имеем 4 точки пересечения.

- При $m = 6$ прямая $a = m$ пересекает дугу синей окружности в двух точках и дугу красной окружности в двух точках, но две из этих точек совпадают, то есть имеем 3 точки пересечения.

- При $0 < m < 6$ прямая $a = m$ пересекает дугу синей окружности в одной точке и дугу красной окружности в одной точке, то есть имеем 2 точки пересечения.

- При $m = 0$ прямая $a = m$ пересекает дугу синей окружности в двух точках и дугу красной окружности в двух точках, но две из этих точек совпадают, то есть имеем 3 точки пересечения.

- При $4 - 2\sqrt{5} < m < 0$ прямая $a = m$ пересекает дугу красной окружности в двух точках и дугу синей окружности в двух точках, то есть имеем 4 точки пересечения.

- При $m = 4 - 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ пересекает дугу красной окружности в двух точках и касается синей, то есть имеем 3 точки пересечения.

- При $2 - 2\sqrt{5} < m < 4 - 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ пересекает дугу красной окружности в двух точках. Значит, имеем 2 точки пересечения.

- При $m = 2 - 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ касается красной окружности (т.к. $(4; 2)$ — центр синей окружности, а $2\sqrt{5}$ — ее радиус)

- При $m < 2 - 2\sqrt{5}$ прямая $a = m$ не пересекает график.

Значит, исходное уравнение имеет 2 решения при $a \in \left(2 - 2\sqrt{5}; 4 - 2\sqrt{5}\right) \cup (0; 6) \cup \left(2 + 2\sqrt{5}; 4 + 2\sqrt{5}\right)$

№18.1

По кругу расставлено N различных натуральных чисел, меньших 340, так, что сумма трёх последовательных чисел не делится на 3, а сумма четырёх последовательных делится на 3.

а) может ли $N = 240$?

б) может ли $N = 129$?

в) Какое наибольшее значение может принимать N?

Ответ

а) Нет

б) Нет

в) 226

а) Рассмотрим четыре подряд идущих числа $a_i, a_{i+1}, a_{i+2}, a_{i+3}$. Если бы $a_i \vdots 3$, то из $(a_i + a_{i+1} + a_{i+2} + a_{i+3}) \vdots 3$ следовало бы, что $(a_{i+1} + a_{i+2} + a_{i+3}) \vdots 3$, что противоречит условию. Аналогично рассуждая, мы можем сказать, что a_{i+3} из этой четверки не делится на 3. Так как числа расставлены по кругу, то для каждого числа есть две четверки, где оно первое или четвертое. Следовательно, все N чисел не делятся на 3.

Чисел от 1 до 339, делящихся на 3, 113 штук. Следовательно, не кратных 3 — 226 штук, что меньше 240.

Ответ: нет.

б) Из пункта а) следует, что проблем с количеством чисел нет. Также из него следует, что среди этих чисел нет чисел, дающих остаток 0 при делении на 3. Следовательно, могут быть только остатки 1 и 2. Единственная четверка чисел, каждое из которых может быть равно 1 ии 2, такая, что сумма этих четырех чисел делится на 3 — это $\{1; 1; 2; 2\}$.

Рассмотрим вместо расставленных N чисел расставленные по кругу их остатки при делении на 3, то есть числа 1 и 2.

Если где-то стоят рядом две единицы, то есть $\ldots, 1, 1, \ldots$, то справа и слева от $1, 1$ должно быть $2, 2$. Тогда за/перед $2, 2$ должно стоять $1, 1$, то есть последовательность остатков будет такая $\ldots, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, \ldots$. Следовательно, единиц и двоек должно быть четно, значит и всех чисел должно быть четно. А 129 нечетно.

Если где-то рядом стоят $1, 2$, то во краям от них стоят 1 и 2, то есть имеем либо четверку $1, 1, 2, 2$ (рассмотрели выше), либо $2, 1, 2, 1$. Следовательно, еще одна возможная последовательность остатков — это $\ldots, 1, 2, 1, 2, 1, 2, \ldots$. То есть числа можно разбить на пары вида $1, 2$. А 129 чисел нельзя разбить на пары.

Ответ: нет.

в) Из пункта а) получаем оценку на количество чисел 227. А в пункте б) мы получили, что количество чисел четно, следовательно $n = 226$.

Пример 1: взять числа от 1 до 338 в порядке возрастания, исключив из них делящиеся на 3 (соответствует последовательности остатков 1, 2, 1, 2, ... , 1, 2).

Другие волны

№12

а) Решите уравнение $\cos 2x + \cos(-x) = 0$.

Ответ

$\pi + 2\pi n,\ \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi m; n, m \in \mathbb{Z}$

Решение

Так как $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, $\cos(-x) = \cos x$, то после замены $\cos x = t$ получим квадратное уравнение $2t^2 + t - 1 = 0$, корнями которого являются числа -1 и $\frac{1}{2}$.

Тогда $\cos x = -1$, откуда $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$, и $\cos x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$.

№13.1

Дана четырехугольная пирамида $SABCD$, в основании которой лежит трапеция $ABCD$. Известны ее основания $AD = 9$, $BC = 4$. На ребре BC отмечена точка N так, что $BN : NC = 1 : 3$, на ребре SD точка M так, что $SM : MC = 5 : 3$, плоскость AMN пересекает ребро SC в точке K.

а) Докажите, что $SK : KC = 5 : 1$.

б) Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость AMN разделила пирамиду?

Ответ

б)

Решение

№13.2

Точка M — середина ребра SA правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$. Точка N принадлежит ребру SB, при чем $SN : NB = 1 : 2$

а) Докажите, что плоскость (CMN) параллельна прямой SD

б) Найдите площадь сечения CMN, если все ребра пирамиды равны 6.

Ответ

б) $\dfrac{15\sqrt{19}}{4}$

Решение

№14

Решите неравенство $\dfrac{1}{2^x+112}+\dfrac{1}{2^x-128}\geqslant 0$.

Ответ

$(-\infty;3]\cup(7;+\infty)$

Решение

Сделаем замену $2^x=t$ и сведем неравенство к виду

$$\frac{1}{t+112}+\frac{1}{t-128}\geqslant 0 \quad\Leftrightarrow$$

$$\frac{t-128+t+112}{(t+112)(t-128)}\geqslant 0 \quad\Leftrightarrow$$

$$\frac{t-8}{(t+112)(t-128)}\geqslant 0$$

Решим полученное рациональное неравенство методом интервалов: Тогда $t\in(-112;8]\cup(128;+\infty)$, следовательно,

$$\left[\begin{array}{l} -112<2^x\leqslant 8 \\ 2^x>128 \end{array}\right. \quad\Leftrightarrow\quad \left[\begin{array}{l} x\leqslant 3 \\ x>7 \end{array}\right.$$

Ответ: $x\in(-\infty;3]\cup(7;+\infty)$.

№15

в июле 2026 года планируется взять кредит на сумму 800 тыс. руб. под 20%. Известно, что в 2027 и 2028 годах сумма долга не изменялась, а в июле 2029 года долг был погашен. Найдите выплату за 2029, если общая сумма выплат равна $1190,4$ тыс. руб.

Ответ

Решение

№16.1

Дан треугольник ABC, в котором проведены три высоты — AA_1, BB_1 и CC_1. Через точку C_1 проведена прямая, параллельная BB_1, которая пересекает AA_1 в точке K. H — точка пересечение высот треугольника ABC.

а) Докажите, что $AB \cdot KH = BC \cdot C_1H$.

б) Найдите отношение площадей треугольников ABC и C_1KH, если $AB = 4$, $BC = 5$ и $AC = \sqrt{17}$.

Ответ

б) $\dfrac{9}{256}$

Решение

№16.2

На стороне BC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AB = BD$. Биссектриса BF треугольника ABC пересекает прямую AD в точке E. Из точки C на прямую AD опущен перпендикуляр CK.

а) Докажите, что $AB : BC = AE : EK$.

б) Найдите отношение площади треугольника ABE к площали четырёхугольника $CDEF$, если $BD : DC = 3 : 2$.

Ответ

б) $\dfrac{12}{13}$

Решение

№17

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$-2x^2 + 9|x| + a^2 - 6a + ax - 3x = 0$$

имеет меньше 4 различных решений.

Ответ

$(-\infty; 0] \cup \{2\} \cup \{4\} \cup [6; +\infty)$

№18

Есть три коробки: в первой коробке 64 камня, во второй — 77, а в третьей коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 64 камня, во второй 59 , а в третьей — 18?

б) Мог ли в третьей коробке оказаться 141 камень?

в) В первой коробке оказался 1 камень. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

Ответ

а) Да

б) Нет

в) 138