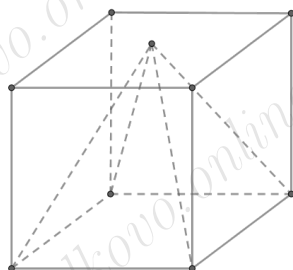


1.1 (*Дальний восток*)

Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

2.1 (*Дальний восток*)

Найдите объем пирамиды, вписанной в куб, если ребро куба равно 3.



3.1 (*Дальний восток*)

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Физик» как минимум один раз начнет игру первой.

4.1 (*Дальний восток*)

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

5.1 (*Дальний восток*)

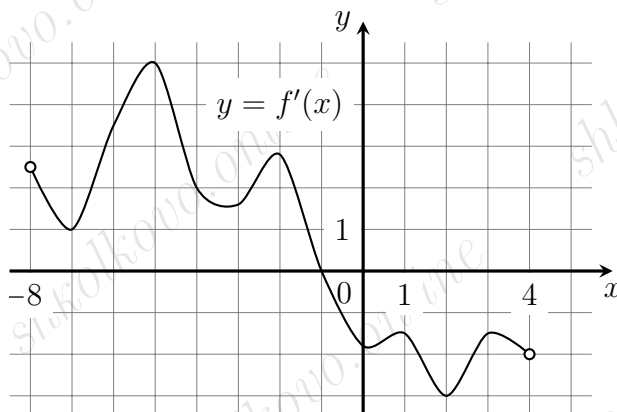
Решите уравнение $\sqrt{4x + 32} = 8$.

6.1 (*Дальний восток*)

Найдите $5 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,4$.

7.1 (Дальний восток)

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



8.1 (Дальний восток)

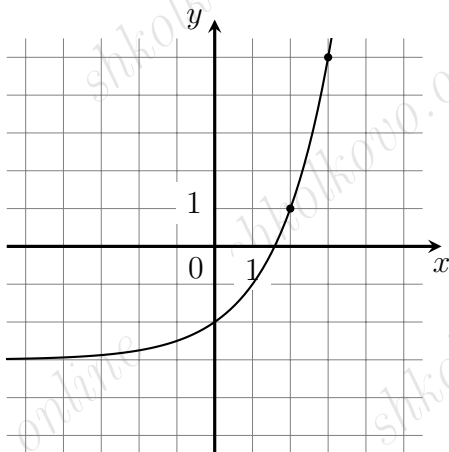
Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моль воздуха при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 5,75$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атмосферах) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 6900 Дж.

9.1 (Дальний восток)

Один рабочий пропалывает грядку за 12 часов, а двое рабочих вместе пропалывают грядку за 4 часа. За сколько часов прополет грядку второй рабочий?

10.1 (Дальний восток)

На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 29$.



11.1 (Дальний восток)

Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 24x^2 + 11$.

12.1 (Дальний восток)

а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

12.2 (Дальний восток)

а) Решите уравнение

$$\log_4(2^{2x} - \sqrt{3}\cos x - \sin 2x) = x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

13.1 (Дальний восток)

Дан тетраэдр $ABCD$. На ребре AC выбрана точка K так, что $AK : KC = 3 : 7$. Также на ребрах AD , BD и BC выбраны точки L , M и N соответственно так, что $KLMN$ — квадрат со стороной 3.

а) Докажите, что ребра AB и CD взаимно перпендикулярны.

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости $KLMN$, если объем тетраэдра $ABCD$ равен 100.

14.1 (Дальний восток)

Решите неравенство

$$\frac{4^x - 2^{x+3} + 7}{4^x - 5 \cdot 2^x + 4} \leq \frac{2^x - 9}{2^x - 4} + \frac{1}{2^x - 6}$$

15.1 (Дальний восток)

В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с долгом на конец предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга одним платежом.

Известно, что сумма всех выплат составила 375 000 рублей. Сколько рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами?

16.1 (Дальний восток)

Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

- Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
- Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите AL , если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 16$.

17.1 (Дальний восток)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

17.2 (Дальний восток)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x - 3} \cdot \ln(5x - a) = \sqrt{4x - 3} \cdot \ln(6x + a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

17.3 (Томская обл.)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x - 7} \cdot \ln(x^2 - 6x + 10 - a^2) = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 3]$.

18.1 (Дальний восток)

Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества линеек равные части, имеющие целую длину.

- Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 16 см на части по 1 см?
- Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 100 см на части по 1 см?
- За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

18.2 (Москва)

У Пети дома лежат по 100 монет номинала 1, 2, 5 и 10 рублей. Он хочет купить пирожное в магазине без сдачи, но до момента покупки Петя не знает сколько стоит пирожное.

а) Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы гарантированно купить пирожное стоимостью до 100 рублей?

б) Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы гарантированно купить пирожное стоимостью до 25 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если он знает, что пирожное стоит не более 100 рублей?

Ответы

1.1 21

2.1 9

3.1 0,875

4.1 0,76

5.1 8

6.1 3,4

7.1 -7

8.1 6

9.1 6

10.1 5

11.1 16

12.1 а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$

12.2 а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $\frac{4\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}; \frac{5\pi}{2}; \frac{10\pi}{3}; \frac{7\pi}{2}$

13.1 б) 4,2

14.1 $(-\infty; 0) \cup (0; 2) \cup (\log_2 6; 3]$

15.1 221 400 рублей

16.1 б) $\sqrt{10}$

17.1 $a \in (-3; +\infty) \setminus \{0; 2; 6; 12\}$

17.2 $a \in \left(-\frac{9}{2}; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[-\frac{3}{8}; \frac{15}{4}\right)$

17.3 $a \in \left(-\frac{\sqrt{89}}{5}; -\frac{8}{5}\right] \cup \left[\frac{8}{5}; \frac{\sqrt{89}}{5}\right)$

18.1 а) Да

б) Нет

в) 9

18.2 а) Да

б) Нет

в) 13