

№13.1 (*Дальний восток*)

а) Решите уравнение

$$\cos^2(\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}\right]$.**№13.2** (*Москва*)

а) Решите уравнение

$$2 \cos x + \sin^2 x = 2 \cos^3 x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.**№14** (*Дальний восток*)

В прямоугольном параллелепипеде $ACBDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 6$.
Через точки B_1 и D параллельно AC проведена плоскость, пересекающая ребро CC_1 в точке K .

а) Докажите, что K — середина CC_1 .б) Найдите расстояние от точки B до плоскости сечения.**№15.1** (*Дальний восток*)

Решите неравенство

$$\log_3\left(\frac{1}{x} - 1\right) + \log_3\left(\frac{1}{x} + 1\right) \geq \log_3(8x - 1)$$

№15.2 (*Москва*)

Решите неравенство

$$\log_{11}(2x^2 + 1) + \log_{11}\left(\frac{1}{32x} + 1\right) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{16} + 1\right)$$

№16.1 (*Краснодар и Москва*)

На двух заводах выпускают одинаковую продукцию. Известно, что если на заводе рабочие суммарно трудятся t^2 часов в день, то завод выпускает t единиц продукции. Зарботная плата на первом заводе для одного рабочего составляет 200 рублей в час, на втором заводе — 300 рублей в час. Определите, какое наибольшее количество товаров могут выпустить в месяц оба завода, если на зарплату в месяц рабочим выделяется 1200000 рублей.

№17.1 (*Москва*)

Дан остроугольный треугольник ABC . В нём провели высоты BB_1 и CC_1 , которые пересеклись в точке H .

а) Докажите, что угол BAH равен углу BB_1C_1 .б) Найдите расстояние от центра описанной окружности треугольника ABC до его стороны BC , если известно, что $B_1C_1 = 18$, а $\angle BAC = 30^\circ$.

№18 (*Дальний восток*)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - (x - 1)\sqrt{2x - a} = x$$

имеет ровно один корень.

№19 (*Москва*)

Дан набор цифр: 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9. Из них составляют одно трёх- и одно четырёхзначное число. Оба поставленных числа кратны 45, цифры не повторяются.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равной 2205?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равной 3435?
- в) Какова максимально возможная сумма этих чисел?

Ответы

13.1 а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $-\frac{3\pi}{2}; -\pi; -\frac{\pi}{2}$

13.2 а) $\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $-\frac{10\pi}{3}; -3\pi; -\frac{8\pi}{3}; -2\pi$

14.1 б) $\frac{24}{\sqrt{41}}$

15.1 $\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right]$

15.2 $\left(-16; -\frac{1}{4}\right] \cup (0; +\infty)$

16.1 100

17.1 б) 18

18.1 $a \in [1; 2]$

19.1 а) Да, $1935 + 270 = 2205$

б) Нет

в) 10035