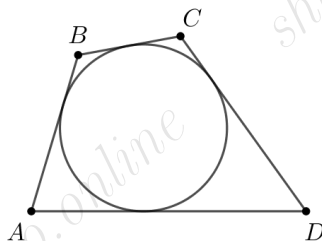
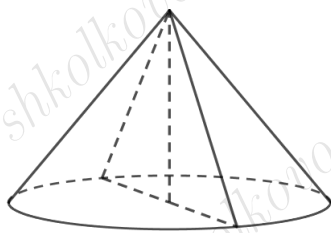


1. В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, при этом $AB = 17$ и $CD = 21$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.



2. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если радиус его основания уменьшится в 6 раз, а высота останется прежней?



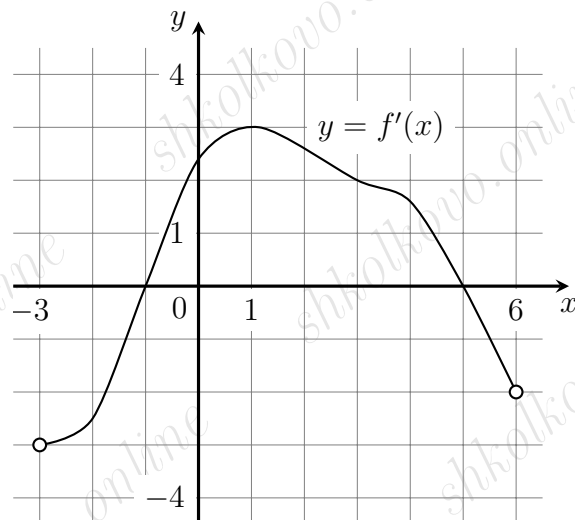
3. На соревнованиях по бегу выступают 44 спортсмена, среди них 15 бегунов из Швеции, 18 бегунов из Норвегии и 11 из Дании. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым будет выступать бегун из Дании.

4. Игральную кость бросили два раза. Известно, что 1 очко не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 7».

5. Найдите корень уравнения $\log_5(x - 7) = 2$.

6. Найдите значение выражения $\frac{6^{5,7} \cdot 2^{-4,7}}{3^{2,7}}$.

7. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 6)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



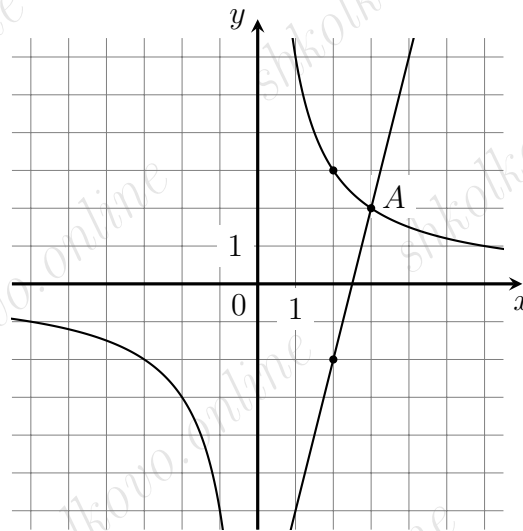
8. Сила тока в неразветвлённой части полной цепи с n параллельно соединёнными одинаковыми элементами ЭДС может быть найдена по формуле

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}},$$

где $\mathcal{E}$ — ЭДС каждого источника в вольтах, $R = 5,6$ Ом — сопротивление цепи в омах, $r = 2$ Ом — внутреннее сопротивление каждого источника. Сила тока составила треть от силы тока короткого замыкания одного источника $I_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$. Сколько элементов ЭДС в цепи?

9. Диана смешала раствор, содержащий 30% спирта, и раствор, содержащий 40% спирта. Она знает, что если к смеси добавить 8 литров чистой воды, то получится раствор, содержащий 20% спирта. С другой стороны, если к смеси добавить 5,5 литра раствора, содержащего 5% спирта, то получится раствор, содержащий 25% спирта. Сколько литров 30-процентного раствора спирта смешала Диана?

10. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках $A(3; 2)$ и $B(x_0; y_0)$. Найдите x_0 .



11. Найдите точку минимума функции $y = x\sqrt{x} - 18x + 7$.

12. а) Решите уравнение

$$\frac{1 - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos^2 x} = 2 \cos^2 x + 2 \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

13. Дана прямая треугольная призма, в основании которой лежит равнобедренный треугольник со сторонами $AB = BC = 10$, $AC = 12$. Боковое ребро призмы равно $6\sqrt{2}$.

а) Докажите, что прямые A_1C и C_1B взаимно перпендикулярны.

б) Найдите объем пирамиды A_1KLP , где K и P — середины ребер CC_1 и BC соответственно, а точка L на ребре AC выбрана так, что $AL : LC = 3 : 1$.

14. Решите неравенство

$$1 - \frac{5}{\log_5 x - 1} + \frac{16}{\log_5^2 x + \log_5 25x - 4} \leq 0$$

15. 15 июля 2023 года планируется взять кредит в банке на 6 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 15% по сравнению с долгом на конец предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года в первые 5 лет долг будет уменьшаться на 100 000 рублей;
- в июле последнего года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что переплата по кредиту составила 405 000 рублей. Найдите сумму, взятую в кредит.

16. Дан треугольник ABC . На его стороне AC как на диаметре построена окружность, которая пересекает стороны треугольника AB и BC в точках M и K соответственно. Известно, что M — середина AB , а H — точка пересечения высот треугольника ABC .

- а) Докажите, что $KH : HA = \cos \angle BCA$.
- б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник AHC , если $AK = 9$, $\cos \angle BCA = 0,8$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - a)^2 + \frac{3}{4}(y + 2a - 4)^2 = 1 \\ y = |x - 1| + |x + 1| \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

18. В ряд выписаны 7 натуральных чисел. Известно, что каждое число делится хотя бы на одного из своих соседей.

- а) Может ли среди данных чисел быть ровно 6 различных?
- б) Могут ли все выписанные числа быть различными?
- в) Какое наибольшее количество различных простых чисел может быть среди выписанных?

Ответы

1. 76
2. 36
3. 0,25
4. 0,16
5. 32
6. 54
7. -1
8. 5
9. 4
10. -0,5
11. 144
12. а) $x = \pi + 2\pi k, x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k,$
 $k \in \mathbb{Z}$
б) $-\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}$
13. б) $30\sqrt{2}$
14. $\left(\frac{1}{25}; 5\right) \cup \{25\}$
15. 700 000 рублей
16. б) $5 - \sqrt{10}$
17. $a \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \cup \left\{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right\}$
18. а) Да
б) Нет
в) 3