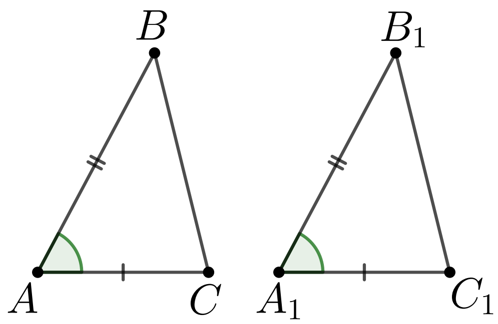
Веб-шпаргалка по №1, 17

29.04.2025

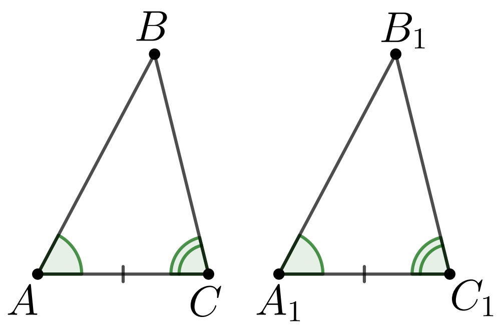
1. Признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними

Если $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ и $\angle A = \angle A_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



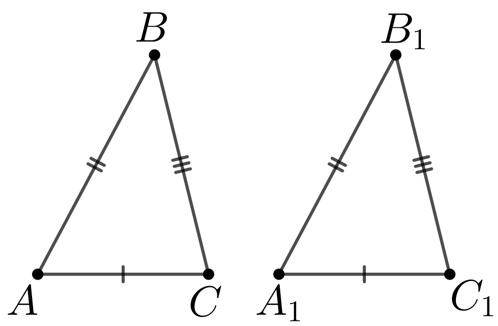
2. Признак равенства треугольников по стороне и прилежащим к ней углам

Если $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$ и $\angle C = \angle C_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



3. Признак равенства треугольников по трем сторонам

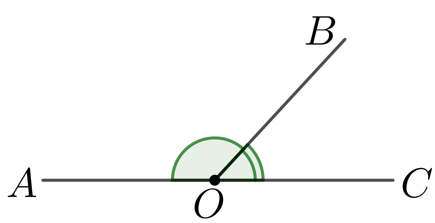
Если $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ и $BC = B_1C_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



4. Смежные углы

Сумма смежных углов равна 180° :

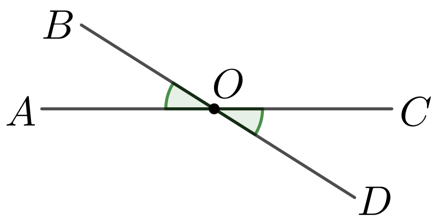
$$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$$



5. Вертикальные углы

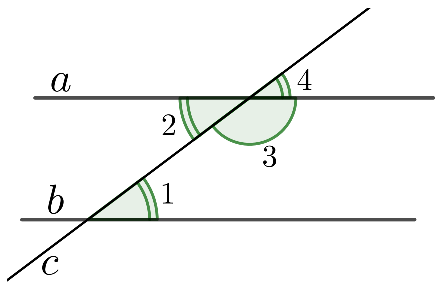
Вертикальные углы равны:

$$\angle AOB = \angle COD$$



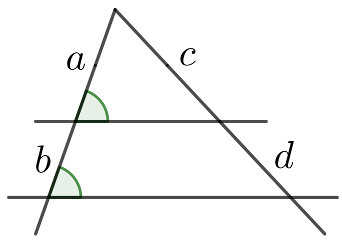
6. Углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей

$$\angle 1 = \angle 2$$
$$\angle 1 = \angle 4$$
$$\angle 2 = \angle 4$$
$$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$$



7. Теорема о пропорциональных отрезках

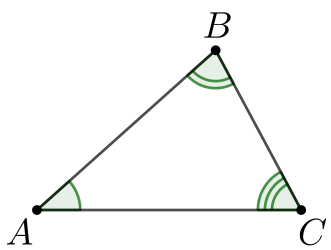
Параллельные прямые высекают на сторонах угла пропорциональные отрезки: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$.
Верно и обратное: если прямые высекают пропорциональные отрезки на сторонах угла, считая от вершины, то эти прямые параллельны.



8. Сумма углов треугольника

Сумма углов треугольника равна 180°:

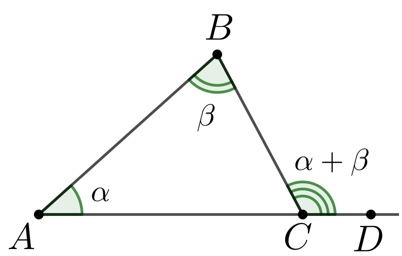
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$



9. Внешний угол треугольника

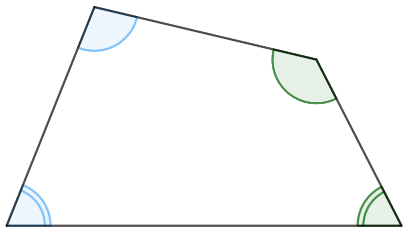
Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним:

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle C = \angle A + \angle B$$



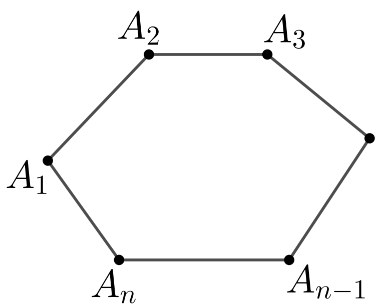
10. Сумма углов четырехугольника

Сумма углов четырехугольника равна $360°$.



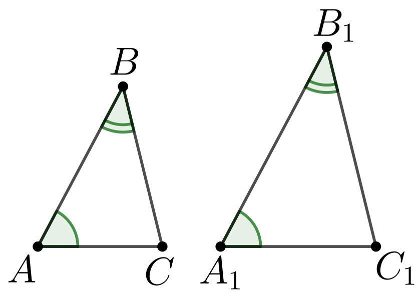
11. Сумма углов n-угольника

Сумма углов n-угольника равна $(n-2)\cdot 180°$.



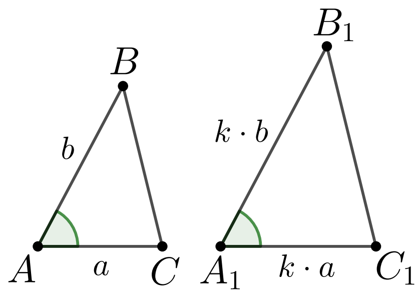
12. Признак подобия треугольников по двум углам

Если $\angle A_1 = \angle A$ и $\angle B_1 = \angle B$, то $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$.



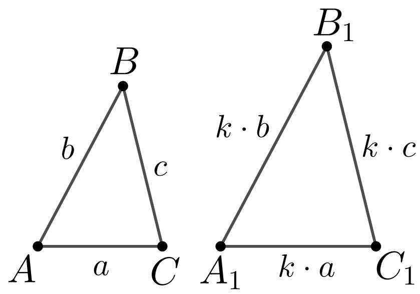
13. Признак подобия треугольников по двум проп. сторонам и углу между ними

Если $A_1C_1 = k\cdot AC$, $A_1B_1 = k\cdot AB$ и $\angle A_1 = \angle A$, то $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$.



14. Признак подобия треугольников по трем пропорциональным сторонам

Если $A_1C_1 = k \cdot AC$, $A_1B_1 = k \cdot AB$ и $B_1C_1 = k \cdot BC$, то $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$.

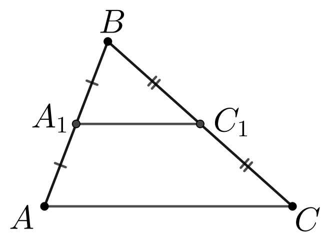


15. Средняя линия треугольника

A_1C_1 – средняя линия

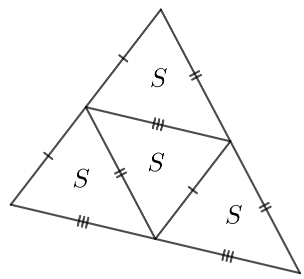
$A_1C_1 \parallel AC$

$$A_1C_1 = \frac{AC}{2}$$



16. Серединный треугольник

Средние линии разбивают треугольник на четыре равных треугольника.



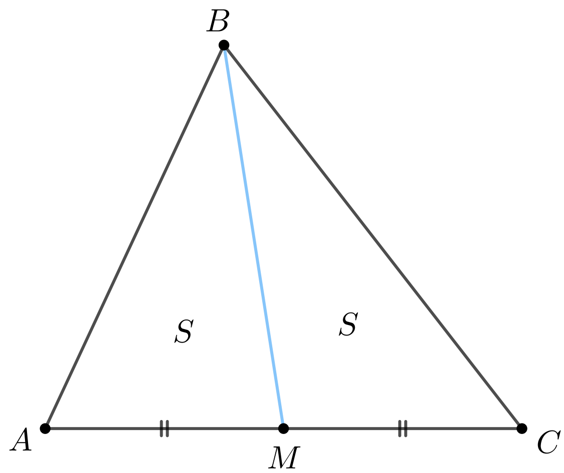
17. Медиана треугольника и её длина

Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется медианой треугольника. Медиана разбивает треугольник на равные по площади треугольники:

$$S_{\triangle ABM} = S_{\triangle CBM}$$

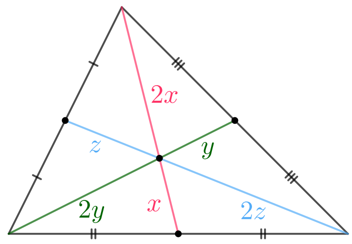
Формула длины медианы треугольника:

$$BM = \frac{1}{2}\sqrt{2AB^2 + 2BC^2 - AC^2}$$



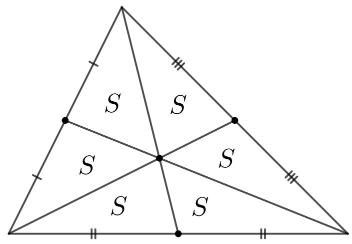
18. Точка пересечения медиан треугольника

Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении $2:1$, считая от вершин.



19. Медианы треугольника и площади

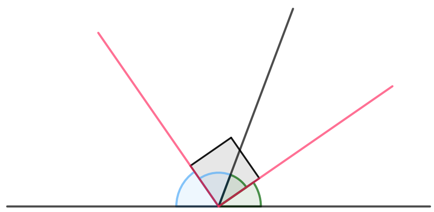
Медианы треугольника разбивают его на 6 равновеликих треугольников.



20. Биссектрисы смежных углов

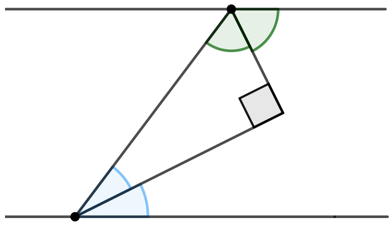
Биссектрисой угла называется луч, исходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла.

Биссектрисы смежных углов взаимно перпендикулярны.



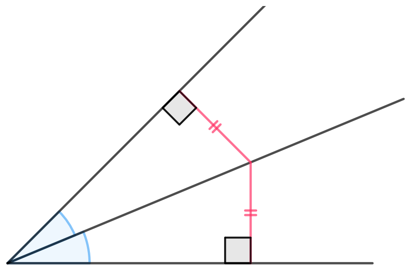
21. Биссектрисы односторонних углов

Биссектрисы односторонних углов при параллельных прямых взаимно перпендикулярны.



22. Биссектриса как ГМТ

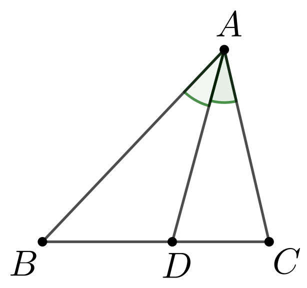
Биссектриса угла является геометрическим местом точек, лежащих внутри этого угла и равноудаленных от его сторон.



23. Главное свойство биссектрисы

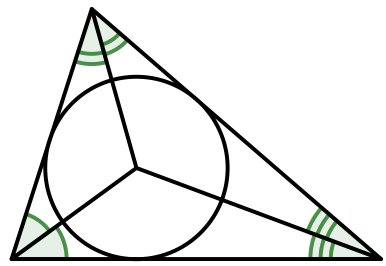
Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется биссектрисой треугольника.
Пусть AD — биссектриса $\triangle ABC$, тогда

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$



24. Центр вписанной в треугольник окружности

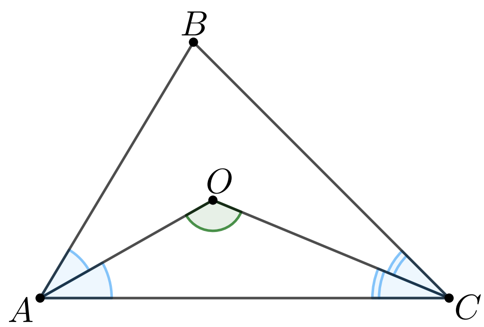
Три биссектрисы треугольника пересекаются в центре вписанной в него окружности.



25. Угол между биссектрисами треугольника

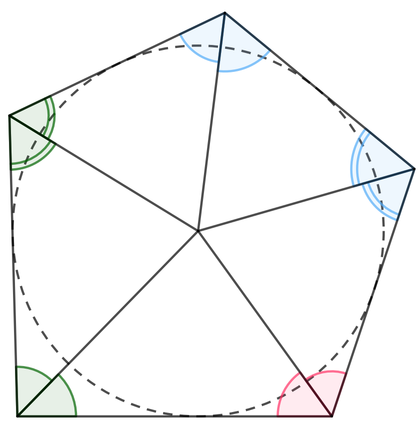
Пусть в треугольнике ABC проведены биссектрисы углов $\angle A$ и $\angle C$, пересекающиеся в точке O. Тогда

$$\angle AOC = 90^\circ + \frac{\angle B}{2}$$



26. Окружность, вписанная в многоугольник

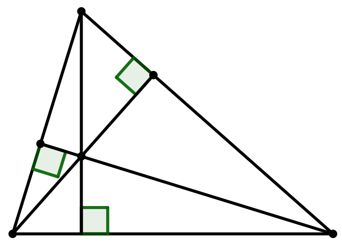
В многоугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда биссектрисы всех его углов пересекаются в одной точке.



27. Ортоцентр треугольника

Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется высотой треугольника.

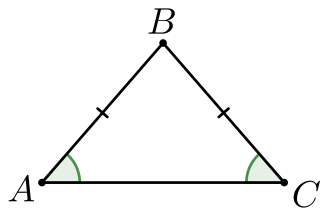
Три высоты (или их продолжения) треугольника пересекаются в одной точке (ортоцентре).



28. Равнобедренный треугольник

В равнобедренном треугольнике ($AB = BC$) углы при основании равны: $\angle A = \angle C$.

Верно и обратное. Если в треугольнике равны углы при одной из сторон ($\angle A = \angle C$), то он равнобедренный: $AB = BC$.



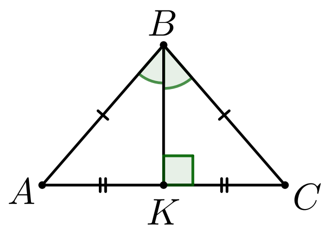
29. Биссектриса, медиана и высота равнобедренного треугольника

Медиана, биссектриса и высота равнобедренного треугольника, проведенные к основанию, совпадают.

Если медиана и высота в треугольнике совпадают, то треугольник равнобедренный.

Если медиана и биссектриса в треугольнике совпадают, то треугольник равнобедренный.

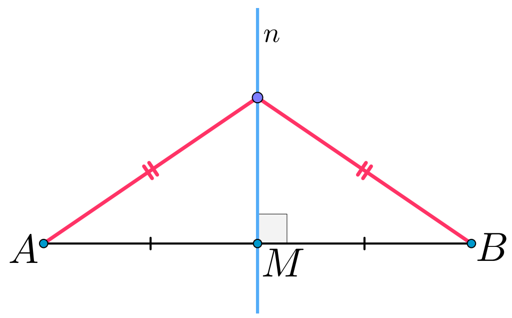
Если биссектриса и высота в треугольнике совпадают, то треугольник равнобедренный.



30. Серединный перпендикуляр

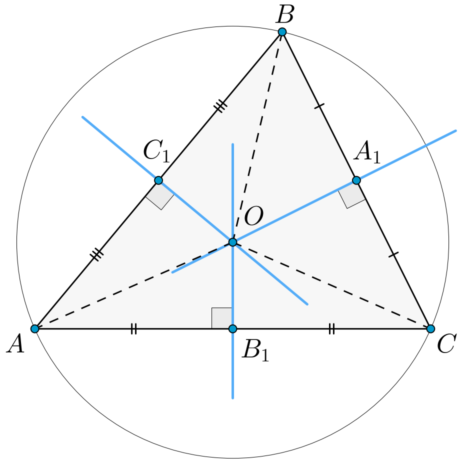
Серединный перпендикуляр к отрезку — прямая, перпендикулярная этому отрезку и проходящая через его середину.

Серединный перпендикуляр — геометрическое место точек, равноудаленных от концов отрезка.



31. Описанная окружность треугольника

Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

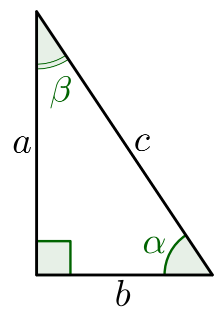


32. Прямоугольный треугольник и теорема Пифагора

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°: $\alpha + \beta = 90^\circ$.
Теорема Пифагора. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

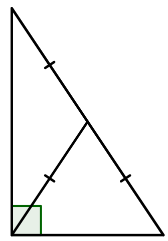
Теорема, обратная теореме Пифагора. Если в треугольнике квадрат одной стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то такой треугольник прямоугольный.



33. Медиана прямоугольного треугольника

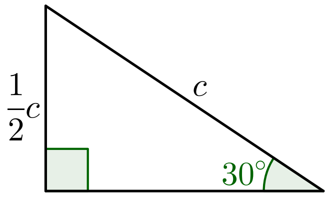
Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна её половине.

Верно и обратное: если медиана треугольника равна половине стороны, к которой проведена, то этот треугольник – прямоугольный.



34. Прямоугольный треугольник с углом 30°

Катет напротив угла 30° равен половине гипотенузы.

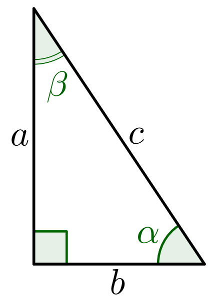


35. Тригонометрия в прямоугольном треугольнике

$$\sin\alpha = \frac{a}{c},\quad \cos\alpha = \frac{b}{c},$$

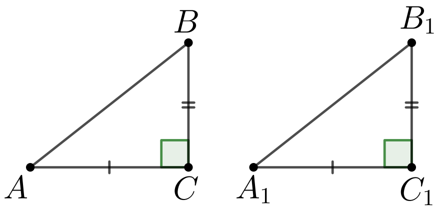
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b},\quad \operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a},$$

$$\sin\alpha = \cos\beta,\quad \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}\beta$$



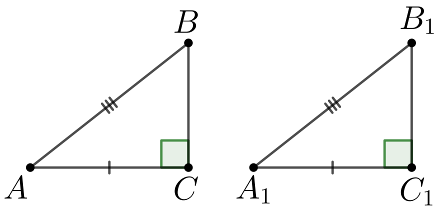
36. Признак равенства прямоугольных треуг. по двум катетам

Если $AC = A_1C_1$ и $BC = B_1C_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



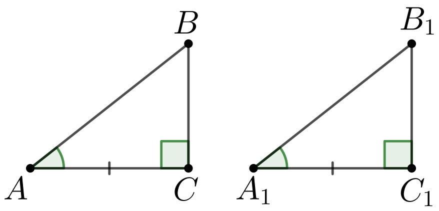
37. Признак равенства прямоугольных треуг. по катету и гипотенузе

Если $AC = A_1C_1$ и $AB = A_1B_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



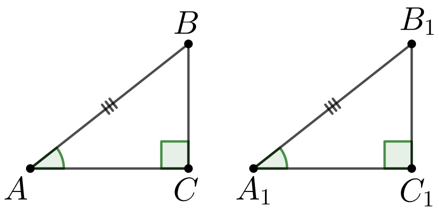
38. Признак равенства прямоугольных треуг. по катету и прил. острому углу

Если $AC = A_1C_1$ и $\angle A = \angle A_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



39. Признак равенства прямоугольных треуг. по гипотенузе и острому углу

Если $AB = A_1B_1$ и $\angle A = \angle A_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



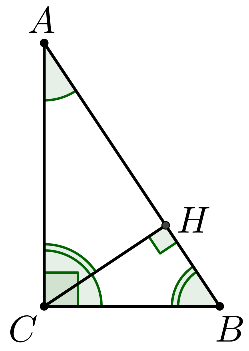
40. Высота прямоугольного треугольника

$$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}$$

$$\triangle ACH \sim \triangle ABC \sim \triangle CBH$$

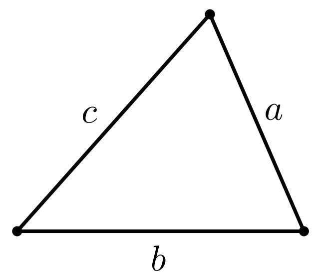
$$CH^2 = AH \cdot BH$$

$$\frac{AH}{BH} = \frac{AC^2}{BC^2}$$



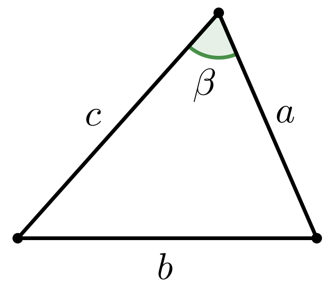
41. Неравенство треугольника

$$a + b > c$$
$$a + c > b$$
$$b + c > a$$



42. Связь большего угла и большей стороны

В треугольнике напротив большей стороны лежит больший угол: если $b > a$, $b > c$, то β — больший угол треугольника.

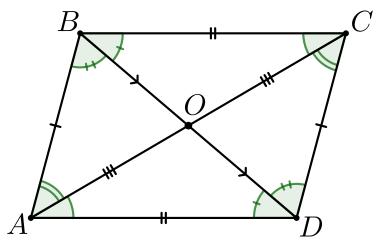


43. Свойства параллелограмма

1. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны.

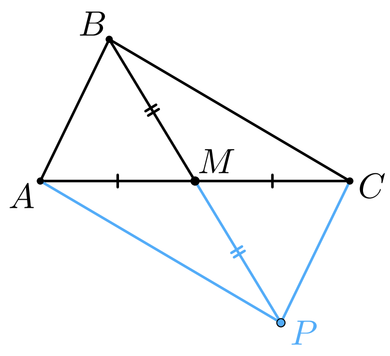
2. Противоположные углы параллелограмма попарно равны.

3. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



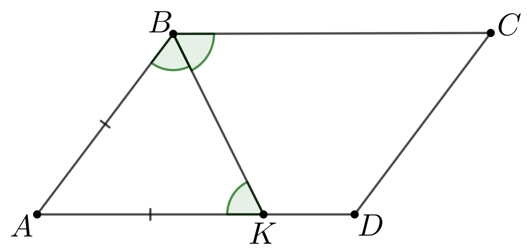
44. Удвоение медианы треугольника

Возьмем треугольник ABC и продлим его медиану BM на свою длину за точку M. Пусть мы получили точку P. Тогда $ABCP$ — параллелограмм.



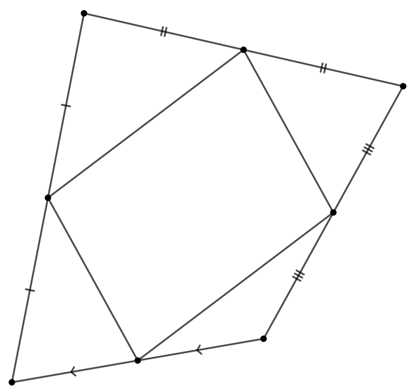
45. Биссектриса в параллелограмме

Пусть $ABCD$ — параллелограмм и проведена биссектриса $\angle ABC$, пересекающая сторону AD в точке K. Тогда $\triangle BAK$ — равнобедренный.



46. Теорема Вариньона

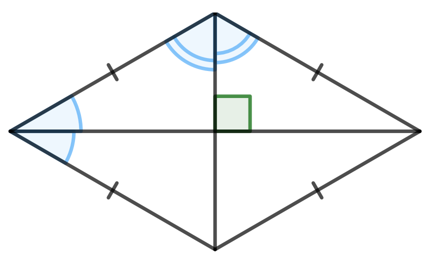
Если в произвольном четырехугольнике соединить последовательно середины всех сторон, то получившаяся фигура — параллелограмм.



47. Свойства ромба

Диагонали ромба перпендикулярны и являются биссектрисами углов ромба.

При этом все свойства параллелограмма также выполняются, поскольку ромб является параллелограммом.

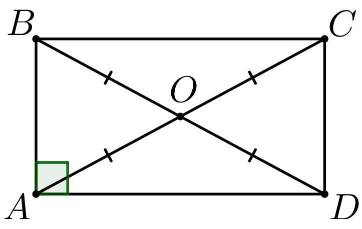


48. Свойства прямоугольника

В прямоугольнике диагонали, пересекаясь, делятся точкой пересечения пополам и все их половины равны между собой:

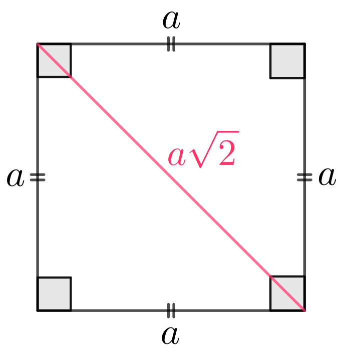
$$AO = BO = CO = DO$$

При этом все свойства параллелограмма также выполняются, поскольку прямоугольник является параллелограммом.



49. Свойства квадрата

В квадрате со стороной a диагональ равна $a\sqrt{2}$. При этом все свойства ромба и прямоугольника также выполняются, поскольку квадрат является и ромбом, и прямоугольником.

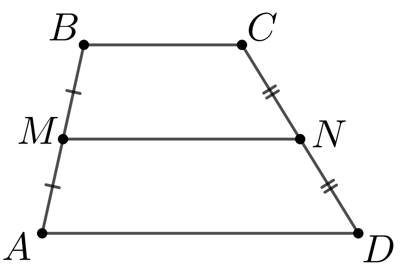


50. Средняя линия трапеции

MN – средняя линия

$MN \parallel BC \parallel AD$

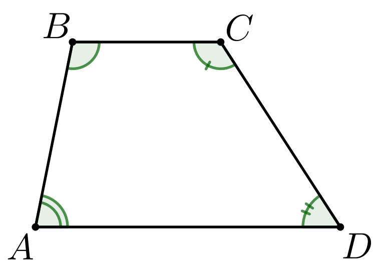
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$



51. Свойство трапеции

Сумма углов при боковой стороне трапеции равна 180° :

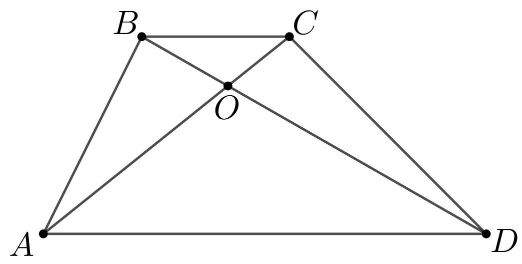
$$\angle A + \angle B = 180^\circ = \angle C + \angle D$$



52. Подобные треугольники в трапеции

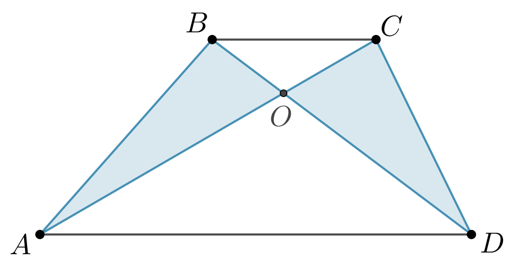
Пусть $ABCD$ — трапеция и её диагонали пересекаются в точке O. Тогда

$$\triangle AOD \sim \triangle BOC.$$



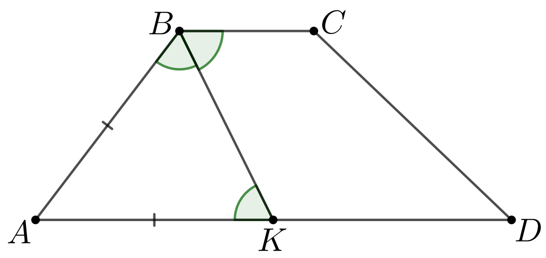
53. Равновеликие треугольники в трапеции

Пусть $ABCD$ — трапеция с основаниями AD и BC, O — точка пересечения ее диагоналей. Тогда площади треугольников $\triangle ABO$ и $\triangle CDO$ равны.



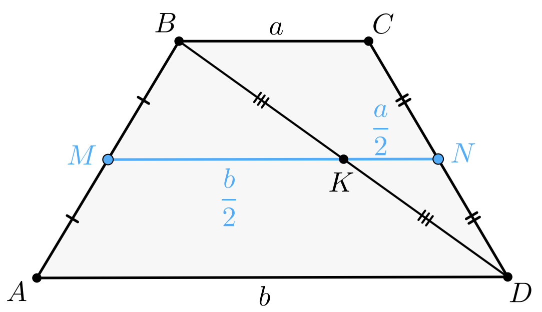
54. Биссектриса в трапеции

Пусть $ABCD$ — трапеция и проведена биссектриса $\angle ABC$, пересекающая основание AD в точке K. Тогда $\triangle BAK$ — равнобедренный.



55. Диагональ и средняя линия трапеции

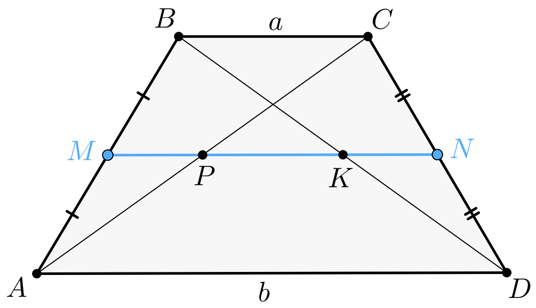
Диагональ трапеции пересекает среднюю линию трапеции в своей середине и разбивает ее на отрезки, равные половинам соответствующих оснований.



56. Расстояние между серединами диагоналей трапеции

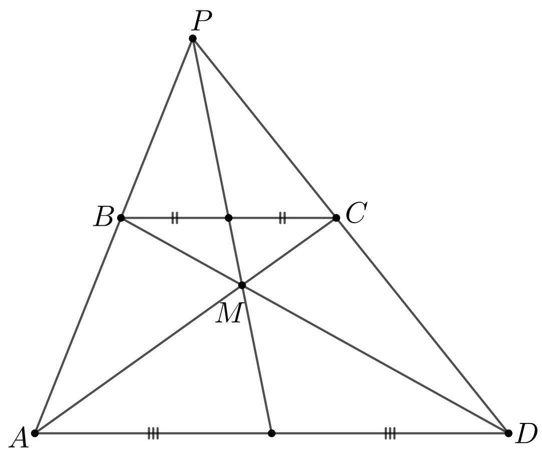
Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекают среднюю линию MN трапеции в точках P и K. Тогда

$$PK = \frac{|AD - BC|}{2}$$



57. Замечательное свойство трапеции

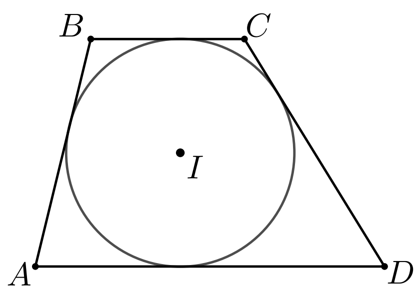
Четырехугольник $ABCD$ — трапеция. Пусть P — точка пересечения продолжений боковых сторон, M — точка пересечения диагоналей. Тогда прямая PM разбивает основания BC и AD пополам.



58. Описанная трапеция

В трапецию можно вписать окружность, если сумма оснований трапеции равна сумме её боковых сторон:

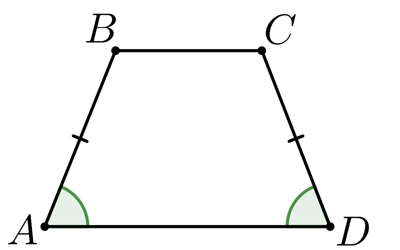
$$AD + BC = AB + CD$$



59. Равнобедренная трапеция

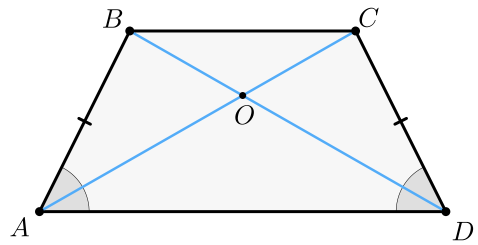
В равнобедренной трапеции углы при основании равны. И наоборот, если в трапеции углы при основании равны, то она равнобедренная. Таким образом,

$$AB = CD \quad \Leftrightarrow \quad \angle A = \angle D$$



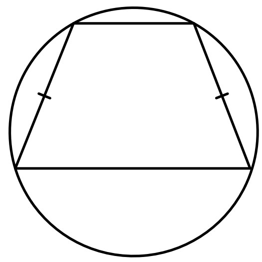
60. Критерий равнобедренной трапеции

Трапеция равнобедренная тогда и только тогда, когда её диагонали равны.



61. Критерий равнобедренной трапеции

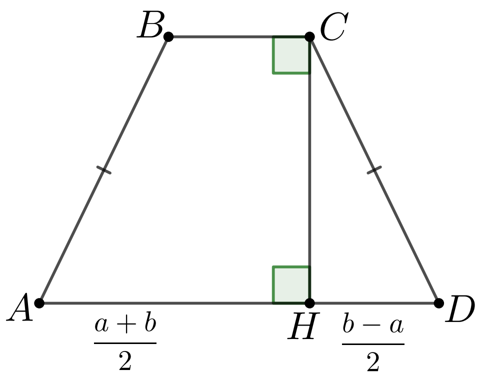
Трапеция равнобедренная тогда и только тогда, когда около неё можно описать окружность.



62. Отрезки, на которые высота делит основание равнобедренной трапеции

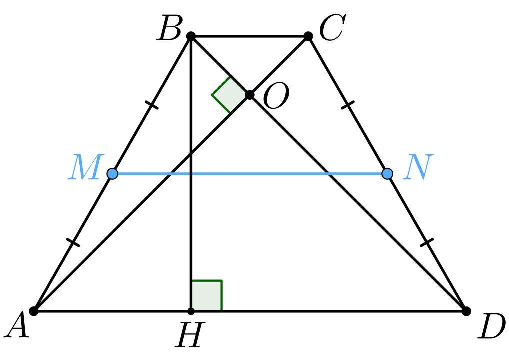
Пусть $ABCD$ — равнобедренная трапеция с основаниями $BC = a$ и $AD = b$, причем $a < b$. Из точки C опущена высота CH на большее основание. Тогда

$$AH = \frac{a+b}{2},\ HD = \frac{b-a}{2}$$



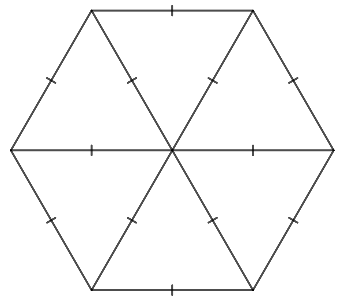
63. Равнобедренная трапеция с перпендикулярными диагоналями

В равнобедренной трапеции с перпендикулярными диагоналями высота равна средней линии.



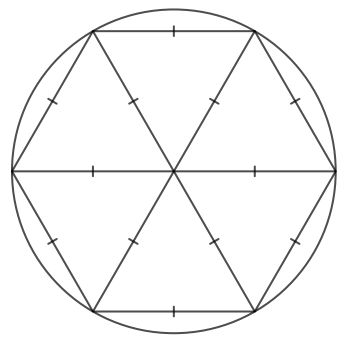
64. Правильный шестиугольник

Бо́льшие диагонали правильного шестиугольника делят его на 6 равных равносторонних треугольников.



65. Правильный шестиугольник

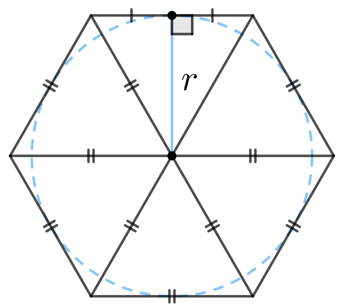
Сторона правильного шестиугольника равна радиусу окружности, описанной около него.



66. Вписанная в правильный шестиугольник окружность

Радиусом окружности, вписанной в правильный шестиугольник, является высота, опущенная из точки пересечения диагоналей на любую его сторону.
Если сторона правильного шестиугольника равна a, то радиус его вписанной окружности равен

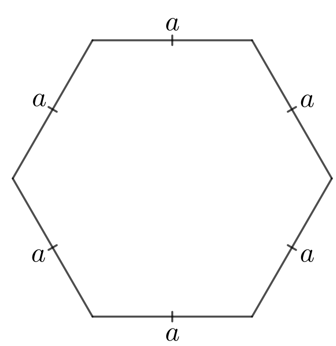
$$\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



67. Площадь правильного шестиугольника

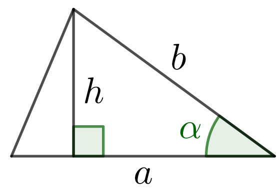
Площадь правильного шестиугольника со стороной a может быть вычислена по формуле:

$$S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$



68. Площадь треугольника

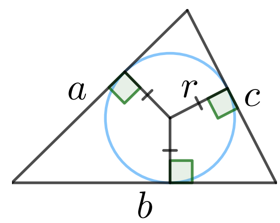
$$S = \frac{1}{2}a \cdot h, \quad S = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin\alpha$$



69. Площадь треугольника

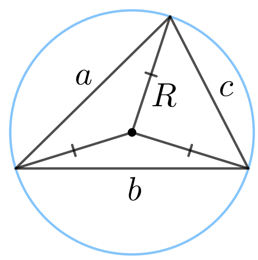
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = pr, \text{ где } p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$



70. Площадь треугольника

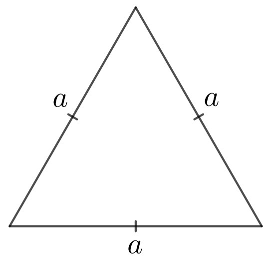
$$S = \frac{abc}{4R}$$



71. Площадь правильного треугольника через сторону

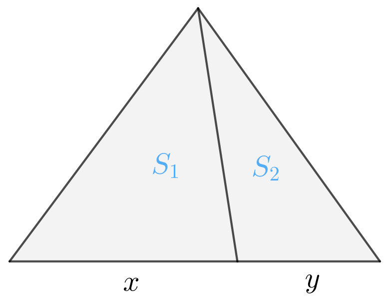
Площадь равностороннего треугольника со стороной a может быть вычислена по формуле:

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



72. Отношение площадей

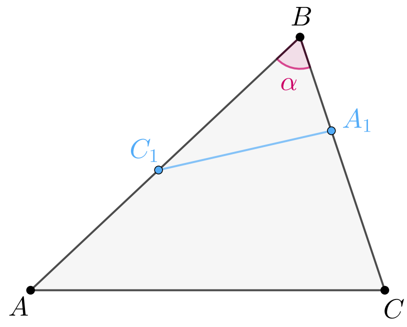
Если чевиана треугольника разбивает сторону на отрезки x и y, то площади треугольников, на которые чевиана разбивает данный треугольник, относятся как x к y: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{x}{y}$.



73. Площадь треугольников с общим углом

Пусть треугольники ABC и A_1BC_1 имеют общий угол B. Тогда площади этих треугольников относятся как произведения сторон, между которыми заключен общий угол:

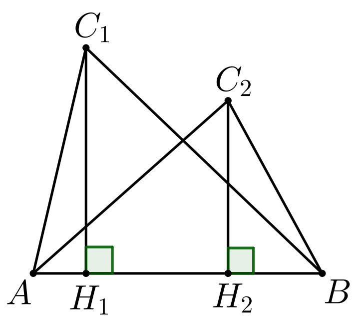
$$\frac{S_{\triangle A_1BC_1}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BA_1 \cdot BC_1}{BA \cdot BC}$$



74. Отношение площадей треугольников с общей стороной

Отношение площадей треугольников с общей стороной равно отношению их высот, проведённых к этой стороне:

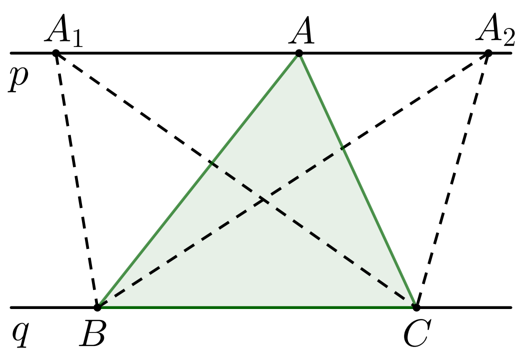
$$\frac{S_{\triangle ABC_1}}{S_{\triangle ABC_2}} = \frac{C_1H_1}{C_2H_2}$$



75. Рельсы Евклида

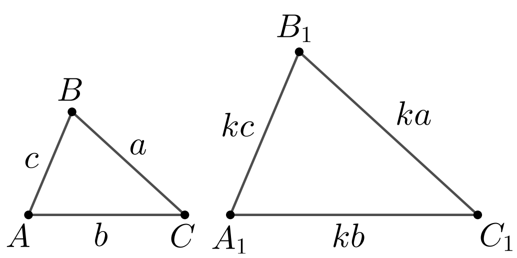
Если прямые p и q параллельны, то

$$S_{A_1BC} = S_{ABC} = S_{A_2BC}$$



76. Отношение площадей подобных треугольников

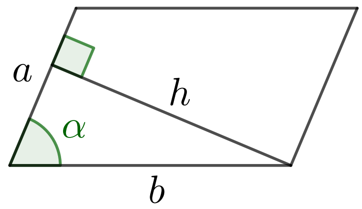
$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$ с коэфф-ом подобия k $\Rightarrow$ $\dfrac{S_{\triangle A_1B_1C_1}}{S_{\triangle ABC}} = k^2$



77. Площадь параллелограмма

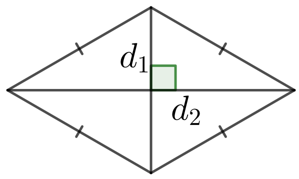
$$S = a \cdot h$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin\alpha$$



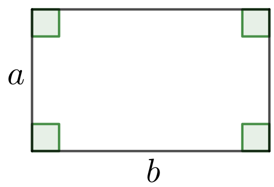
78. Площадь ромба

$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$



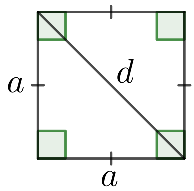
79. Площадь прямоугольника

$$S = ab$$



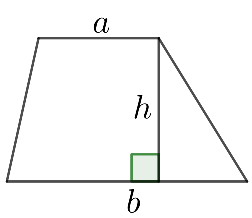
80. Площадь квадрата

$$S = a^2, \quad S = \frac{1}{2} d^2$$



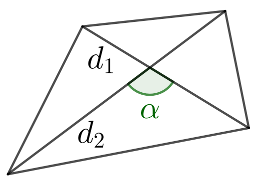
81. Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



82. Площадь произвольного четырёхугольника

$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha$$

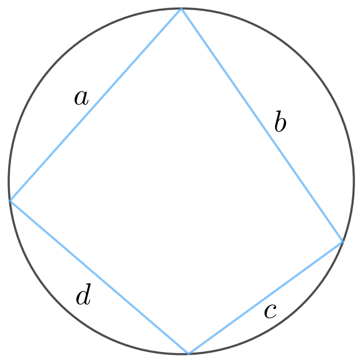


83. Формула Брахмагупты

Если около четырехугольника со сторонами a, b, c и d можно описать окружность, то его площадь вычисляется по формуле:

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

Здесь p — полупериметр.

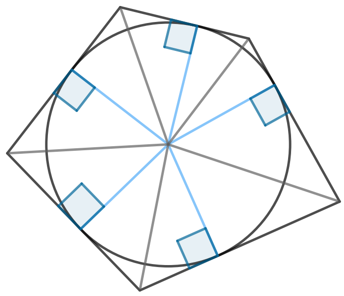


84. Площадь описанного многоугольника

Площадь любого описанного многоугольника можно вычислить по формуле:

$$S = p \cdot r$$

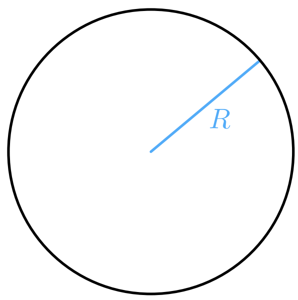
Здесь p — полупериметр, r — радиус вписанной окружности.



85. Площадь круга и длина окружности

$$S = \pi R^2$$

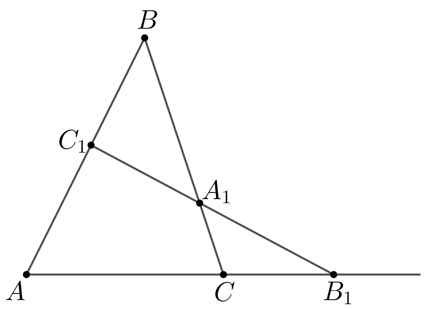
$$l = 2\pi R$$



86. Теорема Менелая

Пусть на сторонах AB, BC и продолжении стороны AC треугольника ABC взяты соответственно точки C_1, A_1, B_1. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда выполняется равенство:

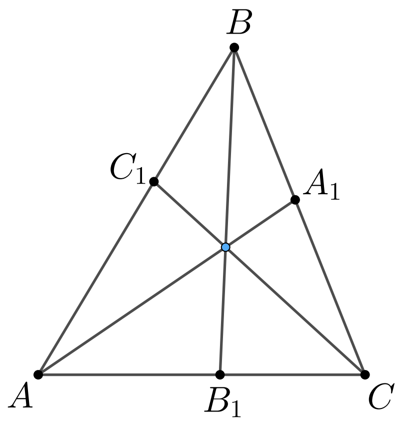
$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$$



87. Теорема Чевы

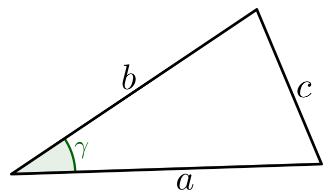
Пусть на сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки C_1, A_1 и B_1. Прямые AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда

$$\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$$



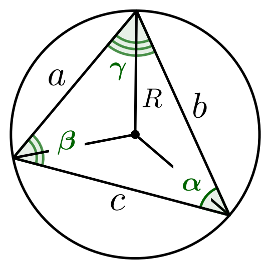
88. Теорема косинусов

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos\gamma$$



89. Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$$

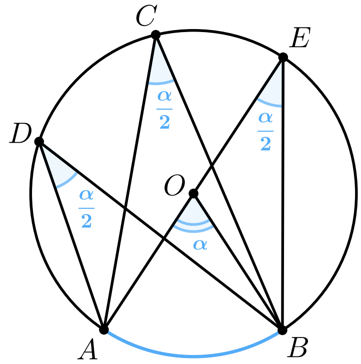


90. Вписанные и центральные углы

Вписанный угол в 2 раза меньше центрального, опирающегося на ту же дугу:

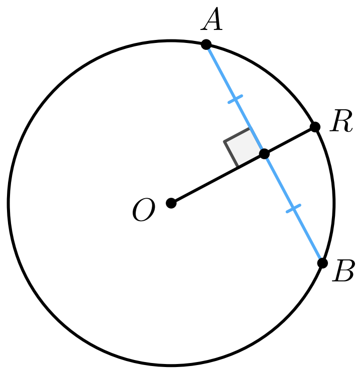
$$\angle ACB=\angle ADB=\angle AEB$$

$$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$$



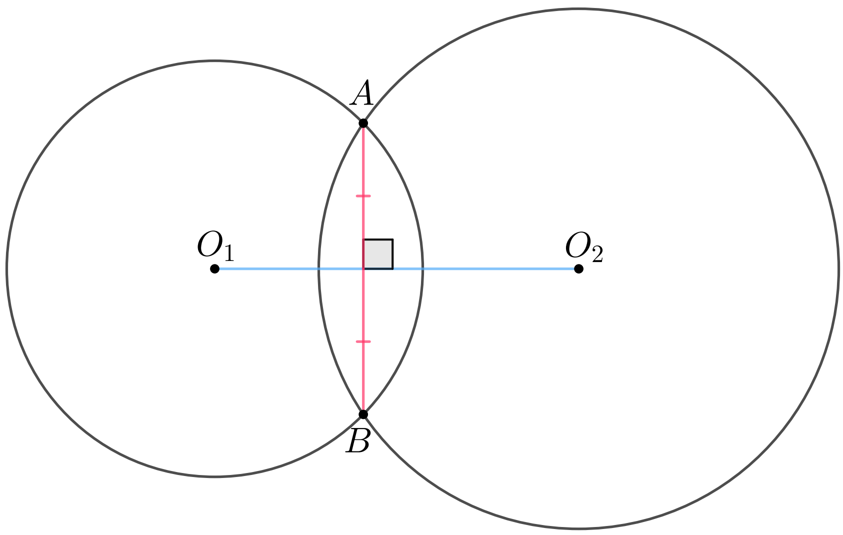
91. Радиус, перпендикулярный хорде

Радиус перпендикулярен хорде тогда и только тогда, когда делит её пополам.



92. Линия центров пересекающихся окружностей

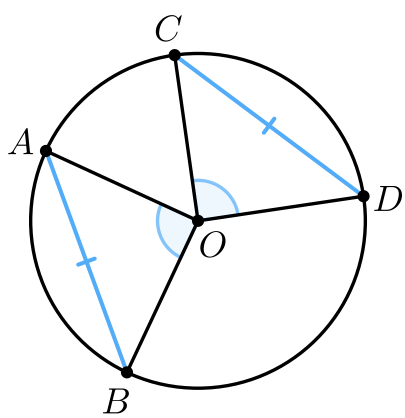
Пусть имеются две пересекающиеся окружности и проведены их общая хорда AB и отрезок O_1O_2, соединяющий центры окружностей. Тогда $AB \perp O_1O_2$ и O_1O_2 делит AB пополам.



93. Равные хорды и равные дуги

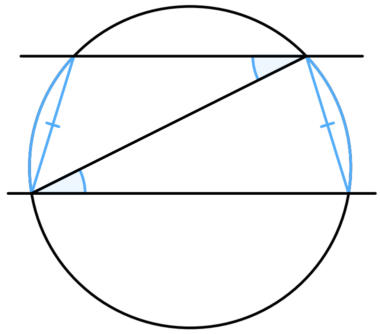
Равные хорды стягивают равные дуги.

Верно и обратное:
равные дуги стягиваются равными хордами.



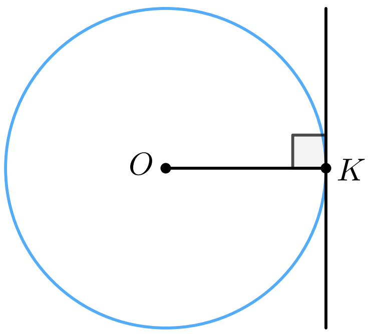
94. Равные хорды и параллельные прямые

Если окружность пересекают две параллельные прямые, то они высекают равные хорды.



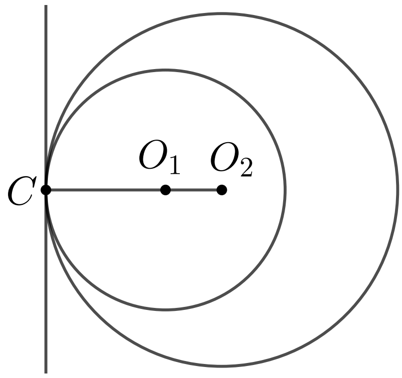
95. Радиус, проведенный к точке касания

Радиус, проведенный к точке касания, перпендикулярен касательной.



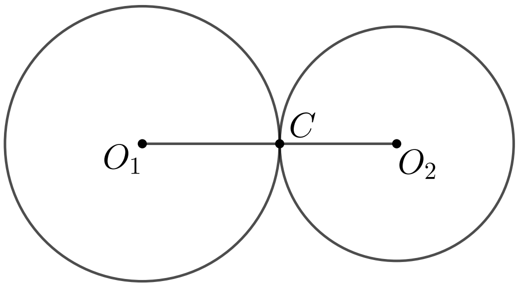
96. Касающиеся внутренним образом окружности

Пусть имеются две окружности с центрами O_1 и O_2, касающиеся внутренним образом в точке C. Тогда центры O_1 и O_2 и точка касания C лежат на одной прямой.



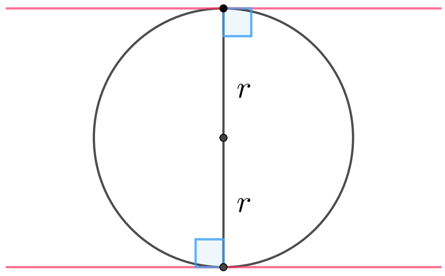
97. Касающиеся внешним образом окружности

Пусть имеются две окружности с центрами O_1 и O_2, касающиеся внешним образом в точке C. Тогда центры O_1 и O_2 и точка касания C лежат на одной прямой.



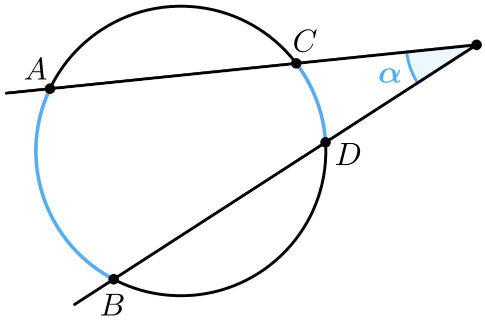
98. Окружность, вписанная между параллельными прямыми

Пусть дана окружность и две параллельные касательные, проведенные к данной окружности. Тогда отрезок, соединяющий точки касания, — диаметр.



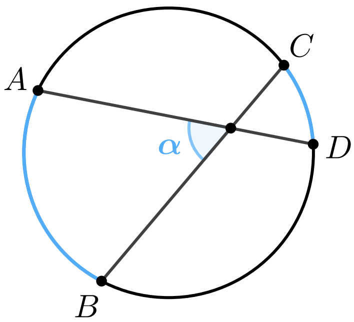
99. Угол между секущими

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\overset{\smile}{AB} - \overset{\smile}{CD}\right)$$



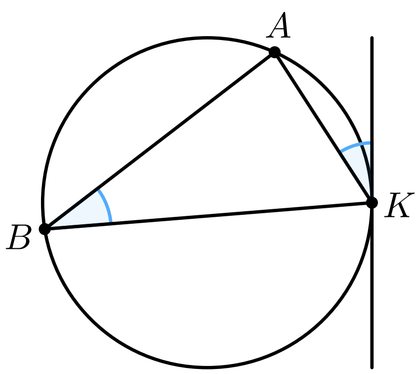
100. Угол между хордами

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\overset{\smile}{AB} + \overset{\smile}{CD}\right)$$



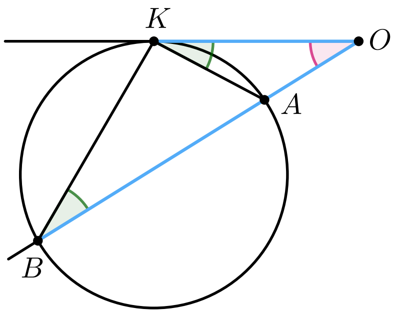
101. Угол между хордой и касательной

Угол между хордой и касательной равен вписанному углу, опирающемуся на дугу, заключенную между ними.



102. Следствие

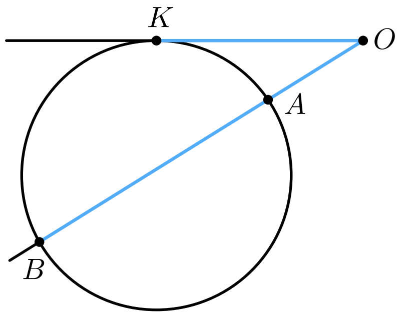
Из точки O проведена касательная OK к окружности и секущая, пересекающая окружность в точках A и B. Тогда $\triangle OAK \sim \triangle OKB$.



103. Теорема о секущей и касательной

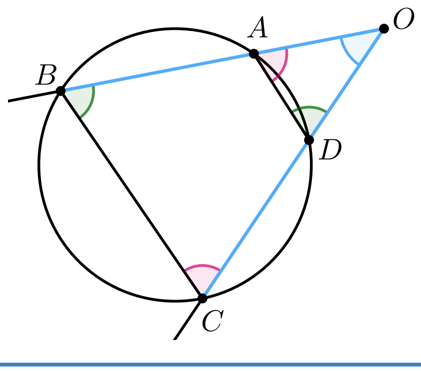
Квадрат касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть:

$$OK^2 = OB \cdot OA$$



104. Треугольники, образуемые секущими

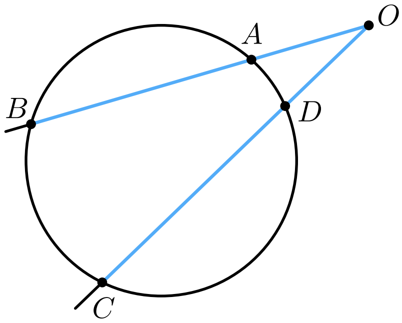
Имеются две секущие к окружности, выходящие из одной точки O. Пусть одна секущая пересекает окружность в точках A и B, а вторая секущая — в точках D и C. Тогда $\triangle OAD \sim \triangle OCB$.



105. Теорема о произведении отрезков секущих

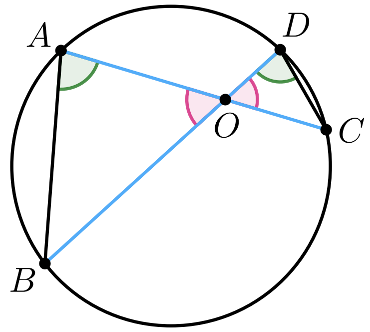
Для данной окружности и точки O вне окружности произведение секущей на ее внешнюю часть — величина постоянная:

$$OB \cdot OA = OC \cdot OD$$



106. Треугольники, образуемые хордами

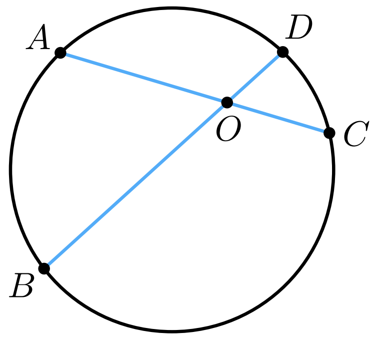
Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке O. Тогда $\triangle OAB \sim \triangle ODC$.



107. Теорема о произведении отрезков хорд

Произведения отрезков пересекающихся хорд равны:

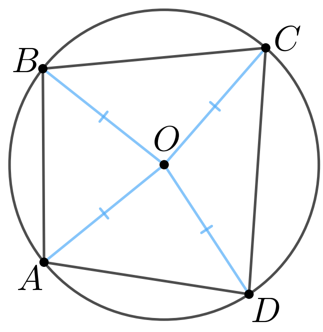
$$AO \cdot OC = BO \cdot OD$$



108. Вписанный четырёхугольник

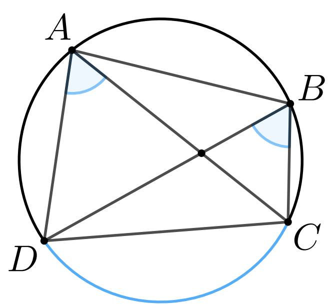
Четырехугольник вписан в окружность, если существует точка, равноудаленная от всех его вершин.

Если четырехугольник вписанный, то точка, равноудаленная от его вершин, существует и является центром его описанной окружности.



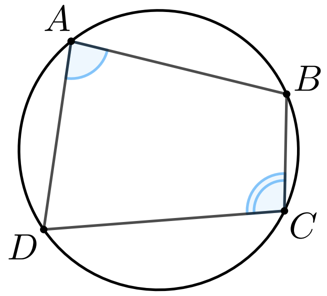
109. Критерий вписанного четырёхугольника

$ABCD$ вписан в окружность $\Leftrightarrow$ $\angle DAC = \angle DBC$



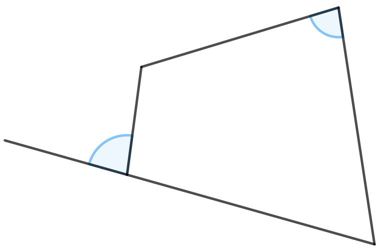
110. Критерий вписанного четырёхугольника

$ABCD$ вписан в окружность $\quad\Leftrightarrow\quad \angle A + \angle C = 180^\circ$



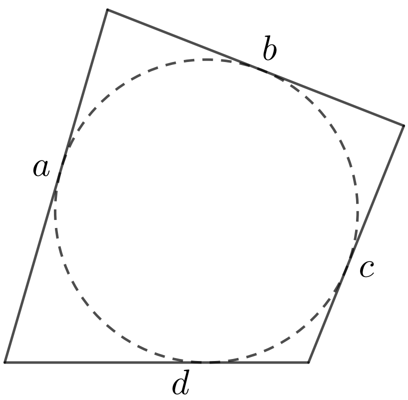
111. Критерий вписанного четырёхугольника

Четырехугольник вписан в окружность тогда и только тогда, когда внешний угол при его вершине равен внутреннему углу при противоположной вершине.



112. Критерий описанного четырехугольника

Четырёхугольник описанный (в него можно вписать окружность) тогда и только тогда, когда суммы противоположных сторон равны.

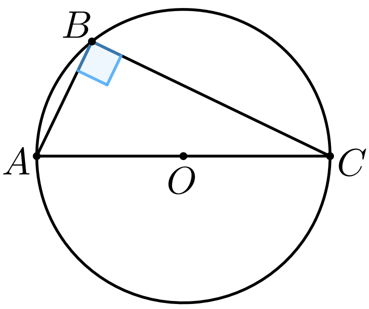


$a + c = b + d$

113. Вписанный угол, опирающийся на диаметр

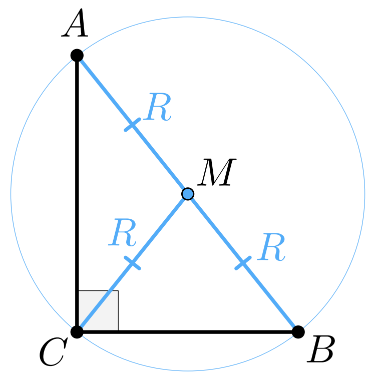
Вписанный угол, опирающийся на диаметр, — прямой:

$$AC \text{ — диаметр} \quad\Leftrightarrow\quad \angle B = 90^\circ$$



114. Описанная окружность прямоугольного треугольника

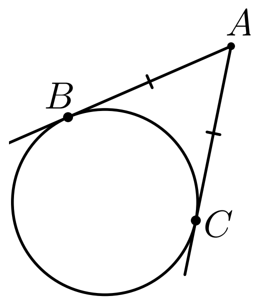
Если $\angle C = 90^\circ$, CM — медиана, то M — центр описанной около $\triangle ABC$ окружности.



115. Отрезки касательных из одной точки

Касательные, проведенные к окружности из одной точки, образуют равные отрезки:

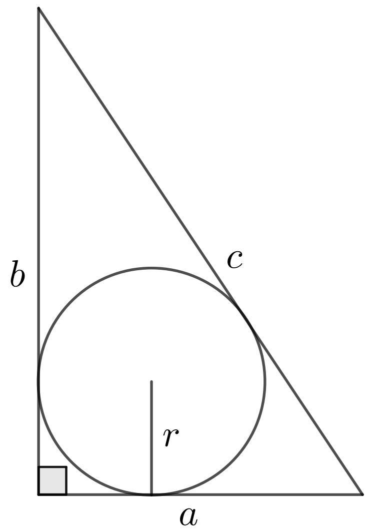
$$AB = AC$$



116. Радиус вписанной окружности прямоугольного треугольника

Радиус r окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с катетами a, b и гипотенузой c может быть вычислен по формуле:

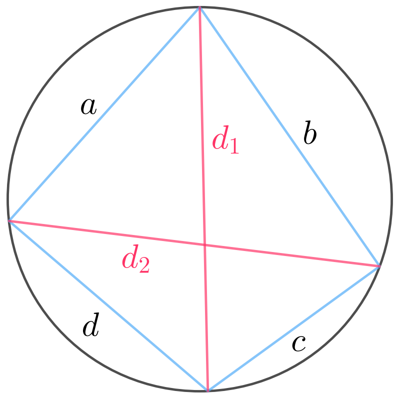
$$r = \frac{a+b-c}{2}$$



117. Теорема Птолемея

Произведение диагоналей вписанного в окружность четырехугольника равно сумме произведений противоположных сторон:

$$d_1 \cdot d_2 = a \cdot c + b \cdot d$$



118. Теорема Ван-Обеля

Пусть дан треугольник ABC и чевианы AA_1, BB_1, CC_1, пересекающиеся в одной точке P. Тогда имеет место равенство:

$$\frac{BP}{PB_1} = \frac{BC_1}{C_1A} + \frac{BA_1}{A_1C}$$