

1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на диагонали BD_1 отмечена точка N так, что $BN : ND_1 = 1 : 2$. Точка O — середина отрезка CB_1 .

а) Докажите, что прямая NO проходит через точку A .

б) Найдите объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если длина отрезка NO равна расстоянию между прямыми BD_1 и CB_1 и равна $\sqrt{2}$.

2. Дан тетраэдр $ABCD$. На ребре AC выбрана точка K так, что $AK : KC = 3 : 7$. Также на ребрах AD , BD и BC выбраны точки L , M и N соответственно так, что $KLMN$ — квадрат со стороной 3.

а) Докажите, что $AB : CD = 3 : 7$.

б) Найдите объём пирамиды $CKLMN$, если объём тетраэдра $ABCD$ равен 100.

3. В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ лежит треугольник ABC . На прямой AA_1 отмечена точка D так, что A_1 — середина AD . На прямой $B_1 C_1$ отмечена точка E так, что C_1 — середина $B_1 E$.

а) Докажите, что прямые $A_1 B_1$ и DE перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AB и DE , если $AB = 4$, а $AA_1 = 1$.

4. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ рёбра равны 1. На продолжении отрезка $A_1 C_1$ за точку C_1 отмечена точка M так, что $A_1 C_1 = C_1 M$, а на продолжении отрезка $B_1 C$ за точку C отмечена точка N так, что $B_1 C = CN$.

а) Докажите, что $MN = MB_1$.

б) Найдите расстояние между прямыми $B_1 C_1$ и MN .

Отвѣты

1. б) $24\sqrt{3}$

2. б) 29,4

3. б) $\frac{8\sqrt{3}}{7}$

4. б) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$