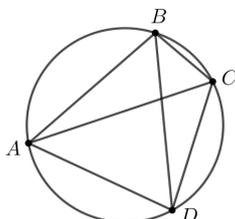


Тренировочный вариант «Школково» №6

Уровень сложности соответствует реальному
ЕГЭ 2023 по профильной математике

1. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 98° , угол CAD равен 44° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



2. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 30. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

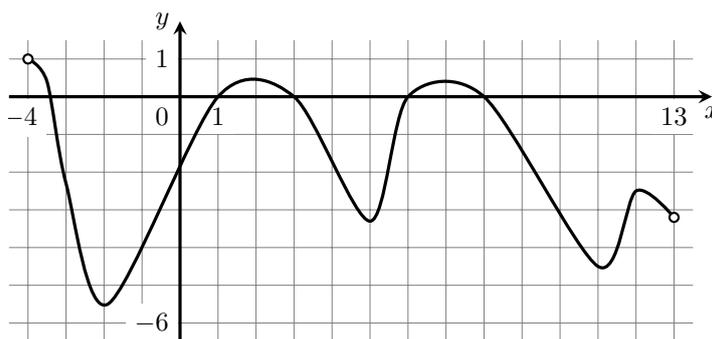
3. В классе 16 учащихся, среди них два друга — Вадим и Сергей. Учащиеся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.

4. На ЕГЭ 2023 в каждом номере второй части (всего их 7) есть 2 прототипа, один из которых простой, а другой сложный. Генератор случайным образом составляет вариант второй части. Какова вероятность того, что ученику попадет вторая часть только со сложными задачами? Ответ округлите до тысячных.

5. Решите уравнение $\log_4 2^{8x+8} = 4$.

6. Найдите значение выражения $7\sqrt{2} \cdot \sin \frac{15\pi}{8} \cos \frac{15\pi}{8}$.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 13)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 10$ или совпадает с ней.



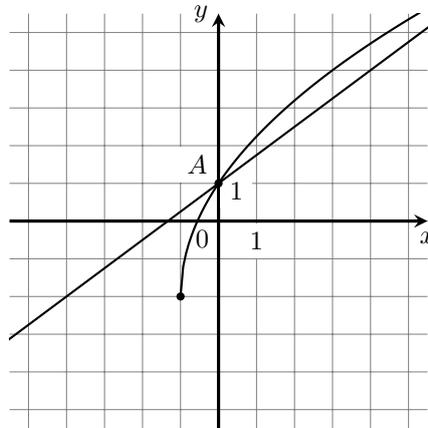
8. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 45$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 50 см до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 200 см до 270 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.

9. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 12 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

10. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x-b} + c$ и $g(x) = 0,75x + 1$, которые пересекаются в точках $A(0; 1)$ и B . Найдите абсциссу точки B .



11. Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 8e^x + 9$ на отрезке $[0; 2]$.

12. а) Решите уравнение $2 \sin^3(\pi + x) = \frac{1}{2} \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

13. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания AB равна $2\sqrt{3}$, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребрах $A_1 D_1$ и DD_1 отмечены соответственно точки K и M так, что $A_1 K = KD_1$, $DM : MD_1 = 2 : 1$.

а) Докажите, что прямые MK и BK перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями (BMK) и (BCC_1) .

14. Решите неравенство

$$(4^x - 5 \cdot 2^x)^2 - 20(4^x - 5 \cdot 2^x) \leq 96$$

15. 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 12 месяцев нужно выплатить банку 1370 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

16. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC . Диагональ AC разбивает ее на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и AB .

а) Докажите, что луч DB — биссектриса угла ADC .

б) Найдите AB , если известны длины диагоналей трапеции: $BD = 8$, $AC = 5$.

17. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{|3x| - 2x - 2 - a}{x^2 - 2x - a} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18. В ящике лежит 76 фруктов, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два фрукта различной массы, а средняя масса всех фруктов равна 100 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых меньше 100 г, равна 85 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых больше 100 г, равна 124 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну фруктов массой меньше 100 г и фруктов массой больше 100 г?
- б) Могло ли в ящике оказаться меньше 8 фруктов, масса каждого из которых равна 100 г?
- в) Какую наибольшую массу может иметь фрукт в этом ящике?

Ответы

1. 54
2. 45
3. 0,2
4. 0,008
5. 0
6. -3,5
7. 5
8. 54
9. 8
10. 8
11. -7
12. а) $\pi k, \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m, \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, k, m, n \in \mathbb{Z}$
б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -\frac{17\pi}{6}$
13. б) 45°
14. $(-\infty; 0] \cup [2; 3]$
15. 2 000 тыс. рублей
16. б) 6
17. $a \in (-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 8) \cup (8; +\infty)$
18. а) Нет
б) Нет
в) 676