

Тренировочный вариант «Школково» №4

Уровень сложности реального ЕГЭ 2023
по профильной математике

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

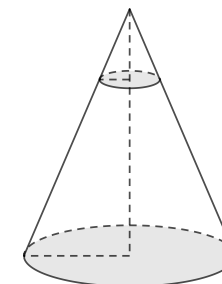
Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В треугольнике ABC угол C равен 118° , стороны AC и BC равны. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

- 2 Площадь боковой поверхности конуса равна 48π , а площадь боковой поверхности усечённого конуса с такими же большим основанием и углом наклона образующей к плоскости основания равна 36π . Найдите высоту усечённого конуса, если высота исходного конуса равна 10.



Ответ: _____.

- 3 Девять детей встают в хоровод в случайном порядке. Среди них есть Сережа и его сестра Маша. Какова вероятность того, что Сережа и Маша окажутся рядом?

Ответ: _____.

- 4 В коробке лежат четыре лампочки мощностью 40 Вт, пять мощностью 60 Вт и шесть мощностью 75 Вт. Лампочки вынимают из коробки вслепую одну за другой до тех пор, пока не будет вынута хотя бы одна мощностью 75 Вт. Какова вероятность того, что будет вынута хотя бы две лампочки?

Ответ: _____.

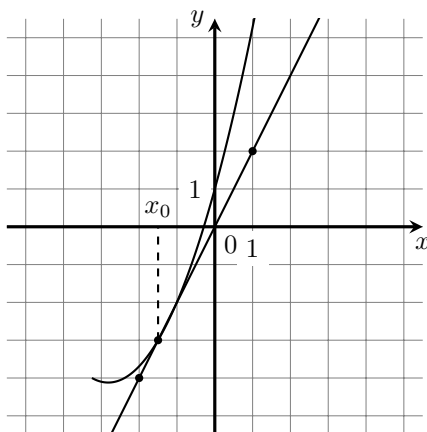
- 5 Найдите корень уравнения $\log_2(15 + x) = \log_2 3$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

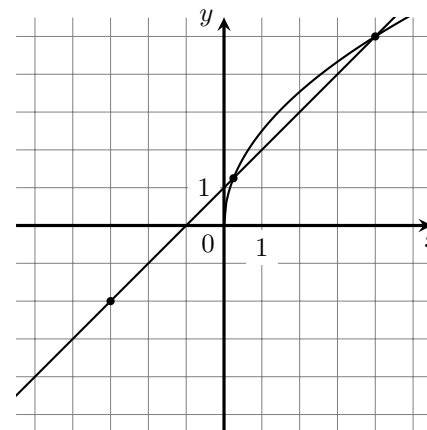
- 8 Груз массой 0,25 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 12$ с — период колебаний, $v_0 = 1,6$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 10 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

- 9 Смешав 41-процентный и 63-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 49-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 54-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 41-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

- 10 На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точках $A(x_0; y_0)$ и $B(4; 5)$. Найдите y_0 .



Ответ: _____.

- 11 Найдите наибольшее значение функции $y = e^{x-2} \cdot \frac{x-4}{x}$ на отрезке $[1; 4]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ №2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

13 Дана пирамида $SABC$, в которой $SC = SB = \sqrt{17}$, $AB = AC = \sqrt{29}$, $SA = BC = 2\sqrt{5}$.

- а) Докажите, что ребро SA перпендикулярно ребру BC .
 б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью (SBC) .

14 Решите неравенство

$$(9^x - 2 \cdot 3^x)^2 - 62 \cdot (9^x - 2 \cdot 3^x) - 63 \geq 0$$

15 В июле 2022 года планируется взять кредит на пять лет в размере 1050 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2023, 2024 и 2025 годов долг остается равным 1050 тыс. рублей;
- выплаты в 2026 и 2027 годах равны;
- к июлю 2027 года долг будет выплачен полностью.

На сколько рублей последняя выплата будет больше первой?

16 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки P и Q — середины катетов AC и BC соответственно, CD — высота.

- а) Докажите, что прямые PD и QD перпендикулярны.
 б) Пусть S — точка пересечения прямых BC и PD , а T — точка пересечения прямых AC и QD , причём $AD = 6$, $BD = 4$. Найдите площадь треугольника STP .

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$ax^2 + 2(a+3)x + (a+4) = 0$$

имеет два корня, расстояние между которыми больше 2.

18 Набор состоит из 33 натуральных чисел, среди которых есть числа 3, 4 и 5. Среднее арифметическое любых 27 чисел набора меньше 2.

- а) Может ли такой набор содержать ровно 13 единиц?
 б) Может ли такой набор содержать менее 13 единиц?
 в) Докажите, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 28.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с правильным номером задания.

Полный разбор варианта состоится [здесь](#) 6 октября в 18:00!

