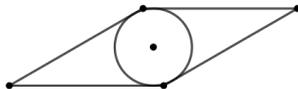


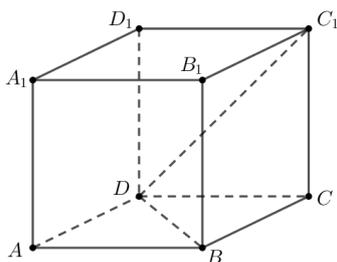
Тренировочный вариант «Школково» №12

Уровень сложности соответствует реальному
ЕГЭ 2023 по профильной математике

1. Сторона ромба равна 10, острый угол равен 30° . Найдите радиус окружности, вписанной в ромб.



2. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми DC_1 и BD . Ответ дайте в градусах.



3. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 10.

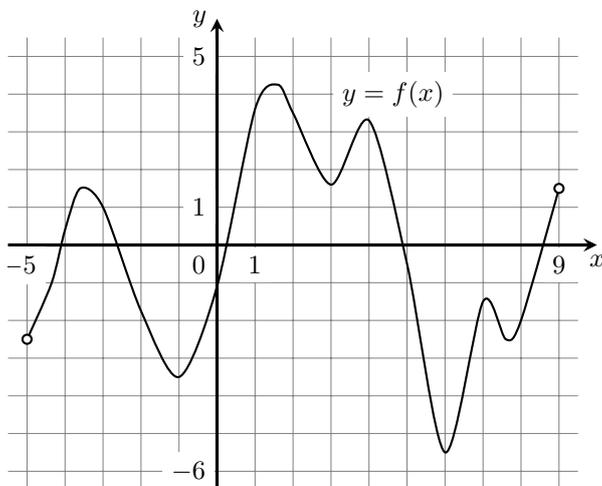
4. В классе 26 учащихся, среди них три подружки — Оля, Аня и Юлия. Класс случайным образом разбивают на две равные группы. Найдите вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе.

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{5x} = 2\frac{1}{2}x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

6. Найдите $\frac{g(10-x)}{g(10+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(20-x)}$, при $|x| \neq 10$.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-2; 8]$.



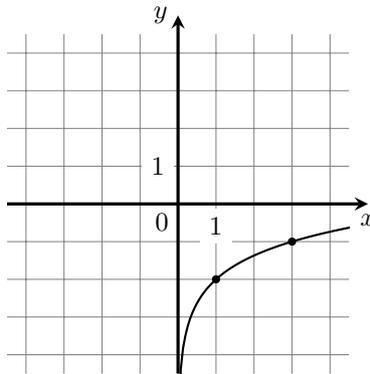
8. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности Земли. Максимальная высота полёта мячика H (в м) вычисляется по формуле

$$H = \frac{v_0^2}{4g} (1 - \cos 2\alpha),$$

где $v_0 = 12$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α мячик пролетит над стеной высотой 4,4 м на расстоянии 1 м? Ответ дайте в градусах.

9. Две трубы, работая одновременно, наполняют бассейн за 18 часов 40 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 40 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

10. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(81)$.



11. Найдите наименьшее значение функции $y = 4 \sin x - 6x + 7$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

12. а) Решите уравнение: $\cos^2 x + \sin x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

13. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

а) Докажите, что $AA_1 = AC$.

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $BC = 8$ и $AC = 7$.

14. Решите неравенство

$$\log_{2|2x-1|} (2^{2x+1} - 2^{x+2} + 2) \leq \frac{x}{|2x-1|}$$

15. В августе со 2-го по 15-е число 2026 года планируется взять кредит на 1200 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

- первого числа каждого месяца долг увеличивается на 1%;
- со 2-го по 15-е число каждого месяца на протяжении следующих 10 месяцев долг должен уменьшаться на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим месяцем;
- на одиннадцатый месяц перед начислением процентов остаток долга будет составлять 400 тысяч, после чего он погашается одним платежом.

Чему равна общая сумма выплат?

16. В остроугольном треугольнике ABC $\angle A = 60^\circ$. Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H . Точка O — центр окружности, описанной около $\triangle ABC$.

а) Докажите, что $AH = AO$.

б) Найдите площадь $\triangle AHO$, если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$(4|x| - a - 3)(x^2 - 2x - 2 - a) \leq 0$$

имеет хотя бы одно решение из промежутка $[-4; 4]$.

18. Группу детей можно перевезти автобусами модели А или автобусами модели Б. Известно, что в автобусе модели А количество мест больше 30, но меньше 40, а в автобусах модели Б — больше 40, но меньше 50. Если всех детей рассадить в автобусы модели А, то все места будут заняты. Если всех детей рассадить в автобусы модели Б, то все места также будут заняты, но потребуются на один автобус меньше.

а) Может ли потребоваться 5 автобусов модели А?

б) Найдите наименьшее возможное количество детей в группе, если известно, что их больше 150.

в) Найдите наибольшее возможное количество детей в группе.

Ответы

1. 2, 5
2. 60
3. 0, 25
4. 0, 22
5. 0, 8
6. 1
7. 7
8. 60
9. 35
10. 2
11. 7
12. а) $x = 2\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
б) $-4\pi, -\frac{7\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2}$
13. б) $\frac{28}{9}$
14. $[-1; 0) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right]$.
15. 1288 тысяч рублей
16. б) 9
17. $a \in [-3; 22]$
18. а) Да
б) 180
в) 546