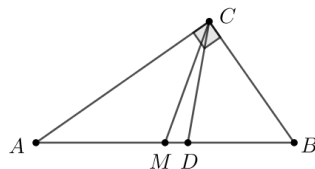


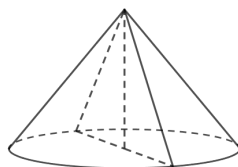
Тренировочный вариант «Школково» №11

Уровень сложности соответствует реальному
ЕГЭ 2023 по профильной математике

1. Угол между биссектрисой CD и медианой CM , проведенными из вершины прямого угла C треугольника ABC , равен 10° . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



2. Диаметр основания конуса равен 32, а длина образующей равна 20. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



3. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет четной и меньше 7?

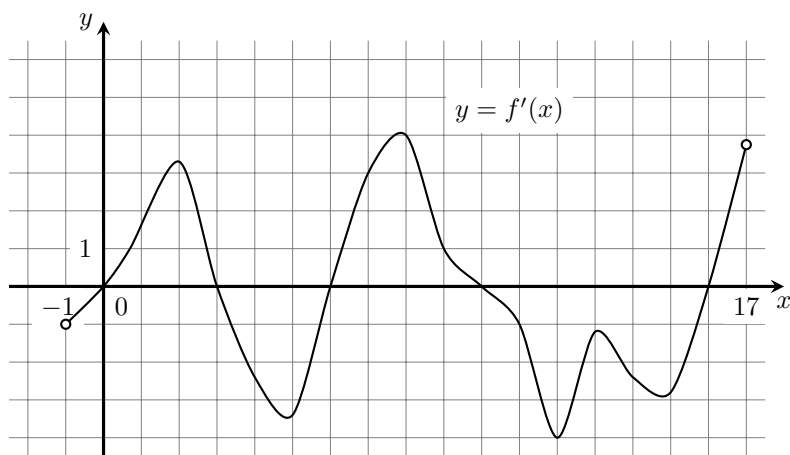
4. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последние 2 раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

5. Решите уравнение $x = \frac{8x + 36}{x + 13}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

6. Найдите значение выражения $2^{4\sqrt{10}-3} \cdot 2^{1-3\sqrt{10}} : 2^{\sqrt{10}-1}$.

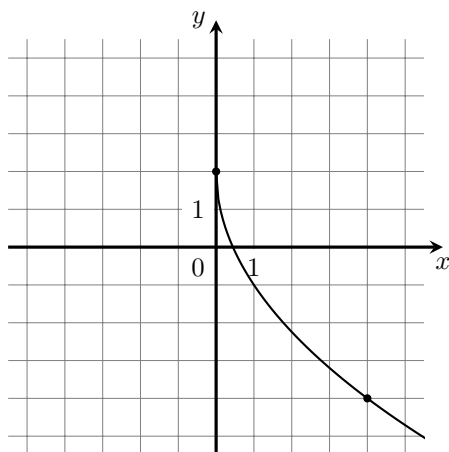
7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 17)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



8. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса и его длина, выраженная в метрах, изменяется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура в градусах Цельсия. При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ дайте в градусах Цельсия.

9. Лодка в 5:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от пункта А. Пробыв 2 часа в пункте В, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 23:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость лодки равна 4 км/ч.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = k\sqrt{x} + p$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -10$.



11. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 3x + 9$ на отрезке $[0, 25; 30]$.

12. а) Решите уравнение $\cos 2x \sin 2x \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{4} \cos \left(8x - \frac{3\pi}{2} \right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, лежащие на отрезке $\left[\frac{8\pi}{3}; \frac{10\pi}{3} \right]$.

13. Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Точка M — середина ребра AA_1 . Плоскость α проходит через ребро BB_1 и перпендикулярна прямой CM .

а) Докажите, что одна из диагоналей грани AA_1C_1C равна одной из ее сторон.

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости α , если α делит ребро AC в отношении 1 : 5, считая от точки A , $AC = 20$ и $AA_1 = 32$.

14. Решите неравенство

$$(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 + 8 \cdot 5^x < 2 \cdot 25^x + 15$$

15. На каждом из двух комбинатов работает по 200 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 1 деталь А или 3 детали В. На втором комбинате для изготовления t деталей (и А, и В) требуется t^2 человеко-смен. Оба эти комбината поставляют детали на третий комбинат, где собирают изделие, для изготовления которого нужна или 1 деталь А, или 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать третий комбинат за смену?

16. В параллелограмме $ABCD$ угол A острый. На продолжениях сторон AD и CD за точку D выбраны точки M и N соответственно, причем $AN = AD$ и $CM = CD$.

а) Докажите, что $BN = BM$.

б) Найдите MN , если $AC = 5$, $\sin \angle BAD = \frac{5}{13}$.

17. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства

$$\frac{x-2}{ax^2 - (a^2+1)x + a} \geq 0$$

является некоторый луч.

18. а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99?

б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.

в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?

Ответы

1. 35

2. 192

3. 0,4

4. 0,02

5. -9

6. 0,5

7. 4

8. 50

9. 1

10. 16

11. 6,75

12. а) $\frac{\pi k}{4}, \pm \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

б) $\frac{65\pi}{24}; \frac{11\pi}{4}; \frac{67\pi}{24}; 3\pi; \frac{77\pi}{24}; \frac{13\pi}{4}; \frac{79\pi}{24}$

13. б) 10

14. $(-\infty; 0) \cup (\log_5 3; 1)$

15. 620 изделий

16. б) $\frac{120}{13}$

17. $a \in \{1\}$

18. а) Нет

б) 2, 3, 4, 5, 6, 7

в) 12