

Надежда Энергетики–2023. 11 класс

1. Каждый из шести домов, стоящих на одной стороне улицы, соединен кабельными воздушными линиями с каждым из восьми домов на противоположной стороне. Сколько попарных пересечений образуют тени этих кабелей на поверхности улицы, если никакие три из них не пересекаются в одной точке? Считайте, что свет, порождающий эти тени, падает вертикально вниз.

2. Найдите максимальное значение величины $x^2 + y^2 + z^2$, если известно, что

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3x + 8y + z.$$

3. В уравнении

$$x^{2022} - 2x^{2021} - 3x^{2020} - \dots - 2022x - 2023 = 0$$

можно как угодно переставлять коэффициенты при всех степенях x , кроме самой старшей. Можно ли такой перестановкой добиться, чтобы уравнение имело хотя бы два положительных корня?

4. Две сферы касаются друг друга внешним образом и каждая из них касается внутренним образом большей сферы. Радиус одной в два раза, а другой — в три раза меньше радиуса наибольшей сферы. В точке касания малых сфер друг с другом построена касательная плоскость к ним. Найдите расстояние от этой плоскости до центра наибольшей сферы, если ее радиус равен R .

5. Какое число больше: 2023^{2023} или 2022^{2024} ?