

## ДВИ–2023. Первая волна

11 июля

1. Найдите наименьшее целое число, превосходящее  $\frac{\sqrt{8}}{\frac{\sqrt{2}}{20} + \frac{\sqrt{2}}{23}}$ .

2. Дана последовательность  $a_0, a_1, a_2, \dots$  действительных чисел. Найдите  $a_8$ , если известно, что  $a_1 = 1$  и что для любой пары индексов  $n, m$ , таких что  $n \geq m \geq 0$ , справедливо равенство  $a_{n+m} + a_{n-m} = 2(a_n + a_m)$ .

3. Решите неравенство

$$x^{\log_3 \sqrt{x}} > 9.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 3x + 2 \sin 2x + 2 \cos x = 0.$$

5. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AF, BD$  и  $CE$ . Найдите все возможные значения разности углов  $\angle A$  и  $\angle B$  треугольника, если известно, что  $DE : EF = BC : AC$ .

6. Положительные числа  $a, b, c$  удовлетворяют соотношению

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{a}{2+a^2} + \frac{b}{2+b^2} + \frac{c}{2+c^2}$ .

7. В правильной треугольной пирамиде  $ABCS$  проведено сечение через ребро основания  $AB$  перпендикулярно боковому ребру  $CS$ . Найдите его площадь, если известно, что площадь основания пирамиды равна 3, а площадь каждой боковой грани равна  $\sqrt{5}$ .