Формулы приведения в тригонометрии на примерах

Пример 1

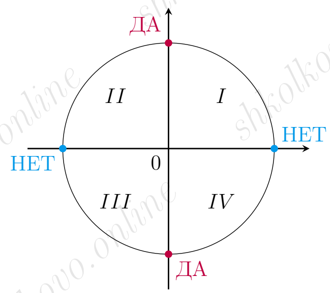
Вычислите $\sin\dfrac{31\pi}{6}$.

Решение

1. Надо привести аргумент к удобному виду, то есть выделить в нём такую часть, которая находится в одной из четырёх точек на окружности: верхней, нижней, левой или правой. Итак,

$$\sin\frac{31\pi}{6} = \sin\left(\frac{30\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(5\pi+\frac{\pi}{6}\right).$$

2. Рассматриваем выделенную часть аргумента. Если соответствующий ей угол попадает в точку, отмеченную как «ДА» на единичной окружности, то нужно поменять функцию, если в точку «НЕТ» — функция сохранится. При этом надо помнить, что функции меняются так:



$$\sin \longleftrightarrow \cos$$
$$\mathrm{tg} \longleftrightarrow \mathrm{ctg}$$

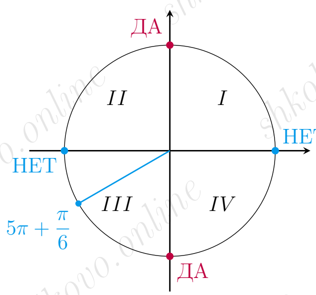
Мы выделили часть, равную 5π. Очевидно, что 5π попадает в «НЕТ». Значит, итоговая функция будет синусом, как и исходная.

Таким образом, мы определили функцию, но еще не знаем её знак:

$$\sin\left(5\pi+\frac{\pi}{6}\right) = ?\sin\left(\frac{\pi}{6}\right).$$

3. Знак функции будет такой же, как у **исходной функции с исходным аргументом**, его тоже легко определяем на тригонометрической окружности.

Изначальная функция — это $\sin\left(5\pi+\dfrac{\pi}{6}\right)$. Её аргумент $5\pi+\dfrac{\pi}{6}$ лежит в третьей четверти, а синус в ней отрицателен. Значит, итоговая функция имеет знак «$-$». Тогда



$$\sin\frac{31\pi}{6} = \sin\left(5\pi+\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}.$$

Пример 2

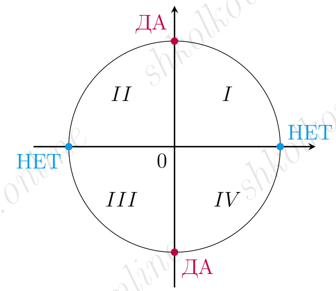
Вычислите $\mathrm{tg}\,\dfrac{23\pi}{6}$.

Решение

1. Надо привести аргумент к удобному виду, то есть выделить в нём такую часть, которая находится в одной из четырёх точек на окружности: верхней, нижней, левой или правой. Итак,

$$\mathrm{tg}\,\frac{23\pi}{6} = \mathrm{tg}\left(\frac{21\pi}{6}+\frac{2\pi}{6}\right) = \mathrm{tg}\left(\frac{7\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right).$$

2. Рассматриваем выделенную часть аргумента. Если соответствующий ей угол попадает в точку, отмеченную как «ДА» на единичной окружности, то нужно поменять функцию, если в точку «НЕТ» — функция сохранится. При этом надо помнить, что функции меняются так:



$$\sin \longleftrightarrow \cos$$
$$\mathrm{tg} \longleftrightarrow \mathrm{ctg}$$

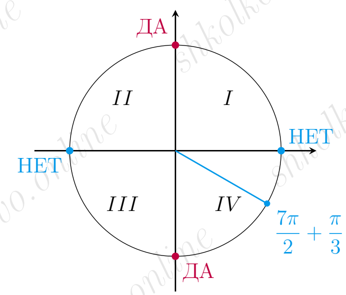
Мы выделили часть, равную $\dfrac{7\pi}{2}$. Она попадает в нижнюю точку окружности, то есть точку «ДА». Значит, итоговая функция будет котангенсом.

Таким образом, мы определили функцию, но еще не знаем её знак:

$$\mathrm{tg}\left(\frac{7\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right) = ?\,\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{3}\right).$$

3. Знак функции будет такой же, как у **исходной функции с исходным аргументом**, его тоже легко определяем на тригонометрической окружности.

Изначальная функция — это $\mathrm{tg}\left(\dfrac{7\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)$. Её аргумент $\dfrac{7\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}$ лежит в четвёртой четверти, а тангенс в ней отрицателен. Значит, итоговая функция имеет знак «$-$». Тогда



$$\mathrm{tg}\,\frac{23\pi}{6} = \mathrm{tg}\left(\frac{7\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right) = -\,\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$