

Основные свойства дроби

Дробь не изменится, если ее числитель и знаменатель одновременно умножить или разделить на одно и то же число.

$$\frac{5}{9} = \frac{10}{18} = \frac{15}{27} = \frac{20}{36} = \dots \quad \text{или} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

$$\frac{110}{99} = \frac{10 \cdot \cancel{11}}{9 \cdot \cancel{11}} = \frac{10}{9} \text{ — несократимая дробь}$$

Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Складывать и вычитать можно только дроби с одинаковыми знаменателями!

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3+1}{7} = \frac{4}{7}, \quad \frac{2}{5} - \frac{9}{5} = \frac{2-9}{5} = -\frac{7}{5}$$

Дроби, знаменатели которых не равны, нужно сначала привести к общему знаменателю. Для этого нужно:

- 1) Найти наименьшее число, которое делится на каждый из знаменателей дробей.
- 2) Домножить числитель и знаменатель каждой из дробей на дополнительный множитель.

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{8} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{20}{24} + \frac{3}{24} = \frac{20+3}{24} = \frac{23}{24}$$

$$\frac{35}{18} - \frac{7}{6} = \frac{35}{18} - \frac{21}{18} = \frac{35-21}{18} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{13}{22} - \frac{12}{55} = \frac{13 \cdot 5}{2 \cdot 11} - \frac{12 \cdot 2}{5 \cdot 11} = \frac{65-24}{110} = \frac{41}{110}$$

Умножение и деление обыкновенных дробей

Чтобы перемножить две обыкновенные дроби, нужно перемножить числители и знаменатели этих дробей.

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 9} = \frac{4}{27}$$

$$\frac{32}{17} \cdot \frac{17}{16} \cdot \frac{1}{5} = \frac{32 \cdot 17 \cdot 1}{17 \cdot 16 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

Если дроби записаны в виде смешанных чисел, то каждую из них нужно перевести в неправильную дробь и уже потом перемножить.

$$4\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{9} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{2} \cdot \frac{9 \cdot 1 + 1}{9} = \frac{9}{2} \cdot \frac{10}{9} = \frac{9 \cdot 10}{2 \cdot 9} = \frac{5}{1} = 5$$

Деление — действие, обратное умножению. Поэтому можно не делить на дробь, а умножать на «перевернутую».

$$\frac{7}{8} : \frac{1}{6} = \frac{7}{8} \cdot \frac{6}{1} = \frac{7 \cdot 6}{8 \cdot 1} = \frac{21}{4}$$

$$7 : \frac{7}{8} = 7 \cdot \frac{8}{7} = \frac{7 \cdot 8}{1 \cdot 7} = \frac{7 \cdot 8}{1 \cdot 7} = \frac{8}{1} = 8$$

Сложение и вычитание десятичных дробей

Складывать и вычитать десятичные дроби можно столбиком. При этом надо помнить, что запятая должна находиться под запятой.

$$3,02 + 5,6 = 8,62 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{r} 3,02 \\ + 5,60 \\ \hline 8,62 \end{array}$$

Умножение десятичных дробей

При умножении можно сначала перемножать числа так, как будто запятых нет, а потом сдвигать запятую влево. Пусть нам нужно перемножить 0,17 и 0,3. Сначала умножим 17 на 3 и получим 51. Заметим, что в числах 0,17 и 0,3 суммарно 3 цифры после запятой, значит, в числе 51 запятую нужно передвинуть на 3 знака влево, то есть

$$17 \cdot 3 = 51,0 \quad \Rightarrow \quad 0,17 \cdot 0,3 = 0,051$$

Деление десятичных дробей

Делить десятичные дроби удобнее через запись с дробной чертой. В такой записи мы можем совсем избавиться от запятых с помощью основного свойства дроби и делить целые числа.

$$6,5 : 130 = \frac{6,5 \cdot 10}{130} = \frac{65}{1300} = \frac{13 \cdot 5}{13 \cdot 100} = \frac{5}{100} = 0,05$$

$$2,8 : 0,07 = \frac{2,8 \cdot 100}{0,07 \cdot 100} = \frac{280}{7} = \frac{7 \cdot 40}{7} = 40$$