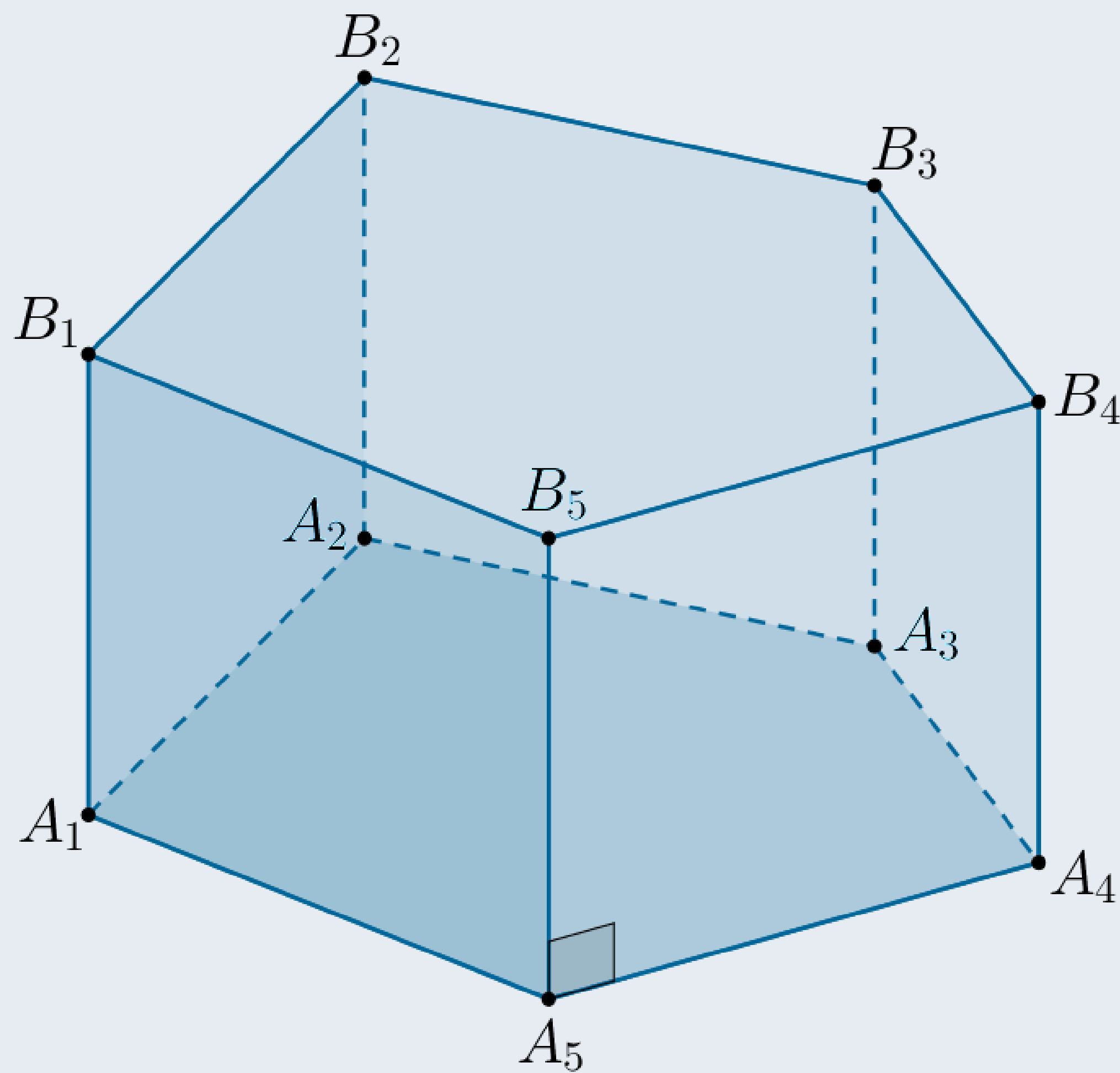


Прямая и правильная призмы

Призма называется прямой, если ее боковые ребра перпендикулярны плоскостям оснований. Следовательно, боковые грани представляют собой прямоугольники, а боковое ребро равно высоте призмы.



Например, на рисунке изображена прямая призма $A_1A_2A_3A_4A_5B_1B_2B_3B_4B_5$. Боковые ребра A_1B_1 , A_2B_2 и т.д. перпендикулярны плоскостям $(A_1A_2A_3)$ и $(B_1B_2B_3)$, и, как следствие, грани $A_1B_1B_2A_2$, $A_2B_2B_3A_3$ и т.д. являются прямоугольниками.

Объем V прямой призмы равен произведению длины бокового ребра h на площадь S основания:

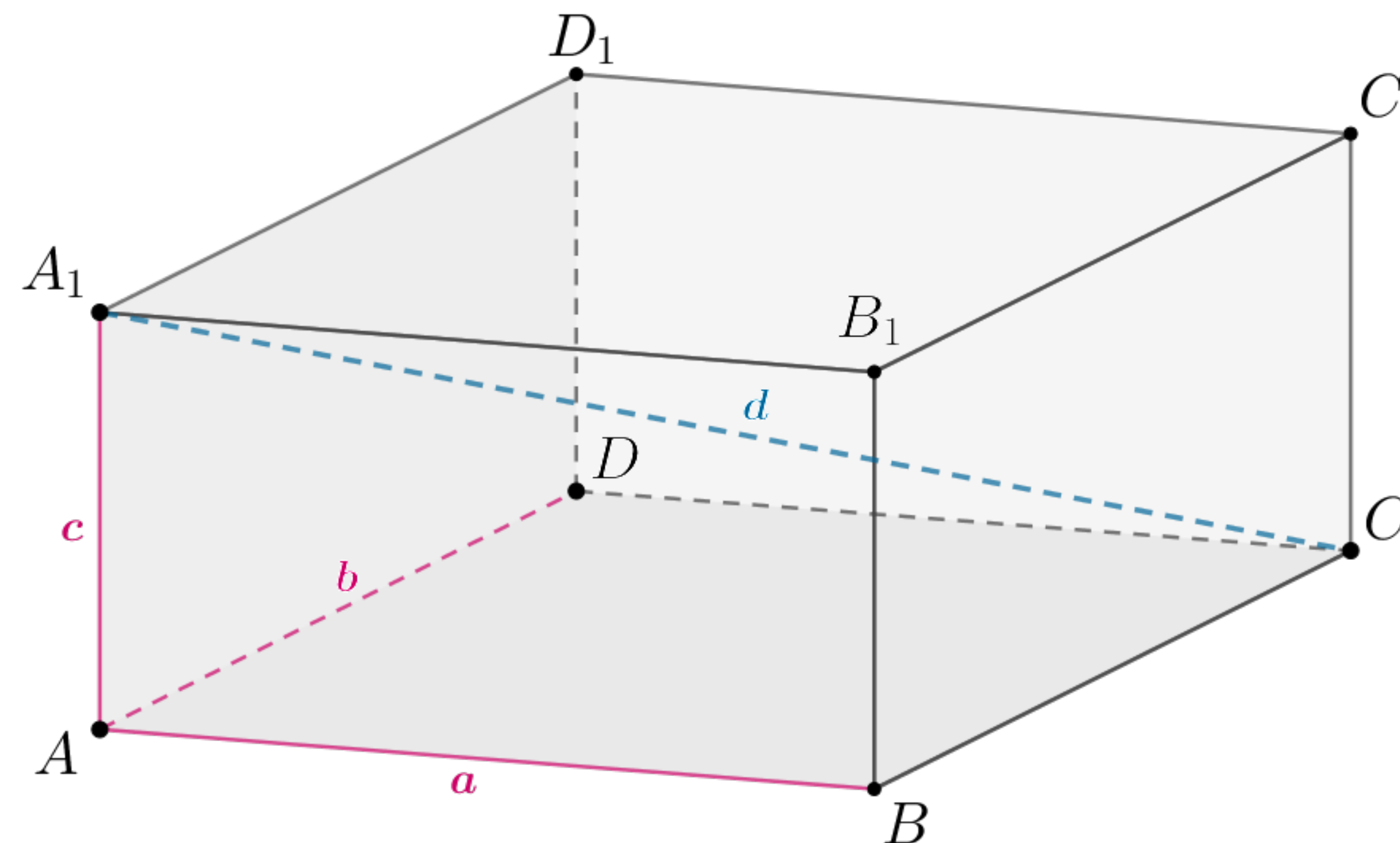
$$V = S \cdot h.$$

Призма называется правильной, если она прямая и в основании ее лежит правильный многоугольник. Для примера, прямая призма, изображенная на рисунке, будет правильной, если $A_1A_2A_3A_4A_5$ — правильный пятиугольник.

Прямоугольный параллелепипед

Параллелепипед — это призма, в основании которой лежит параллелограмм.

Прямоугольный параллелепипед — это параллелепипед, все грани которого — прямоугольники. Другими словами, прямоугольный параллелепипед — прямая призма, в основании которой лежит прямоугольник.



На рисунке изображен прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Введем обозначения: ребра параллелепипеда равны $AB = a$, $AD = b$, $AA_1 = c$ (называются измерениями параллелепипеда), диагональ параллелепипеда равна $A_1C = d$ (напомним, что диагональ параллелепипеда — это отрезок, соединяющий две вершины, не лежащие в одной грани). Тогда можно отметить следующие факты о прямоугольном параллелепипеде.

- Противоположные грани представляют собой одинаковые прямоугольники: $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$, ABB_1A_1 и DCC_1D_1 и т.д.

- Все диагонали прямоугольного параллелепипеда равны: $d = A_1C = AC_1 = BD_1 = B_1D$ и ищутся по формуле $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

- Объем прямоугольного параллелепипеда ищется по формуле

$$V = abc.$$

- Площадь боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда (как и любой прямой призмы) равна произведению периметра основания на длину бокового ребра:

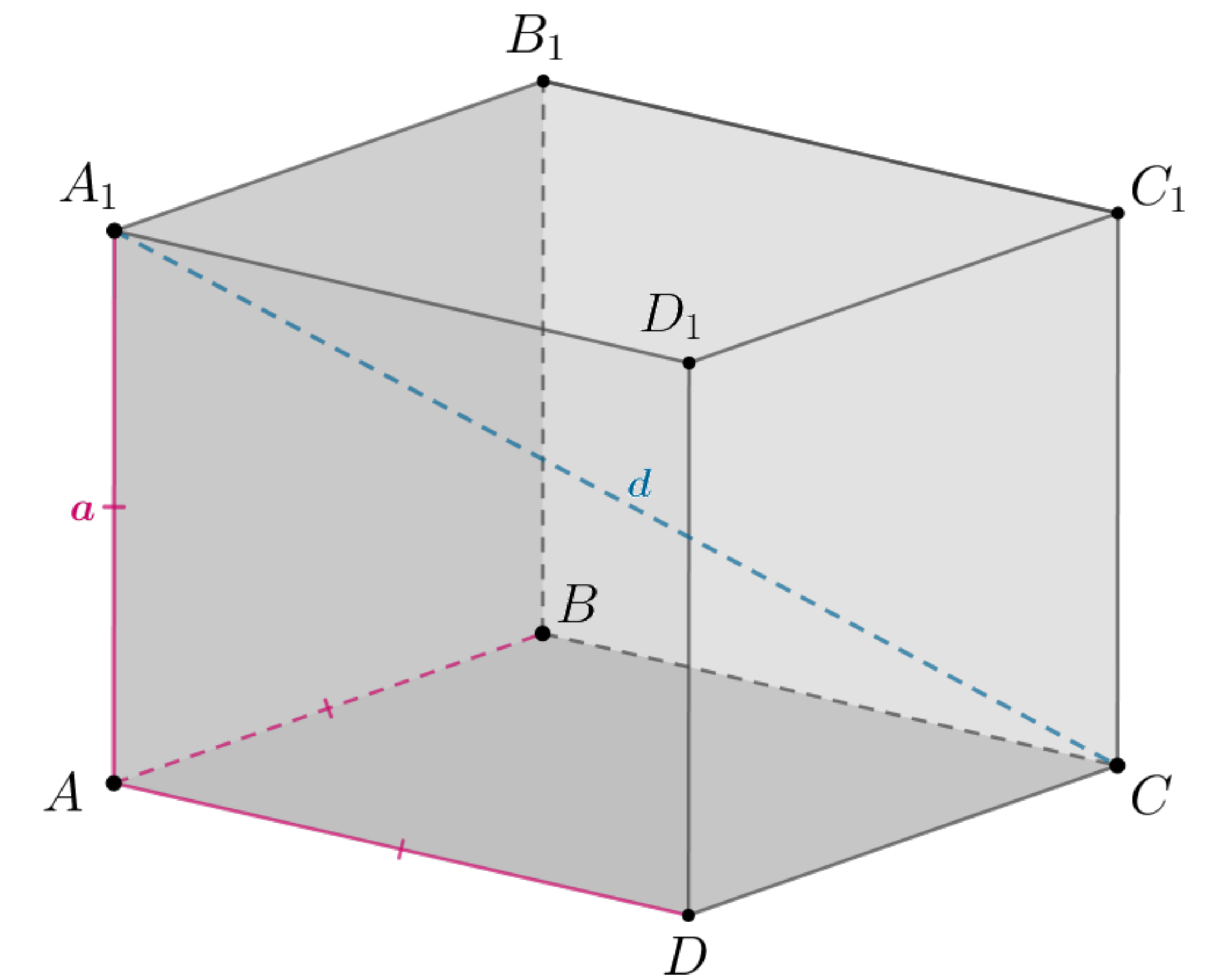
$$S_{\text{бок. пов-ти}} = 2(a + b)c.$$

- Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна

$$S_{\text{полн. пов-ти}} = 2(ab + bc + ac).$$

Куб

Куб — это прямоугольный параллелепипед с равными измерениями. На рисунке изображен куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, все ребра которого равны a . Как следствие, все грани куба представляют собой равные квадраты.



Куб обладает следующими свойствами.

- Площадь полной поверхности куба равна

$$S_{\text{полн. пов-ти}} = 6a^2.$$

- Объем куба равен

$$V = a^3.$$

- Диагональ куба равна

$$d = a\sqrt{3}.$$

Цилиндр

Пусть r — радиус основания (прямого) цилиндра, h — его высота.

- Площадь боковой поверхности цилиндра равна

$$S_{\text{бок. пов-ти}} = 2\pi rh.$$

- Площадь полной поверхности цилиндра равна

$$S_{\text{полн. пов-ти}} = 2\pi r(r + h).$$

- Объем цилиндра равен

$$V = \pi r^2 h.$$

