

Правильный многоугольник — это многоугольник, все стороны которого равны и все углы которого равны. Каждый угол правильного многоугольника равен $180^\circ \cdot \frac{n-2}{n}$, где n — число сторон (вершин) правильного многоугольника.

Наибольший из отрезков, соединяющих две вершины многоугольника, будем называть его диагональю.

Правильный (равносторонний) треугольник

- Все углы правильного треугольника равны по 60° .
- Высота, биссектриса и медиана, проведенные к некоторой стороне правильного треугольника, совпадают.
- Все высоты (биссектрисы, медианы) правильного треугольника равны и точкой пересечения O делятся в отношении $2:1$, считая от вершины треугольника.
- Эта точка O совпадает с центром вписанной и описанной окружностей правильного треугольника.

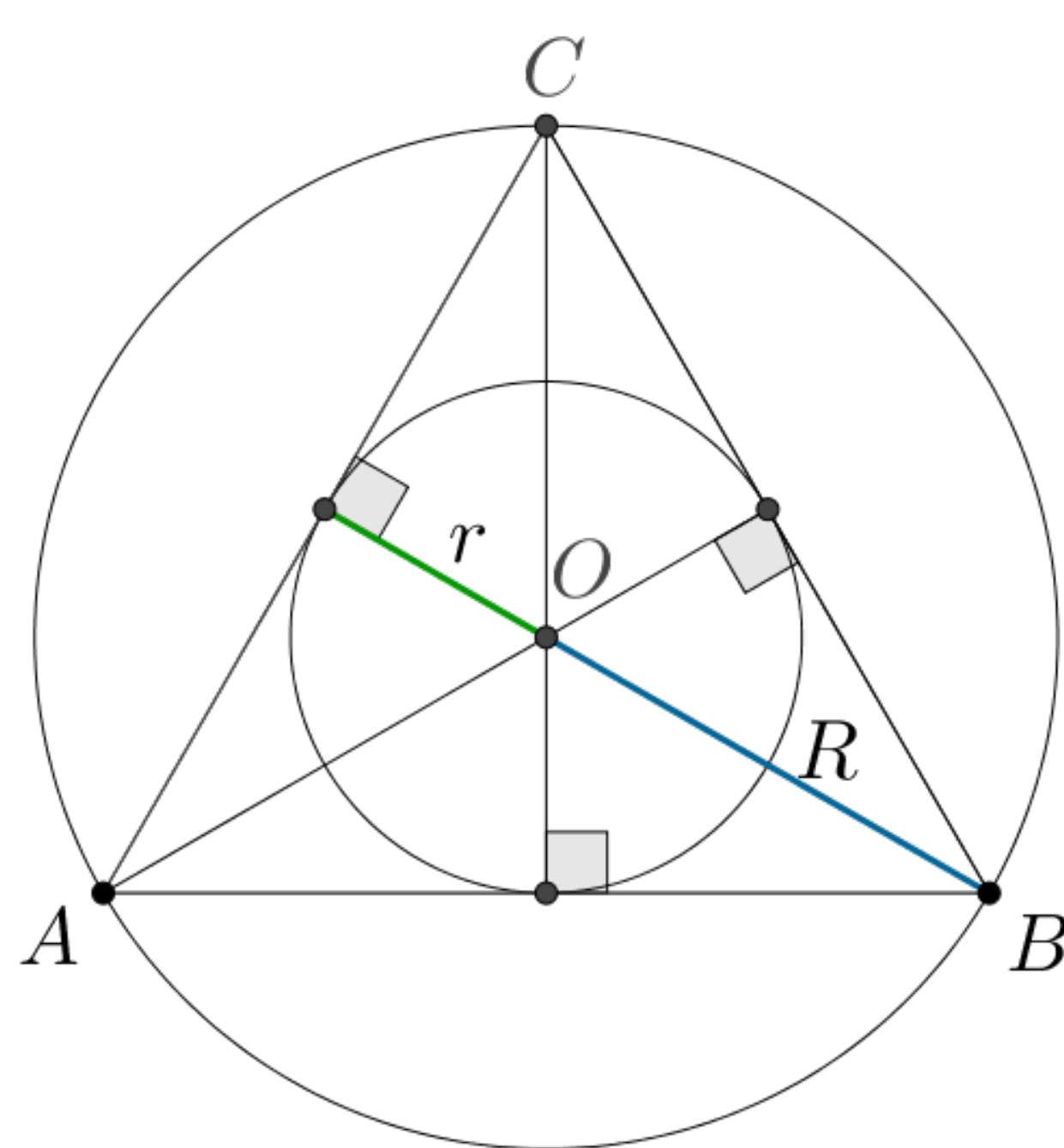
- Если a — сторона правильного треугольника, то высота (биссектриса, медиана) ищется по формуле

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2},$$

а площадь ищется по формуле

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

- $\frac{2}{3}h = R$ — радиус описанной около правильного треугольника окружности, $\frac{1}{3}h = r$ — радиус вписанной в правильный треугольник окружности.



Правильный четырехугольник (квадрат)

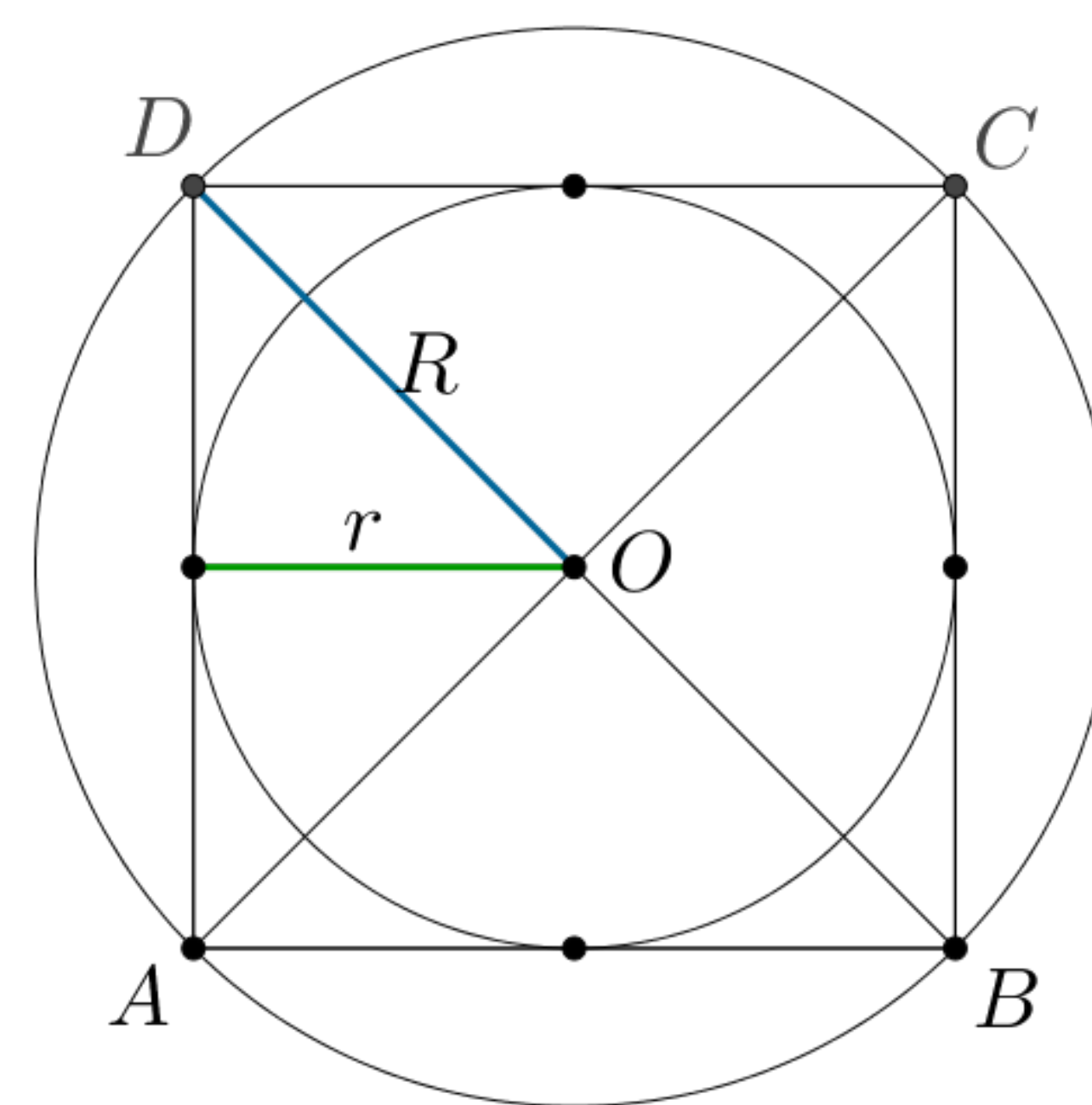
- Все углы квадрата равны по 90° .
- Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и являются биссектрисами его углов.
- Если a — сторона квадрата, то диагональ квадрата ищется по формуле

$$d = a\sqrt{2},$$

а площадь ищется по формуле

$$S = a^2$$

- Точка пересечения диагоналей квадрата — центр его вписанной и описанной окружностей.
- $\frac{1}{2}d = R$ — радиус описанной около квадрата окружности, $\frac{1}{2}a = r$ — радиус вписанной в квадрат окружности.



Правильный пятиугольник

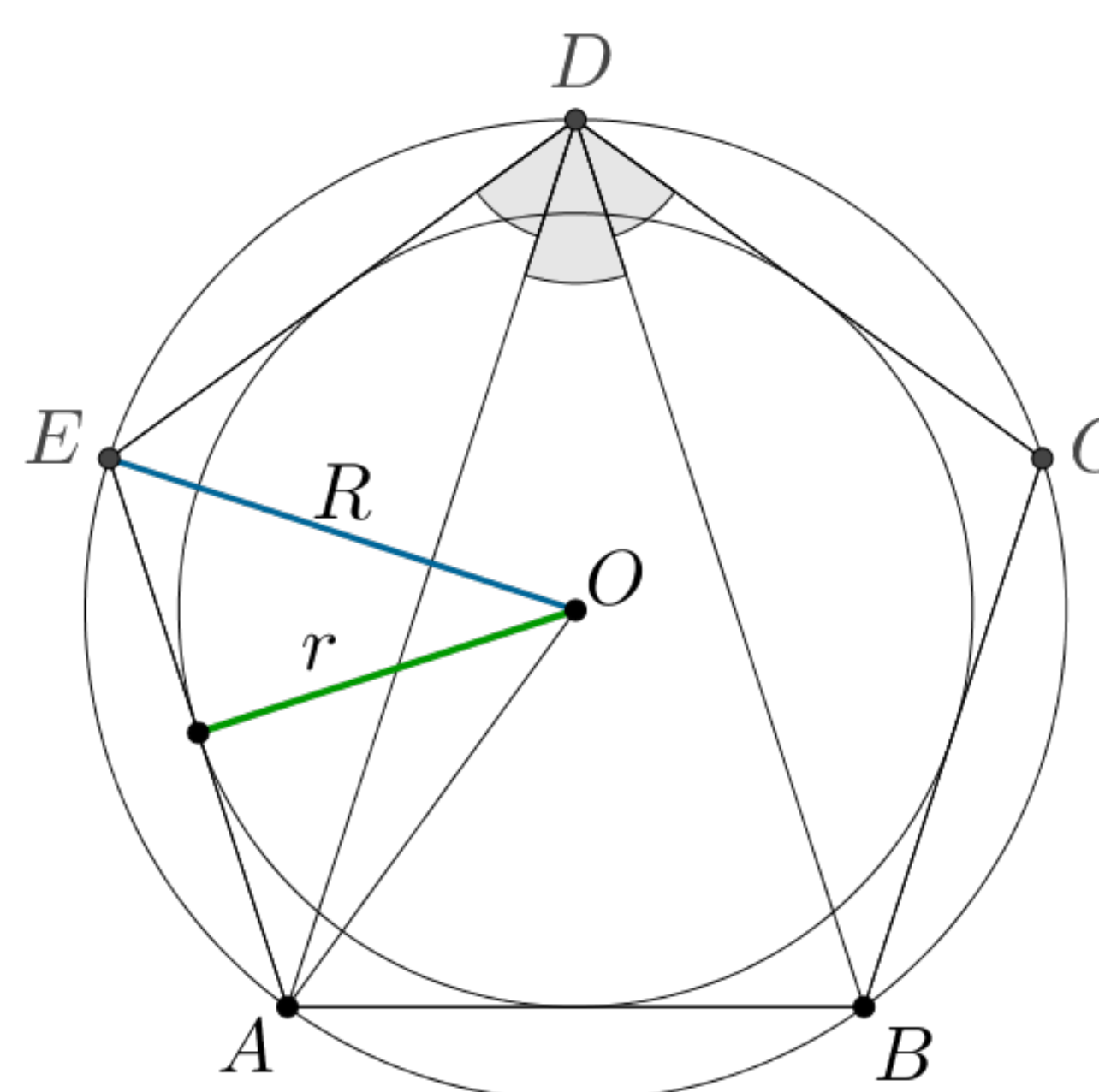
- Угол правильного пятиугольника равен 108° .
- Диагонали правильного пятиугольника являются трисектрисами его углов.
- Если a — сторона правильного пятиугольника, то диагональ правильного пятиугольника ищется по формуле

$$d = \frac{\sqrt{5}+1}{2}a,$$

площадь ищется по формуле

$$S = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5+2\sqrt{5}}}{4}a^2.$$

- Биссектрисы углов между сторонами правильного пятиугольника пересекаются в точке, являющейся центром его вписанной/описанной окружностей.



Правильный шестиугольник

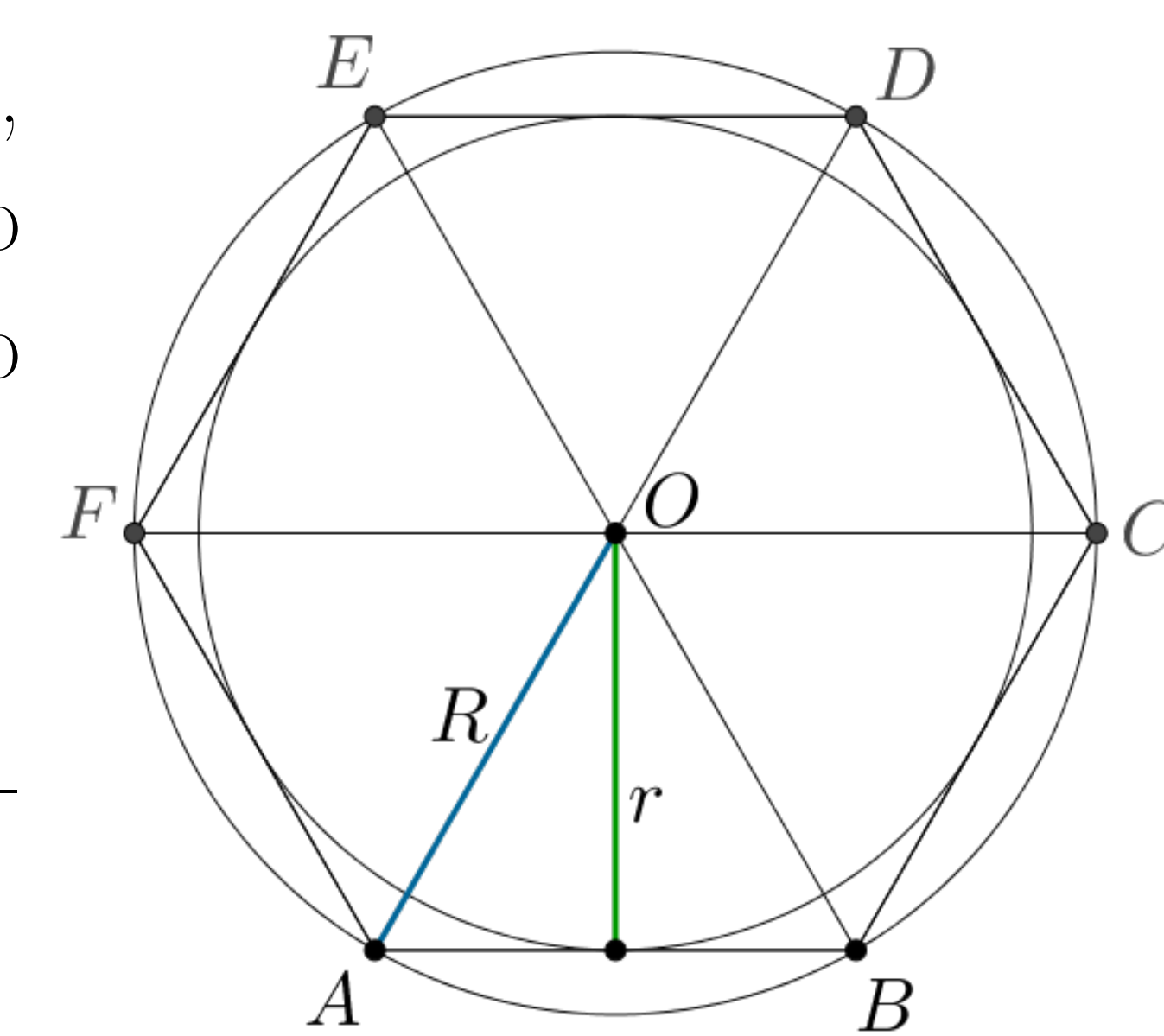
- Все углы правильного шестиугольника равны по 120° .
- Диагонали правильного шестиугольника пересекаются в одной точке, являющейся центром его вписанной/описанной окружностей. Они разбивают правильный шестиугольник на 6 правильных треугольников.
- Если a — сторона правильного шестиугольника, то диагональ правильного шестиугольника ищется по формуле

$$d = 2a,$$

площадь ищется по формуле

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2.$$

- $a = R$ — радиус описанной около правильного шестиугольника окружности, $\frac{\sqrt{3}}{2}a = r$ — радиус вписанной в правильный шестиугольник окружности.



Правильный восьмиугольник

- Все углы правильного восьмиугольника равны по 135° .
- Диагонали правильного восьмиугольника пересекаются в одной точке, являющейся центром его вписанной/описанной окружностей.
- Угол между диагоналями, проведенными из соседних вершин правильного восьмиугольника, равен 45° .
- Если a — сторона правильного восьмиугольника, $k = 1 + \sqrt{2}$, то площадь правильного восьмиугольника ищется по формуле

$$S = 2ka^2.$$

- $a\sqrt{\frac{k}{k-1}} = R$ — радиус описанной около правильного восьмиугольника окружности, $\frac{1}{2}ka = r$ — радиус вписанной в правильный восьмиугольник окружности.
- Правильный восьмиугольник со стороной a можно получить следующим образом: взять квадрат со стороной ka и отсечь от его углов четыре равнобедренных треугольника с катетами $\frac{1}{\sqrt{2}}a$.

