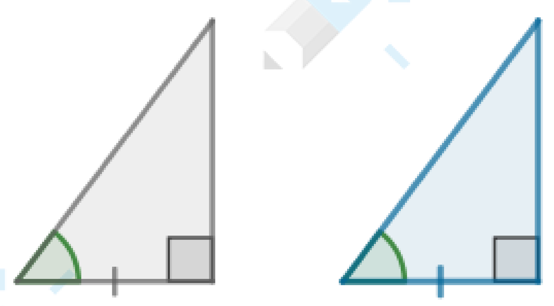
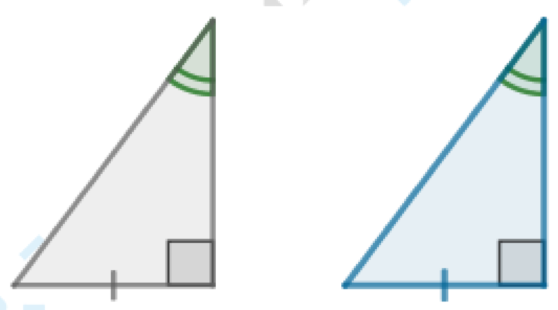
Задания №1 и №17 из ЕГЭ по профильной математике

Прямоугольный треугольник

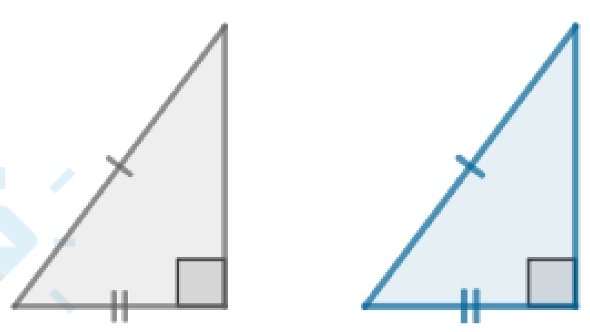
Признаки равенства прямоугольных треугольников:



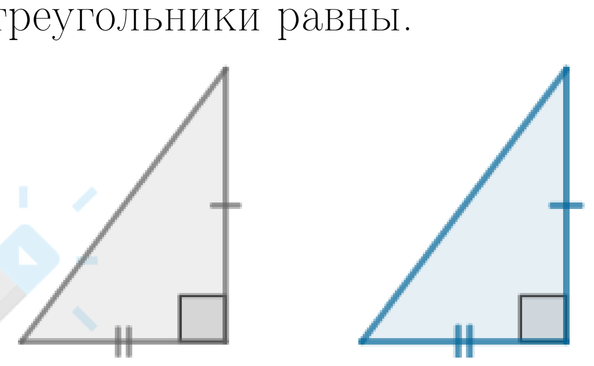
1. Если катет и прилежащий острый угол одного прямоугольного треугольника равны катету и прилежащему острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.



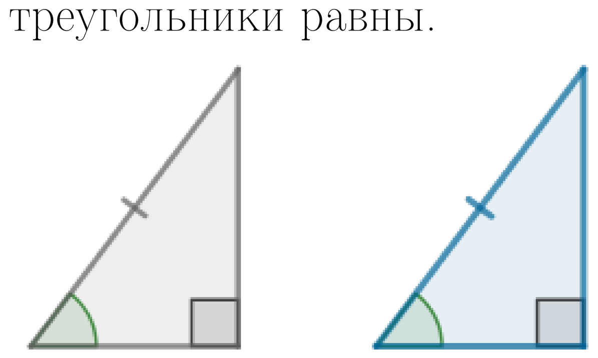
2. Если катет и противолежащий острый угол одного прямоугольного треугольника равны катету и противолежащему острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.



3. Если катет и гипотенуза одного прямоугольного треугольника равны катету и гипотенузе другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

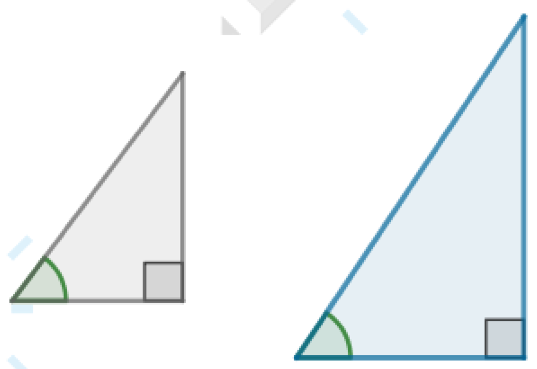


4. Если два катета одного прямоугольного треугольника равны двум катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

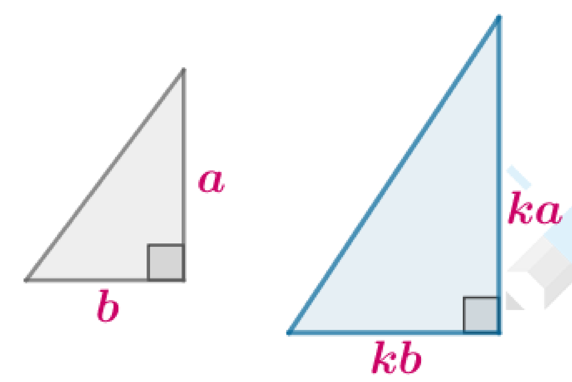


5. Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

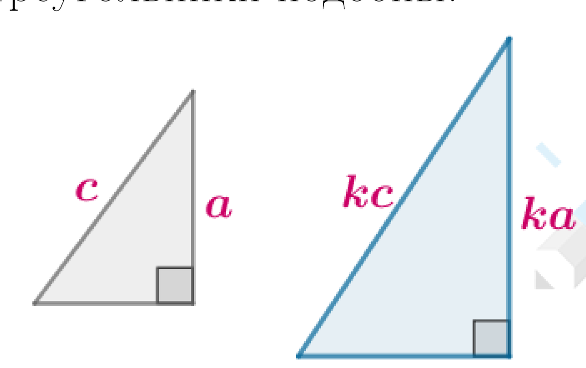
Признаки подобия прямоугольных треугольников:



1. Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники подобны.



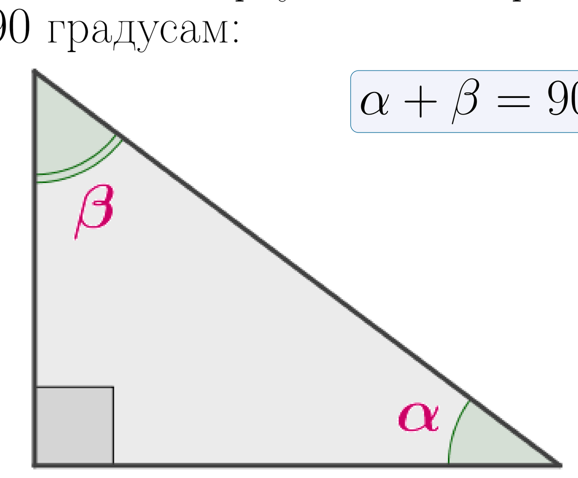
2. Если катеты одного прямоугольного треугольника пропорциональны катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники подобны.



3. Если катет и гипотенуза одного прямоугольного треугольника пропорциональны катету и гипотенузе другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники подобны.

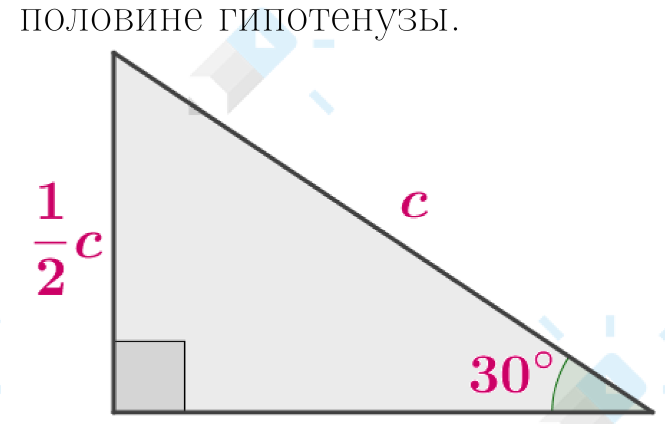
Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам:

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



И наоборот: если сумма двух углов треугольника равна 90°, то треугольник прямоугольный.

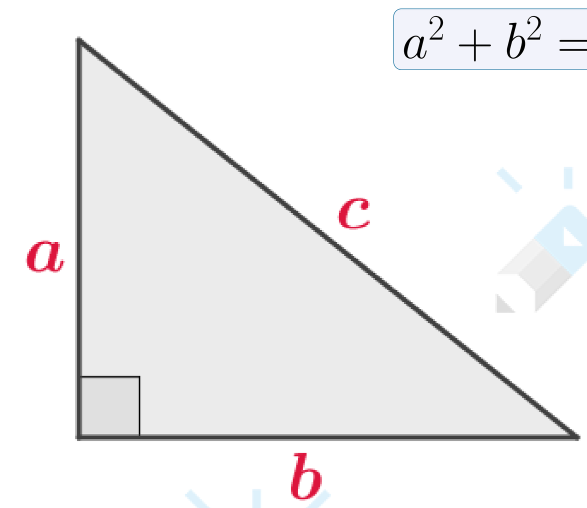
Катет напротив угла 30° равен половине гипотенузы.



И наоборот: если катет равен половине гипотенузы, то он лежит напротив угла 30°.

Теорема Пифагора: сумма квадратов длин катетов равна квадрату длины гипотенузы:

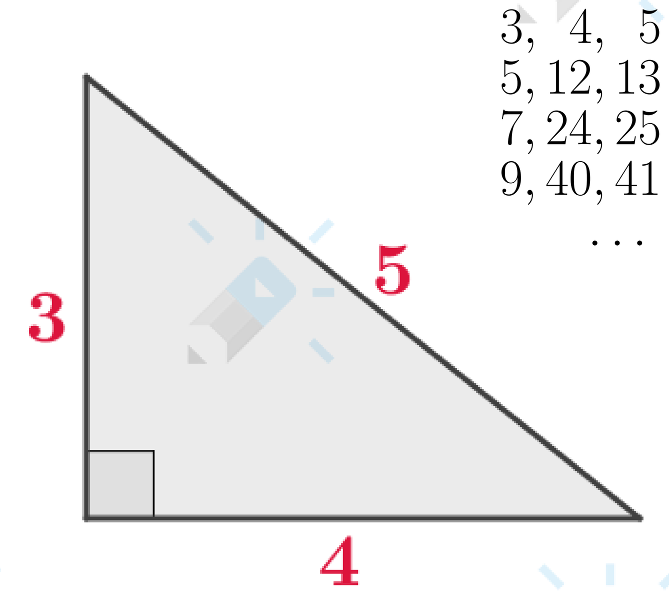
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Обратная теорема Пифагора: если сумма квадратов длин двух сторон треугольника равна квадрату третьей стороны, то такой треугольник прямоугольный.

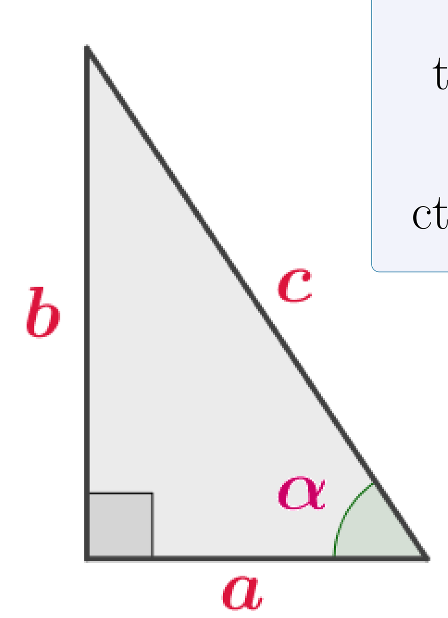
Пифагоровы тройки:

$$3,\ 4,\ 5$$
$$5, 12, 13$$
$$7, 24, 25$$
$$9, 40, 41$$
$$\ldots$$



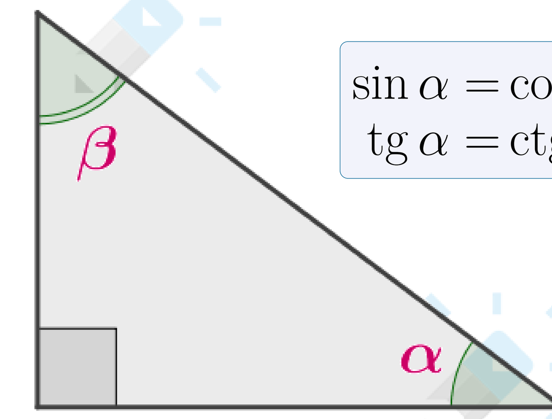
Тригонометрические соотношения:

$$\sin\alpha = \frac{b}{c}$$
$$\cos\alpha = \frac{a}{c}$$
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b}{a}$$
$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{a}{b}$$



В прямоугольном треугольнике:

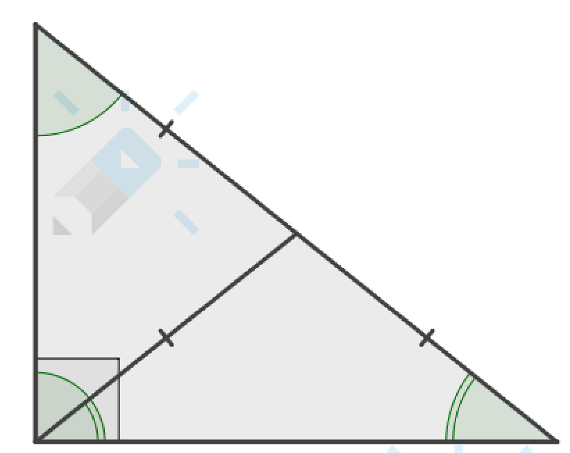
$$\sin\alpha = \cos\beta$$
$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}\beta$$



И наоборот:

1. Если в треугольнике синус одного <u>острого</u> угла равен косинусу другого <u>острого</u> угла, то такой треугольник прямоугольный.
2. Если в треугольнике тангенс одного угла равен котангенсу другого угла, то такой треугольник прямоугольный.

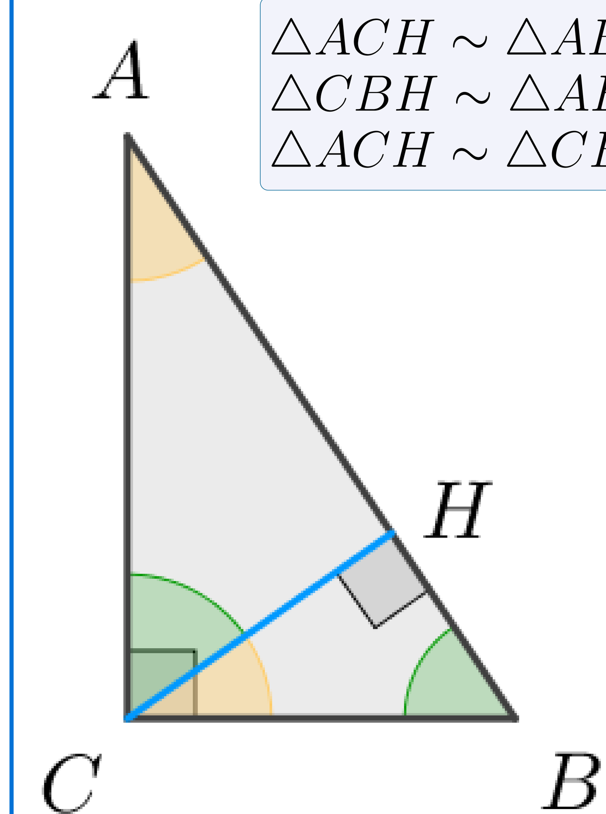
В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.



И наоборот: если в треугольнике медиана равна половине стороны, к которой она проведена, то такой треугольник прямоугольный, а медиана проведена к гипотенузе.

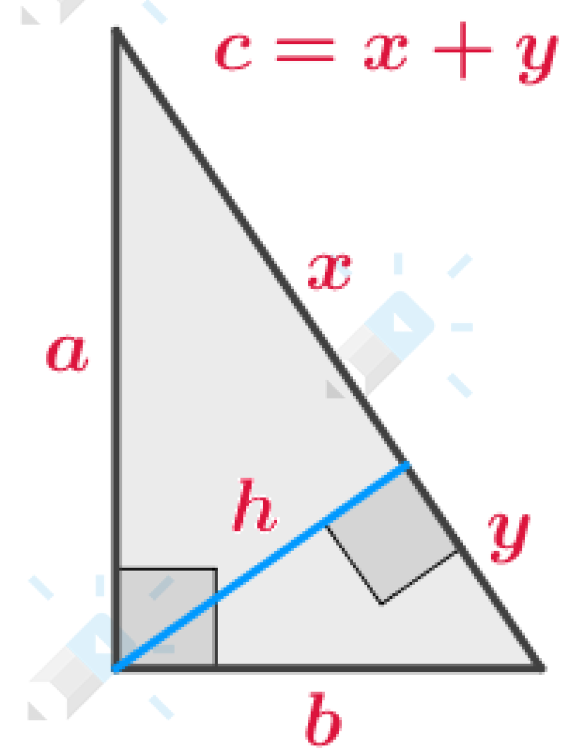
Если в прямоугольном треугольнике проведена высота к гипотенузе, то она разбивает треугольник на два меньших треугольника, подобных данному.

$$\triangle ACH \sim \triangle ABC$$
$$\triangle CBH \sim \triangle ABC$$
$$\triangle ACH \sim \triangle CBH$$



В прямоугольном треугольнике верны следующие соотношения:

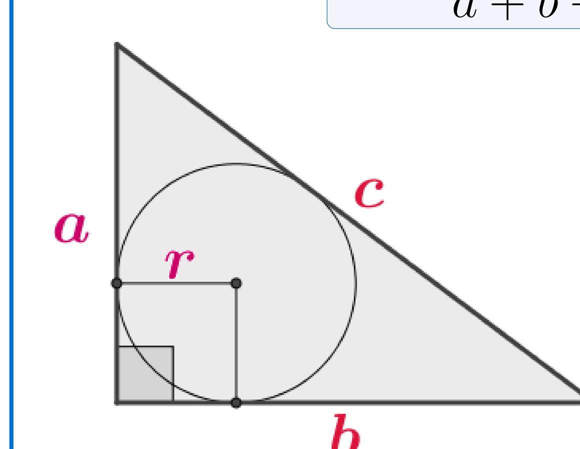
$$h^2 = xy$$
$$h = \frac{ab}{c}$$
$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$
$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{x}{y}$$
$$a^2 = xc, b^2 = yc$$



a, b — катеты,
c — гипотенуза,
h — высота, проведенная к гипотенузе,
x, y — проекции катетов a, b соответственно на гипотенузу.

Радиус r вписанной в прямоугольный треугольник окружности связан с катетами a, b и гипотенузой c следующими формулами:

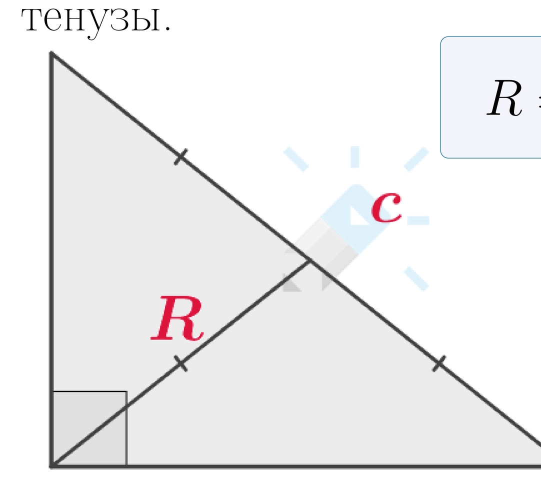
$$r = \frac{a+b-c}{2}$$
$$r = \frac{ab}{a+b+c}$$



Радиусы вписанной окружности, проведенные в точки касания окружности с катетами, образуют вместе с отрезками катетов квадрат со стороной, равной r.

Радиус R описанной около прямоугольного треугольника окружности равен половине гипотенузы c, причем центр окружности — середина гипотенузы.

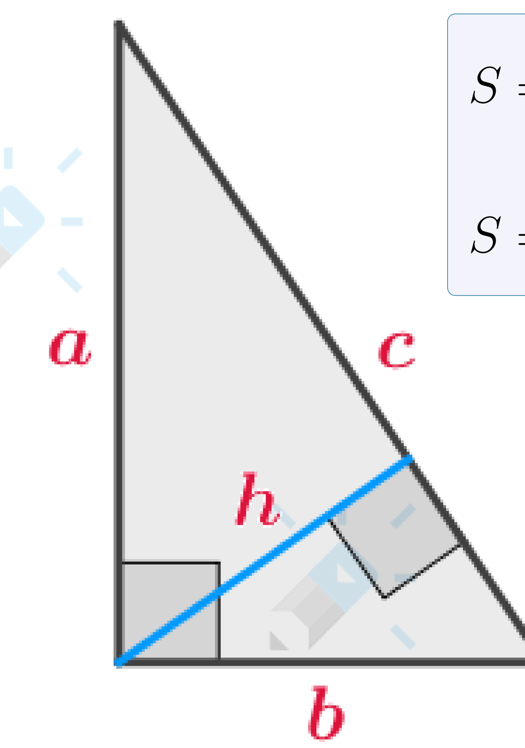
$$R = \frac{c}{2}$$



И наоборот: если радиус окружности, описанной около треугольника, равен половине его стороны, то треугольник прямоугольный, а эта сторона является его гипотенузой.

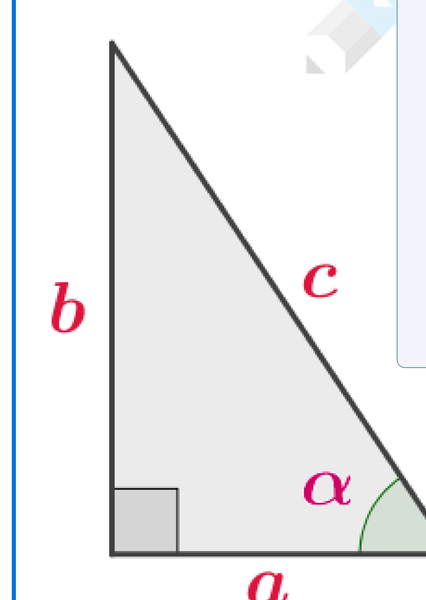
Площадь прямоугольного треугольника вычисляется по формулам

$$S = \frac{1}{2}ab$$
$$S = \frac{1}{2}hc$$



Пусть в треугольнике выполнено одно из следующих соотношений для <u>острого</u> угла α:

$$\sin\alpha = \frac{b}{c}$$
$$\cos\alpha = \frac{a}{c}$$
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b}{a}$$
$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{a}{b}$$



Тогда этот треугольник прямоугольный.