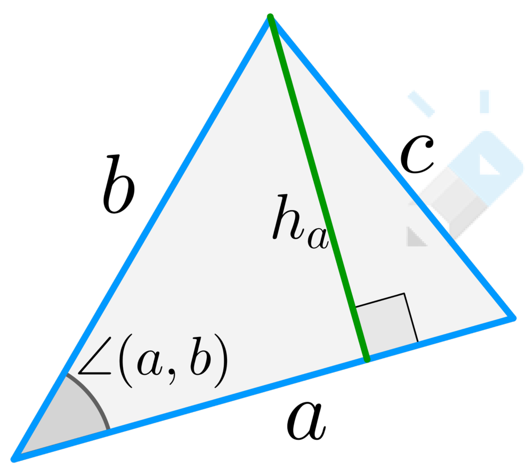
Задания №1 и №17 из ЕГЭ по профильной математике

Факты, выделенные розовым, нужно уметь доказывать на экзамене

Площадь $\triangle$:

$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$

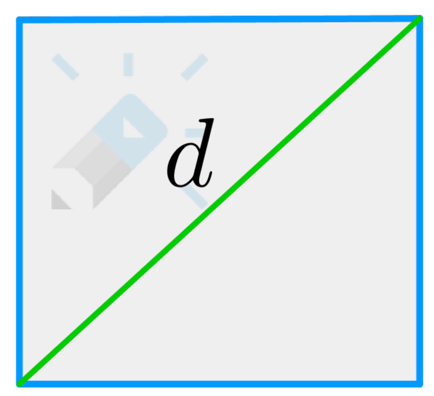
$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \angle(a, b)$



Площадь квадрата

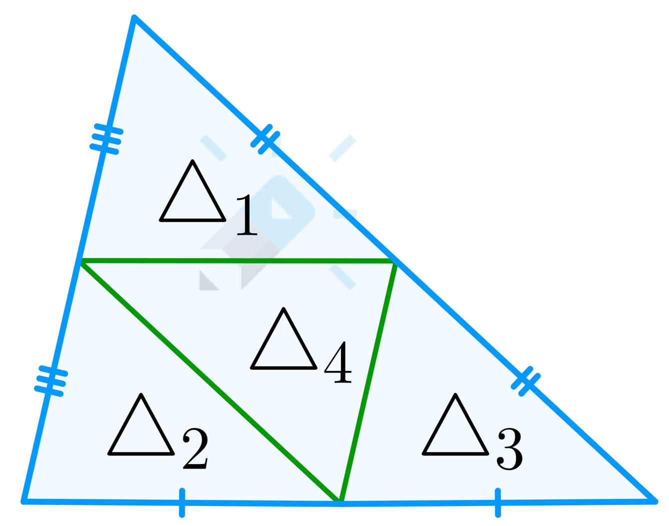
$S = a^2$

$S = \frac{1}{2} d^2$



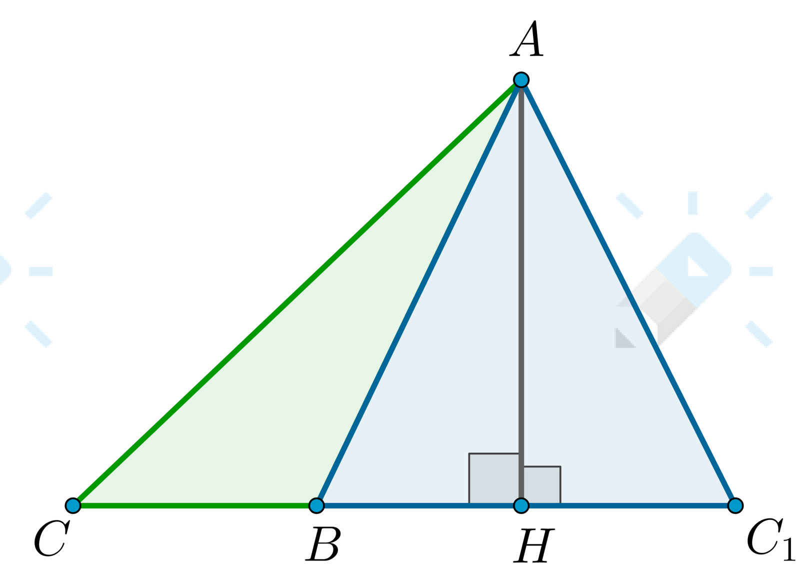
Средние линии $\triangle$-ка делят его на 4 равновеликих:

$S_{\triangle_1} = S_{\triangle_2} = S_{\triangle_3} = S_{\triangle_4}$

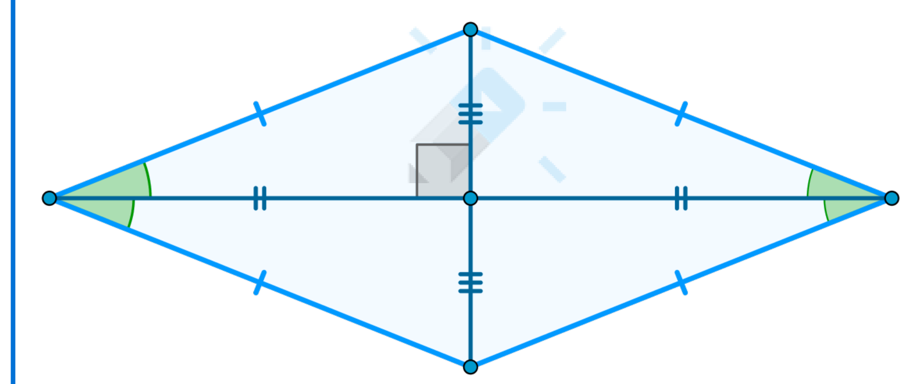


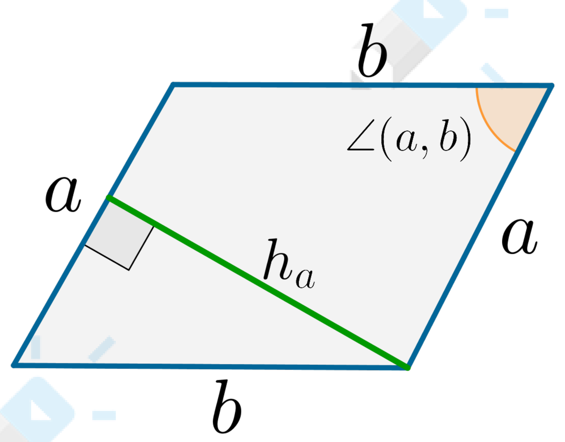
AH — общая высота, значит

$S_{ABC} : S_{ABC_1} = BC : BC_1.$



Диагонали ромба перпендикулярны и являются биссектрисами углов ромба.





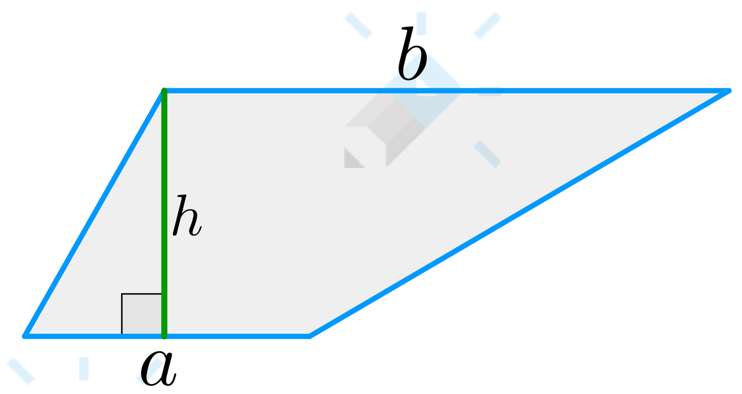
Площадь парал-ма

$S = ab \cdot \sin \angle(a, b)$

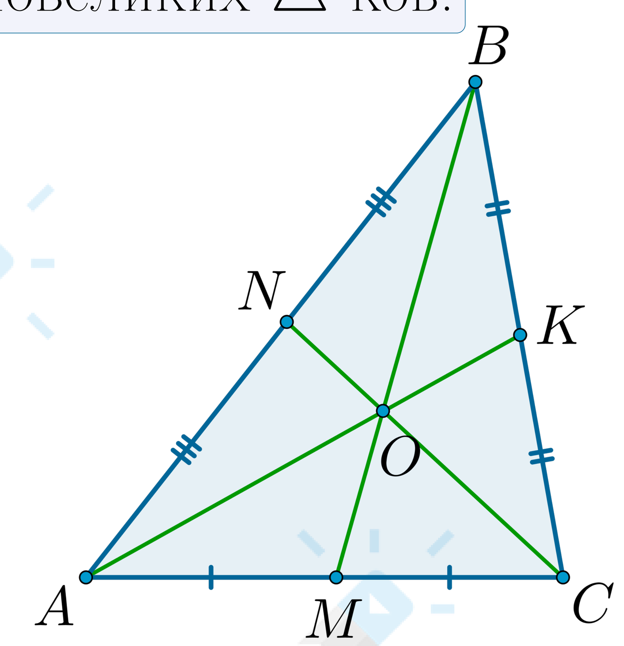
$S = a \cdot h_a$

Площадь трапеции

$S = \dfrac{a + b}{2} \cdot h$

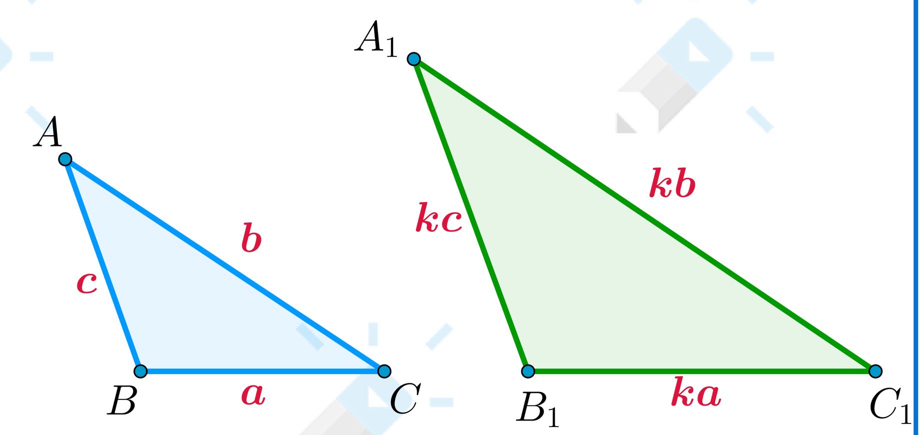


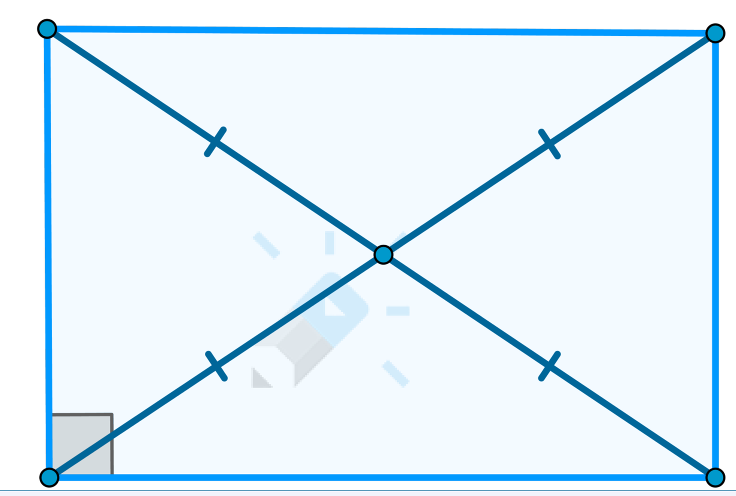
Медианы $\triangle$-ка делят его на 6 равновеликих $\triangle$-ков.



$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$ с коэффициентом подобия $k \Rightarrow$

$\dfrac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = k^2$

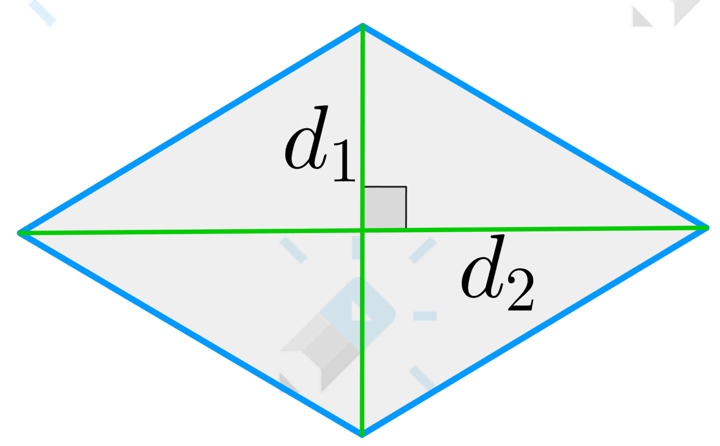


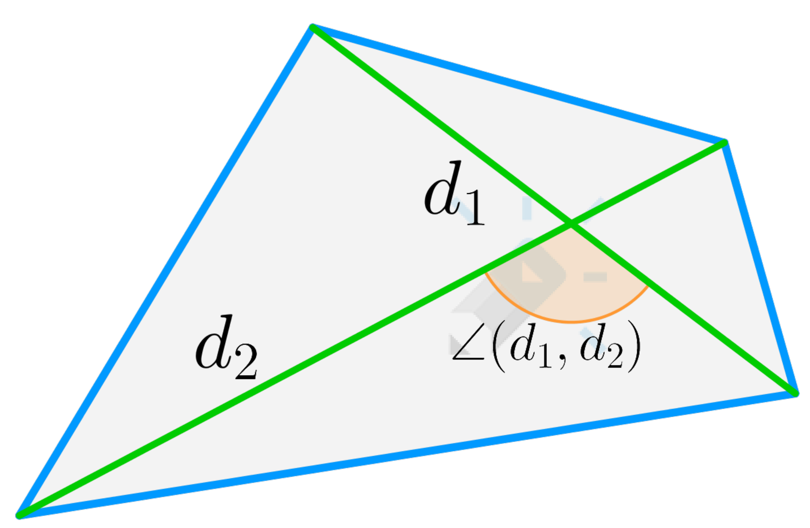


Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам

Площадь ромба

$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$



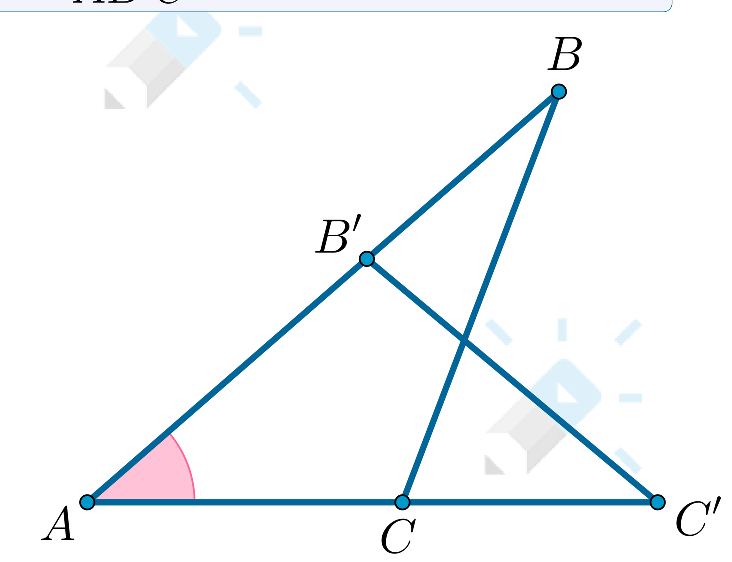


Площадь выпуклого четырехугольника

$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \angle(d_1, d_2)$

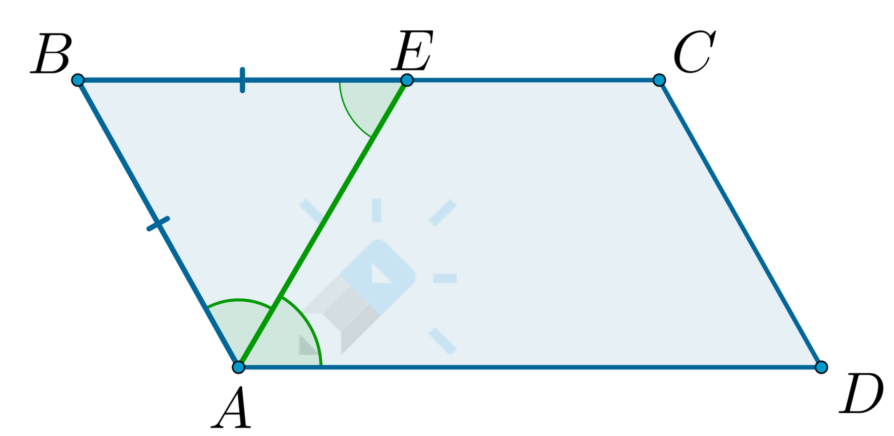
$\angle A$ – общий, значит

$\dfrac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \dfrac{AB \cdot AC}{AB' \cdot AC'}$



Биссектриса AE параллелограмма отсекает от него равнобедренный $\triangle ABE$:

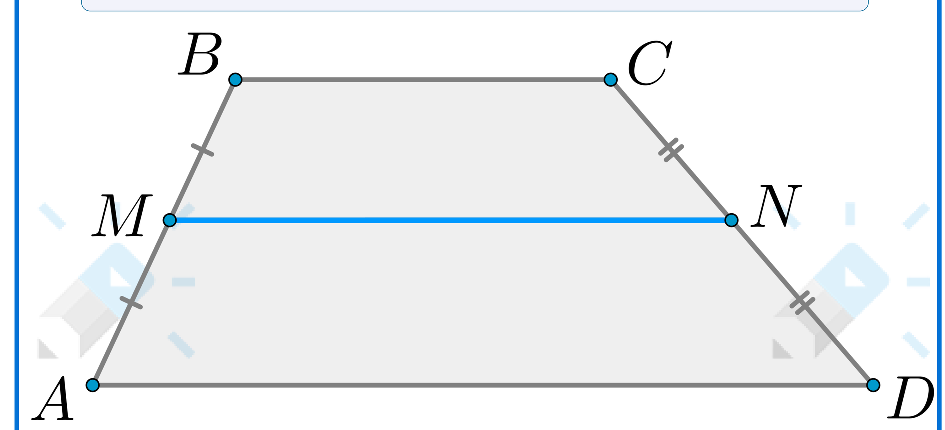
$AB = BE$



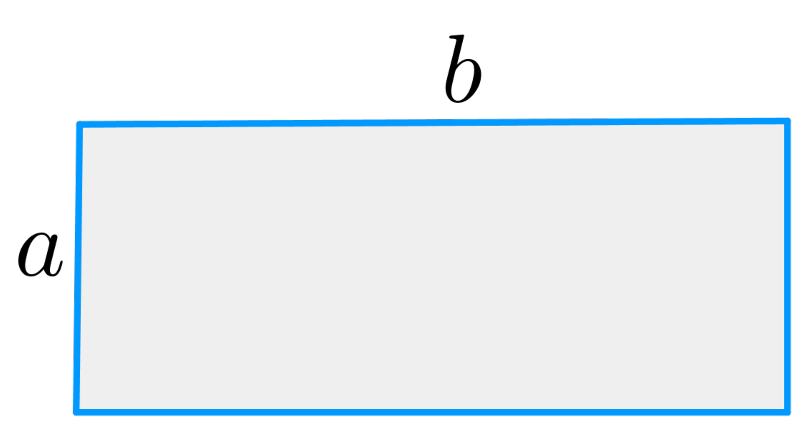
Средняя линия трапеции:

$MN \parallel AD \parallel BC$

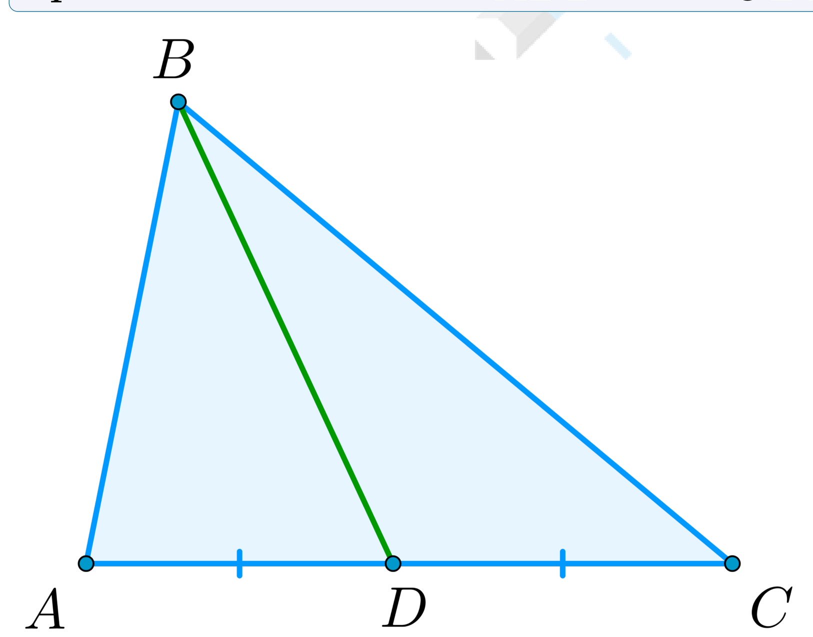
$MN = \dfrac{AD + BC}{2}$



Площадь прямоугольника равна $S = ab$

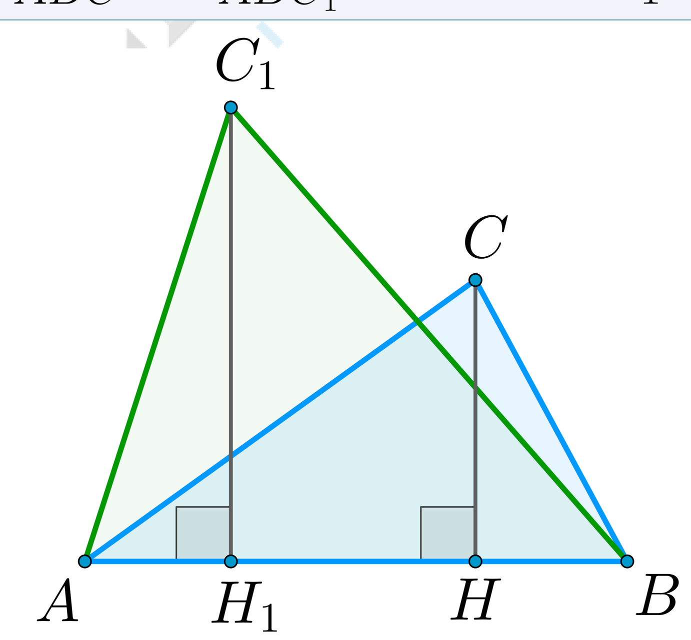


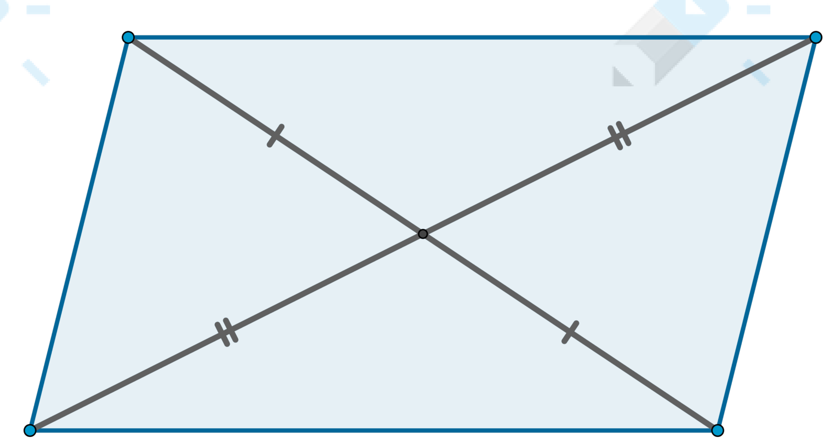
Медиана разбивает $\triangle$ на два равновеликих: $S_{ABD} = S_{CBD}$



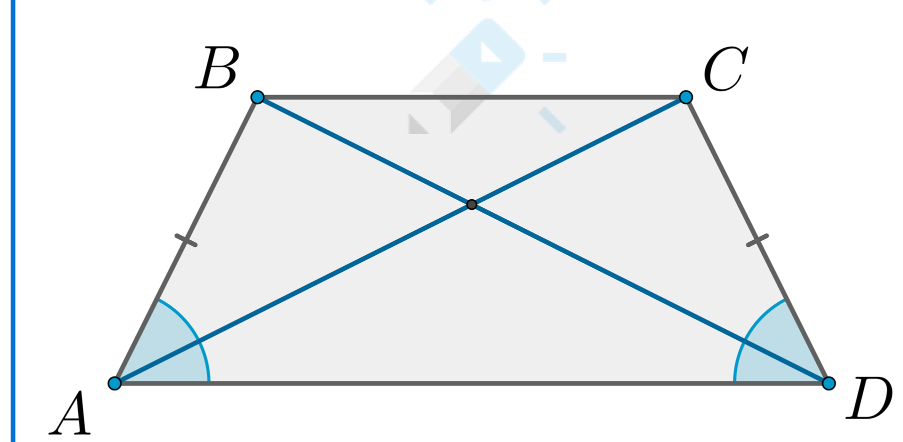
AB – общее основание $\Rightarrow$

$S_{ABC} : S_{ABC_1} = CH : C_1H_1.$





Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

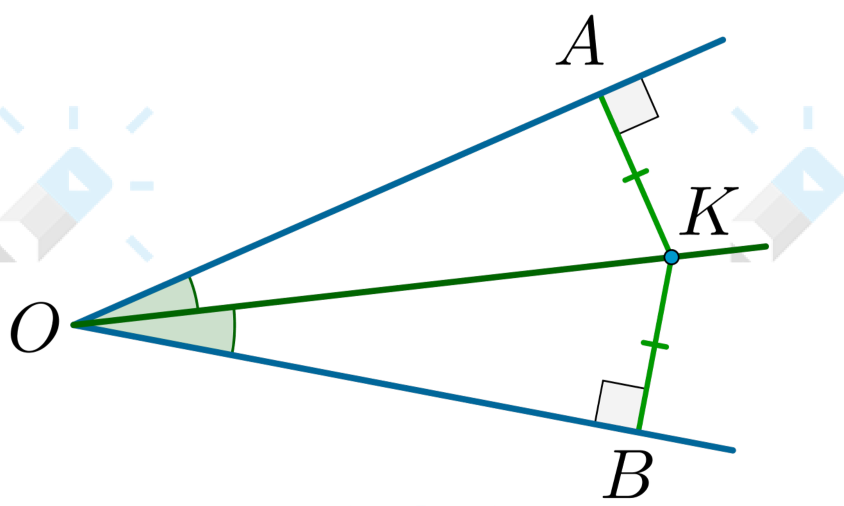


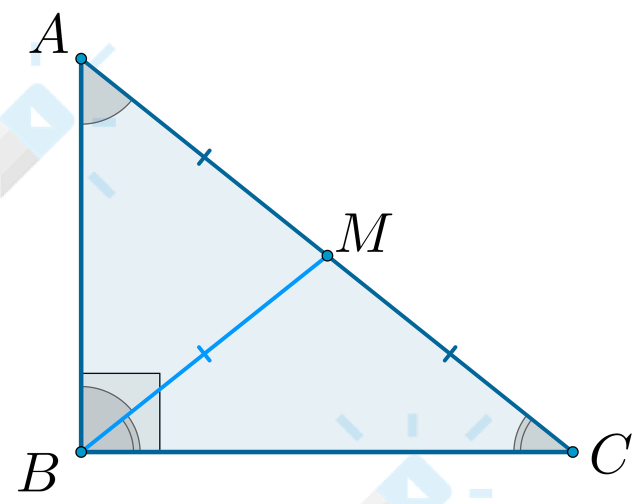
В равнобедренной трапеции углы при основании равны и диагонали равны.

Задания №1 и №17 из ЕГЭ по профильной математике

Факты, выделенные розовым, нужно уметь доказывать на экзамене

OK – биссектриса $\Leftrightarrow$ $KA = KB$, где KA, KB – расстояния до сторон угла.



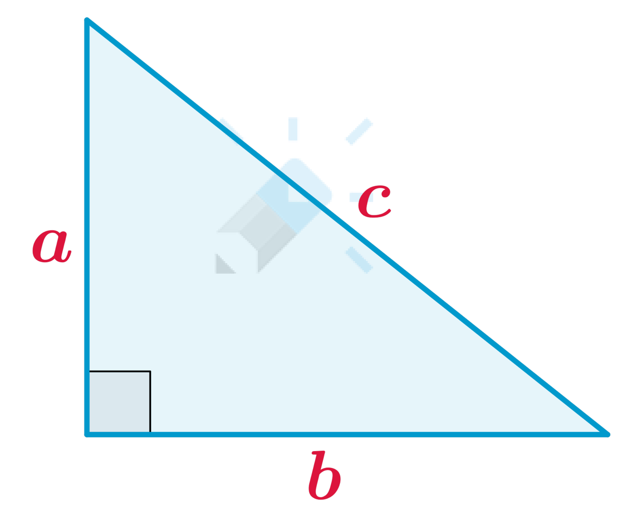


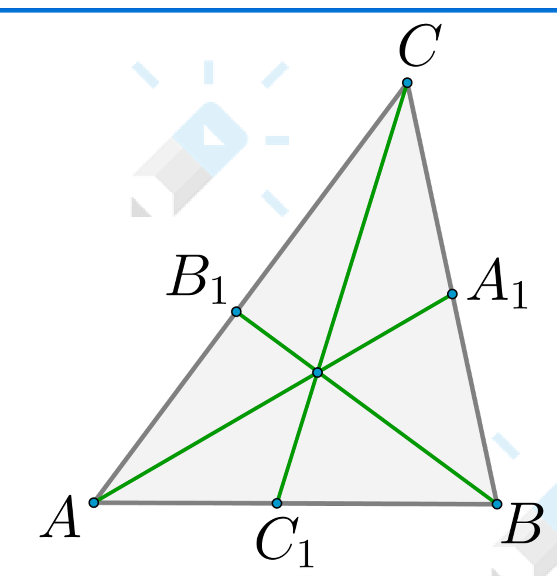
$AM = CM = BM$

В прямоугольном $\triangle$-ке медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине.

Теорема Пифагора + обратная

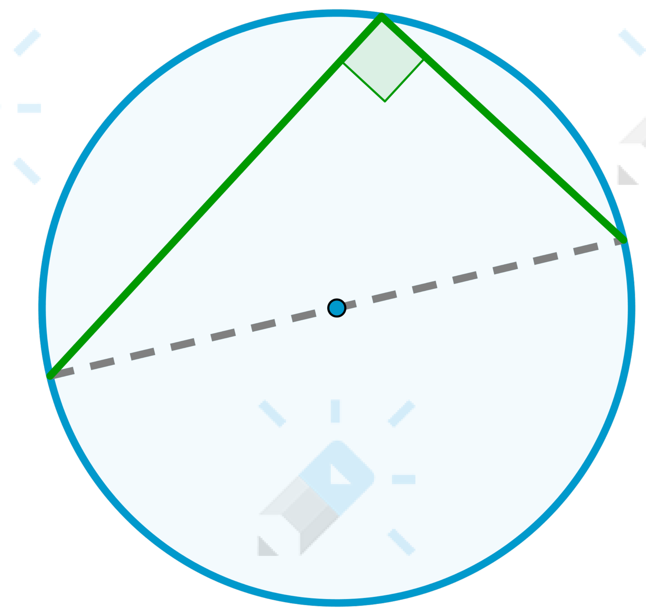
$\triangle$ прямоугольный $\Leftrightarrow$ $a^2 + b^2 = c^2$





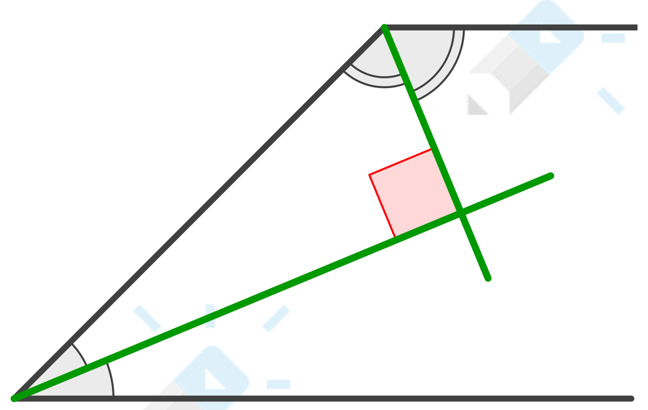
Теорема Чевы

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$$

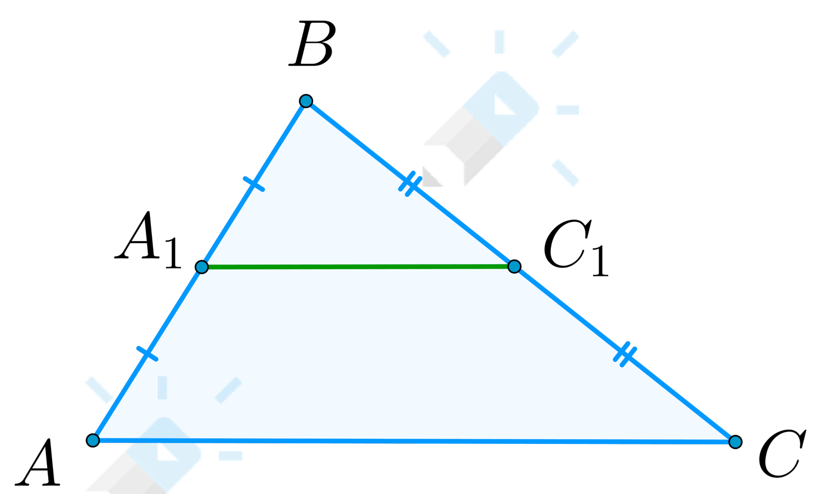


Вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 90°

Биссектрисы односторонних углов при параллельных прямых перпендикулярны.

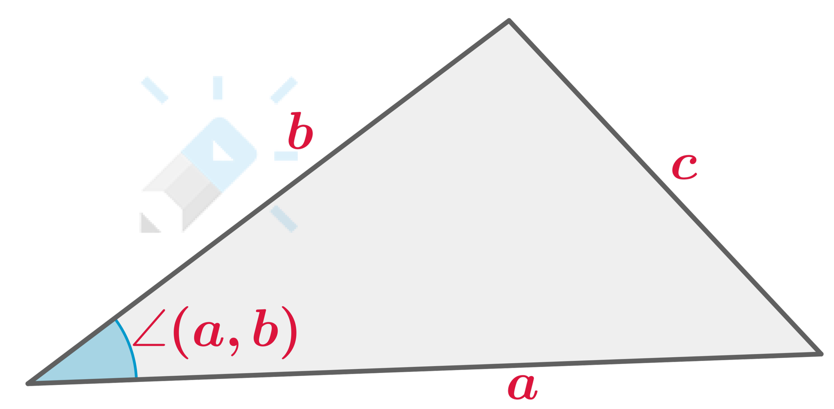


Средняя линия треугольника: $A_1C_1 \parallel AC$ и $A_1C_1 = \frac{1}{2}AC$



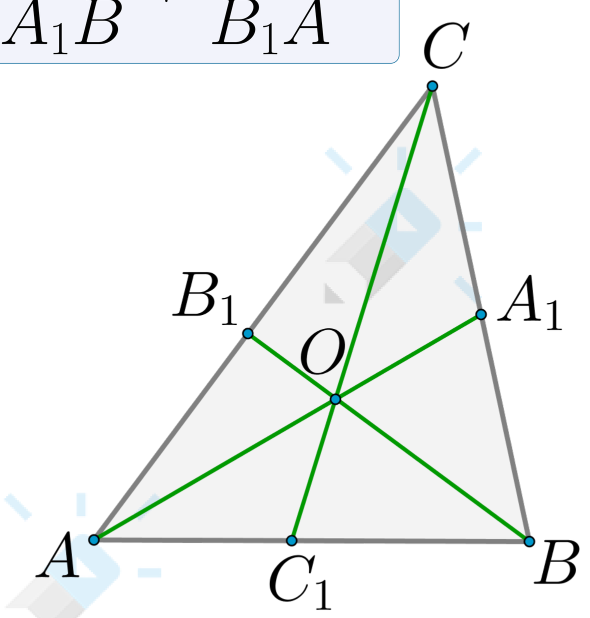
Теорема косинусов

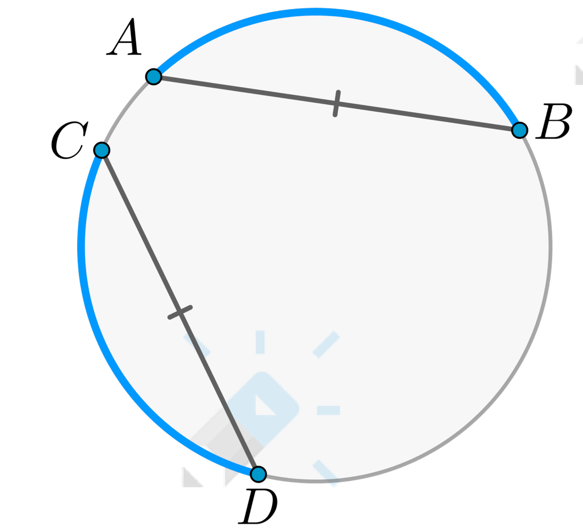
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\angle(a, b)$$



Теорема Ван-Обеля

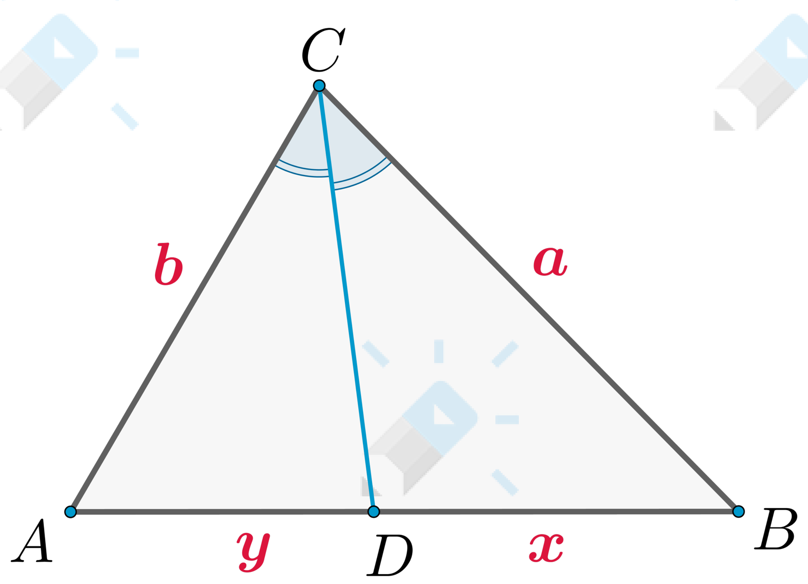
$$\frac{CO}{OC_1} = \frac{CA_1}{A_1B} + \frac{CB_1}{B_1A}$$

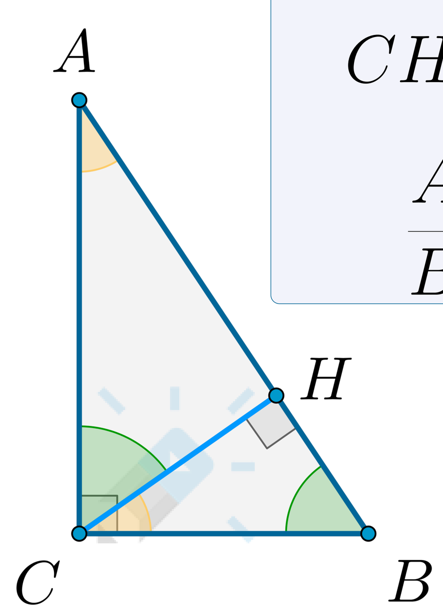




Хорды AB и CD равны тогда и только тогда, когда равны дуги AB и CD.

CD – биссектриса $\Rightarrow$ $a : b = x : y$



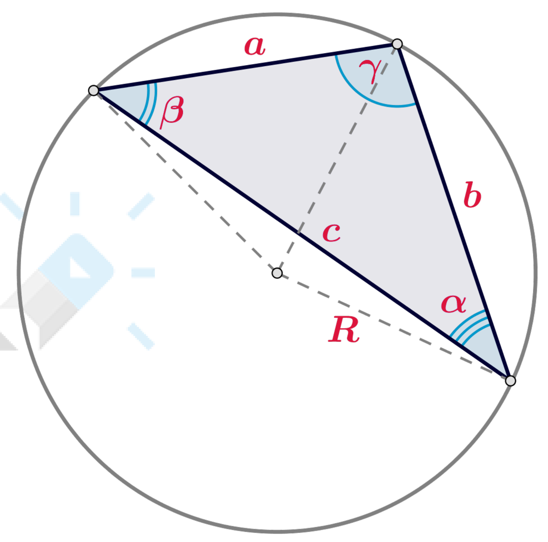


В прямоугольном $\triangle$

$$CH^2 = AH \cdot BH$$

$$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}$$

$$\frac{AH}{BH} = \frac{AC^2}{BC^2}$$

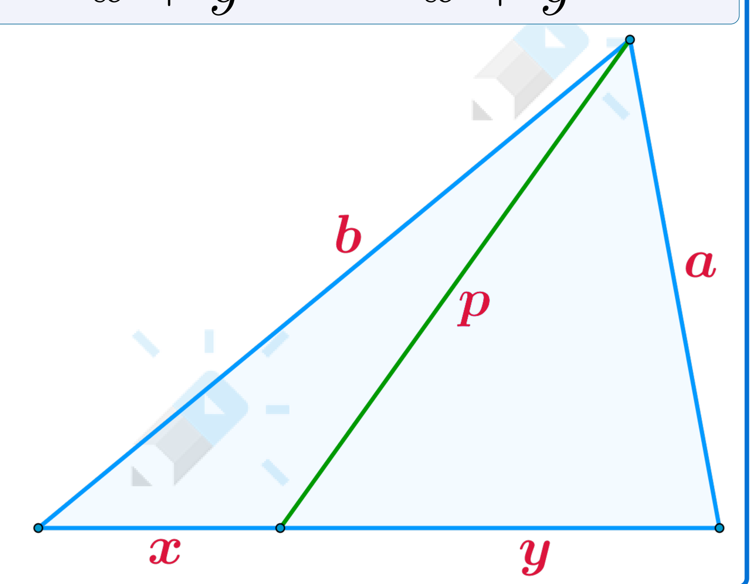


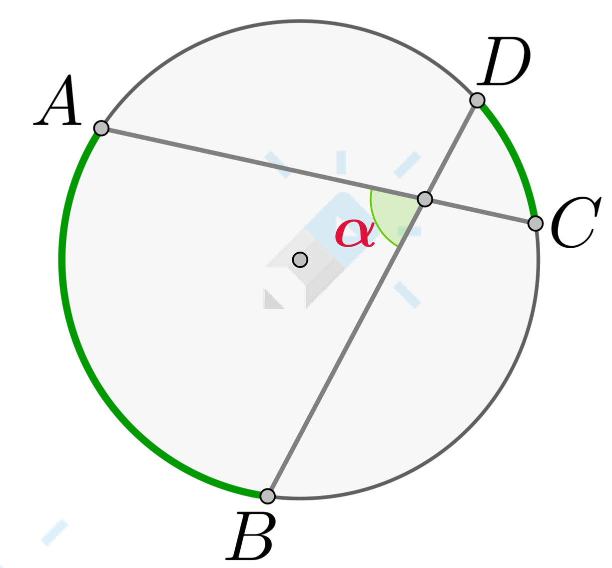
Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

Теорема Стюарта

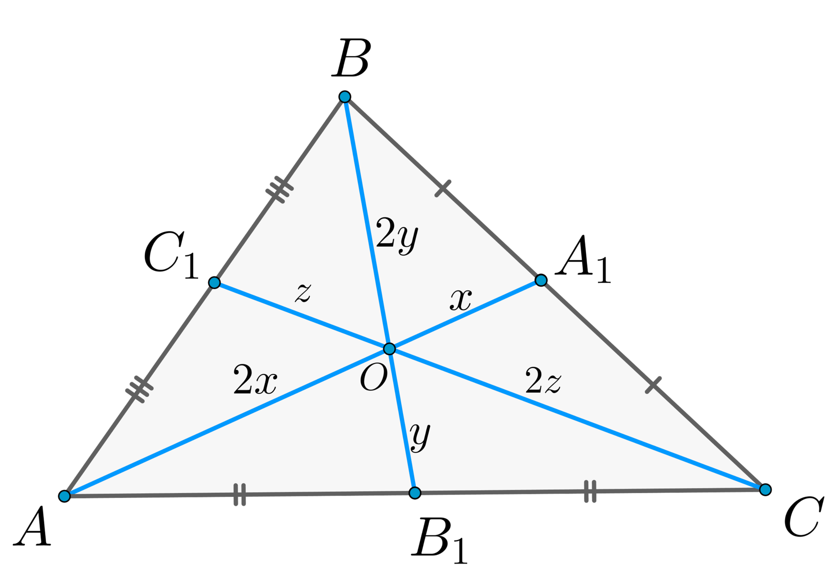
$$p^2 = a^2 \cdot \frac{x}{x+y} + b^2 \cdot \frac{y}{x+y} - xy$$





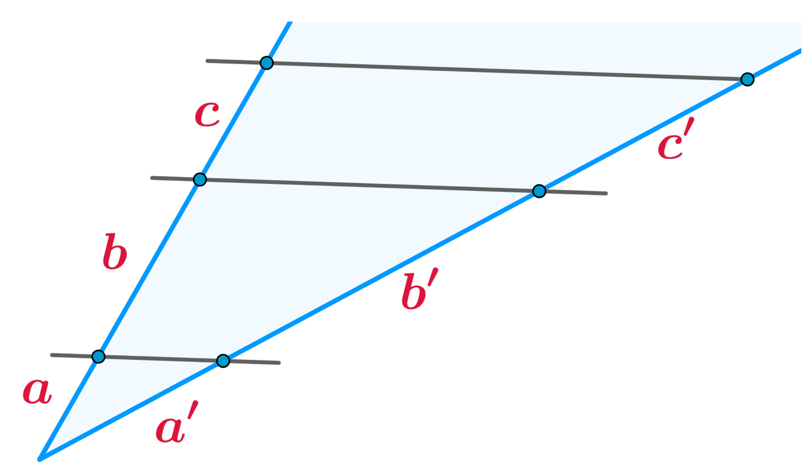
$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}\right)$$

Медианы точкой пересечения делятся в отношении $2 : 1$, считая от вершины.



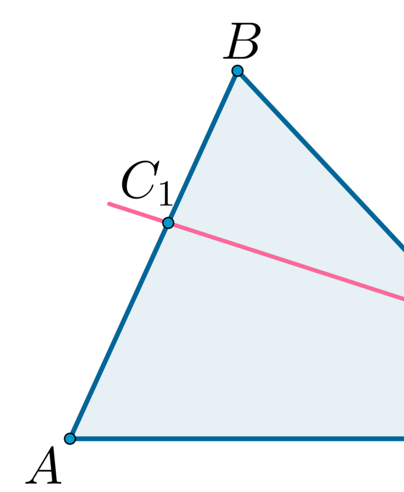
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Leftrightarrow$$

прямые, отсекающие эти отрезки, параллельны.

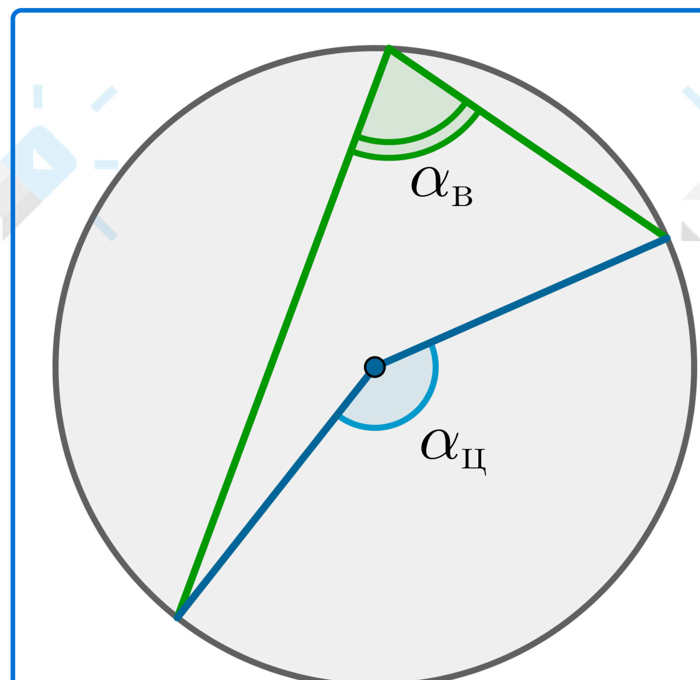


Теорема Менелая

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$$

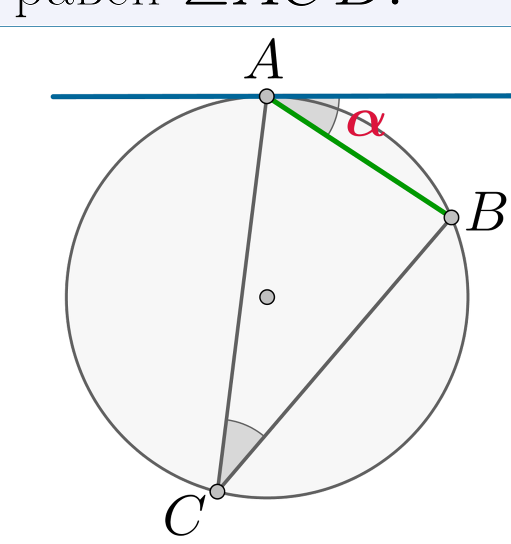


Напоминание: движемся по треугольнику так: вершина – точка, точка – вершина, и т.д. Вершины: A, B, C, точки: A_1, B_1, C_1.



$$\alpha_ц = 2\alpha_в$$

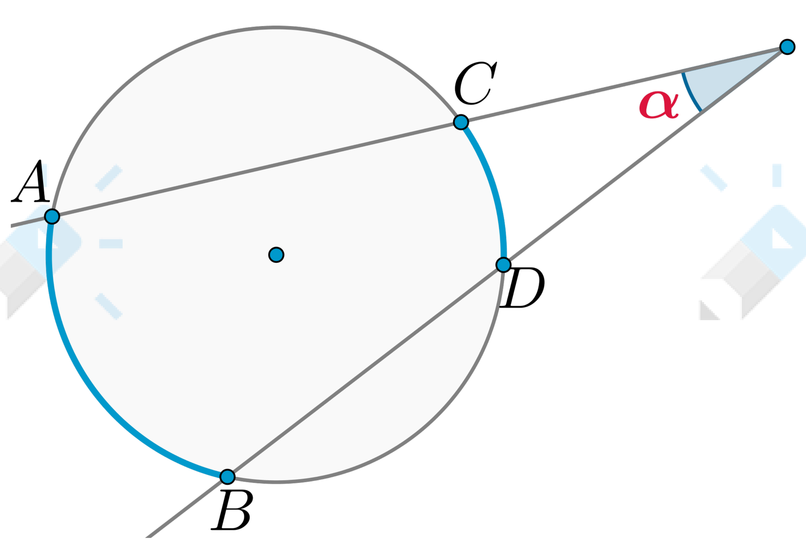
Угол α между касательной и хордой равен половине дуги, заключенной между ними, то есть равен $\angle ACB$.

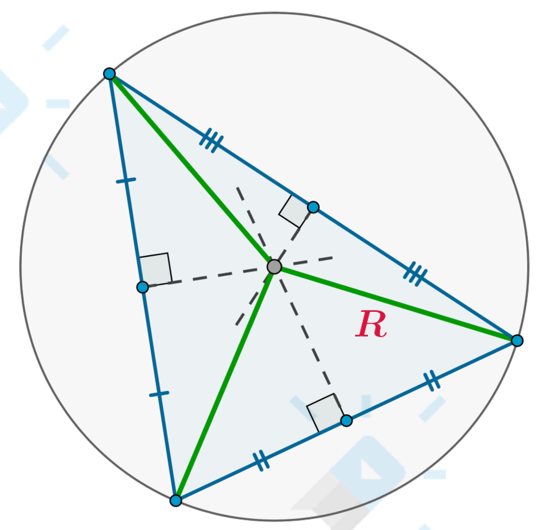


Задания №1 и №17 из ЕГЭ по профильной математике

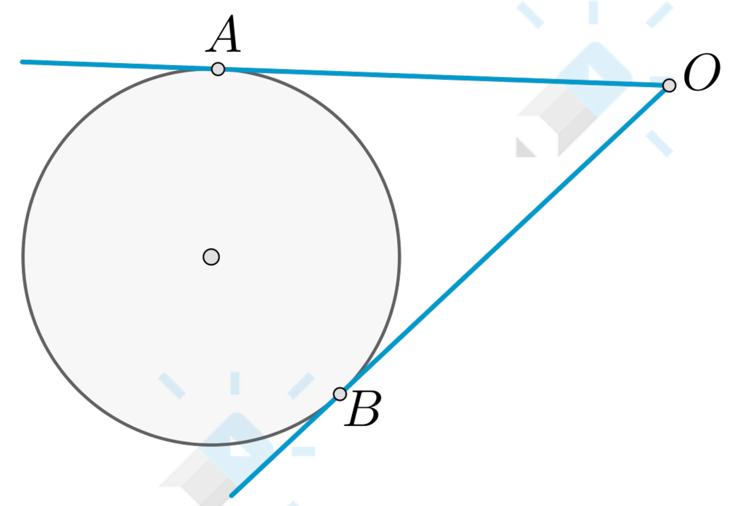
Факты, выделенные розовым, нужно уметь доказывать на экзамене

$\alpha = \frac{1}{2}\left(\breve{AB} - \breve{CD}\right)$

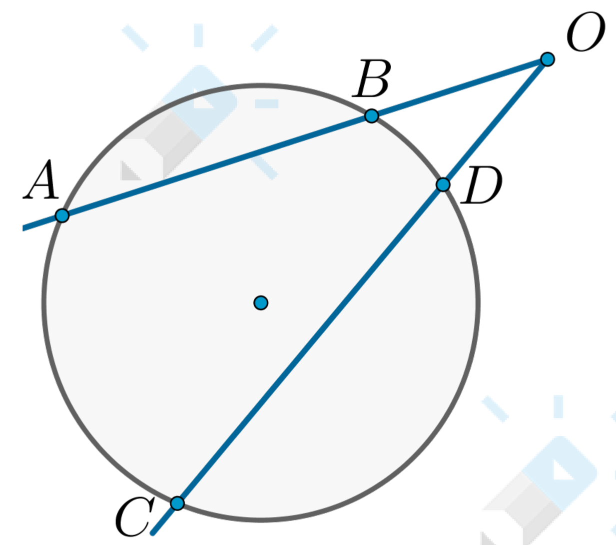




Центр окружности, описанной около треугольника, есть точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.

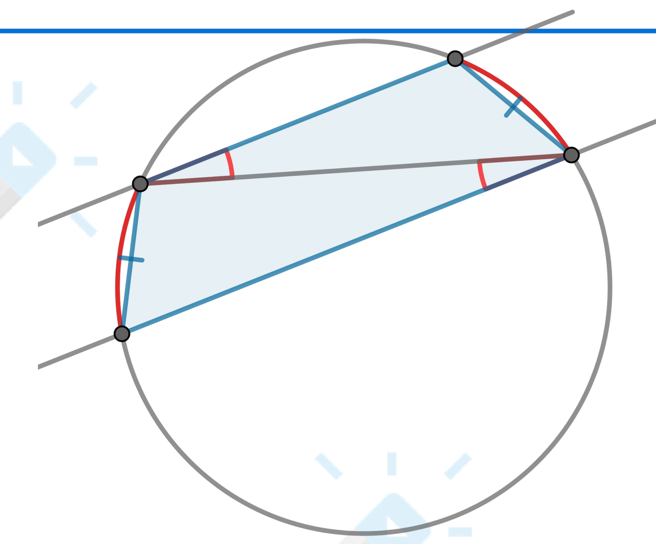


Отрезки касательных из одной точки к окружности равны: $OA = OB$

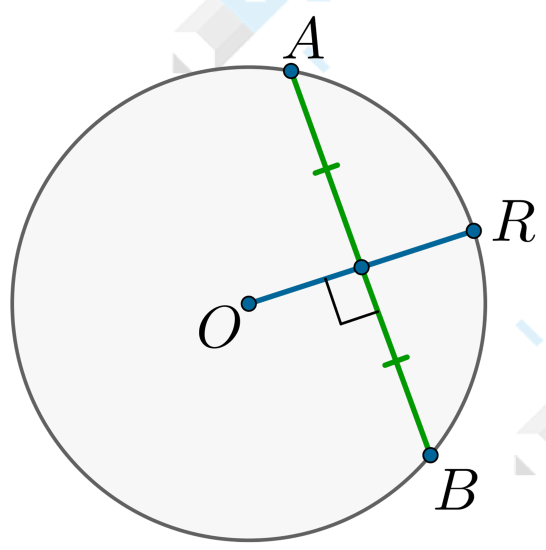


Произведение секущей (из фиксированной точки O) на ее внешнюю часть — величина постоянная для каждой окружности.

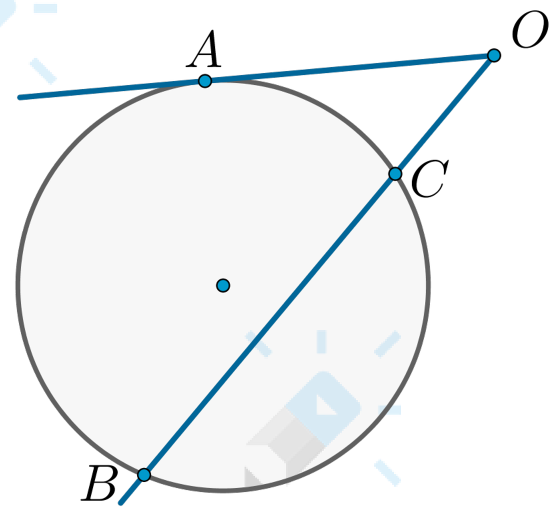
$OA \cdot OB = OC \cdot OD (= \text{const})$



Точки пересечения окружности и двух параллельных прямых — вершины равнобокой трапеции.



$OR \perp AB \Leftrightarrow OR$ делит AB пополам.

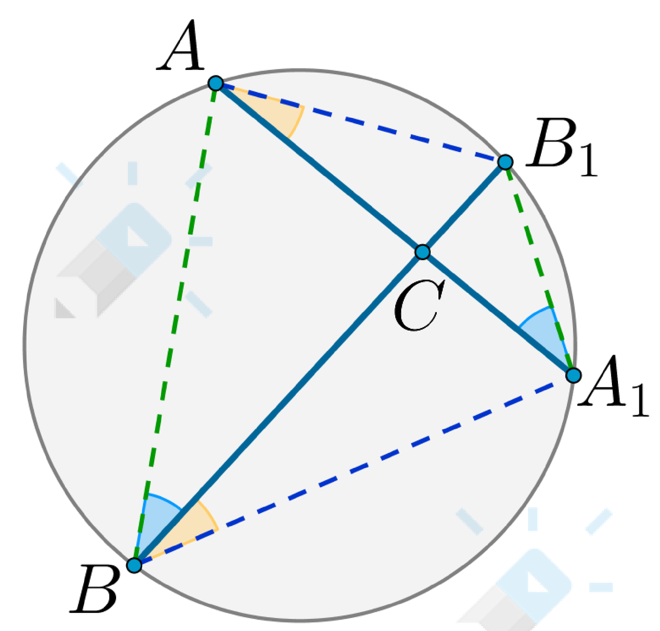


Квадрат касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть.

$OA^2 = OB \cdot OC$

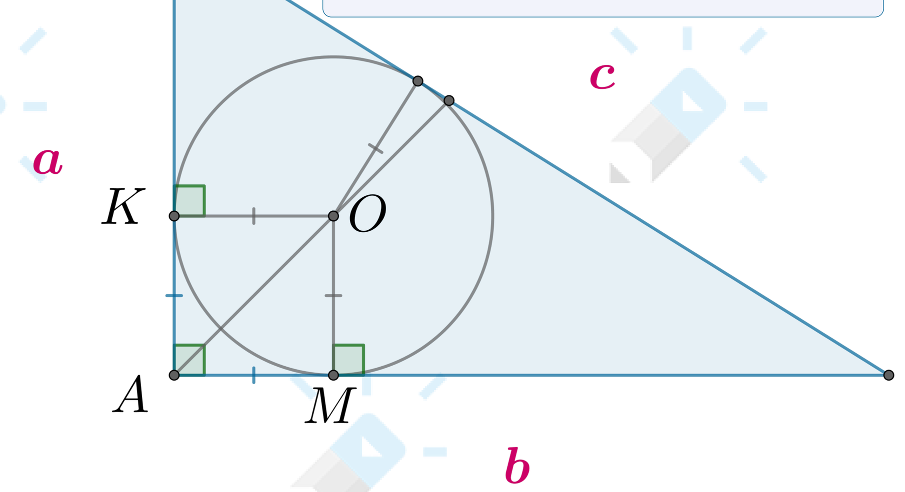
$\triangle A_1CB_1 \sim \triangle BCA$

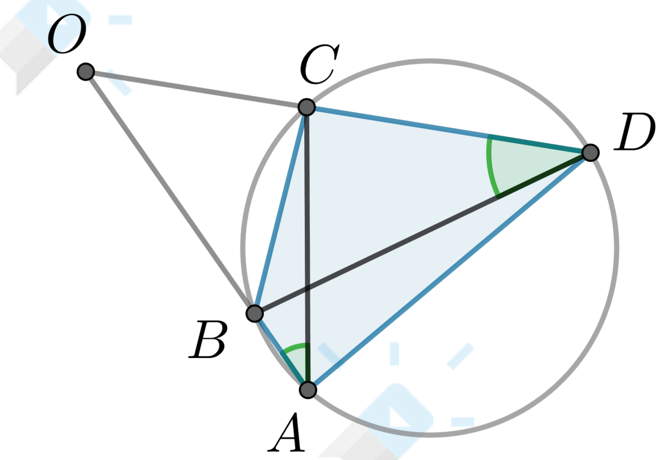
$AC \cdot A_1C = BC \cdot B_1C$



$AKOM$ — квадрат со стороной

$r = \frac{a+b-c}{2}$

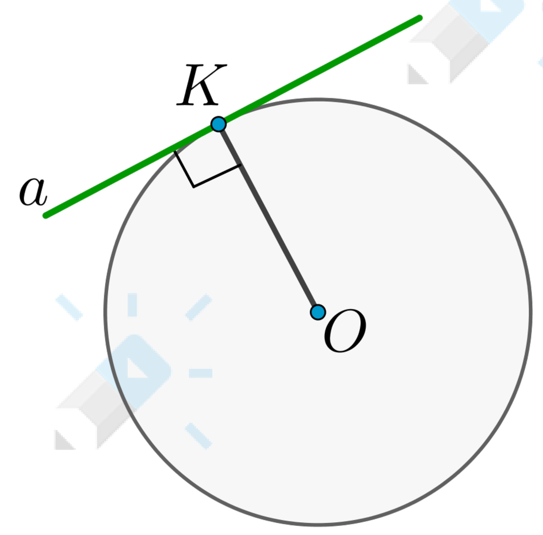




$ABCD$ вписан, если

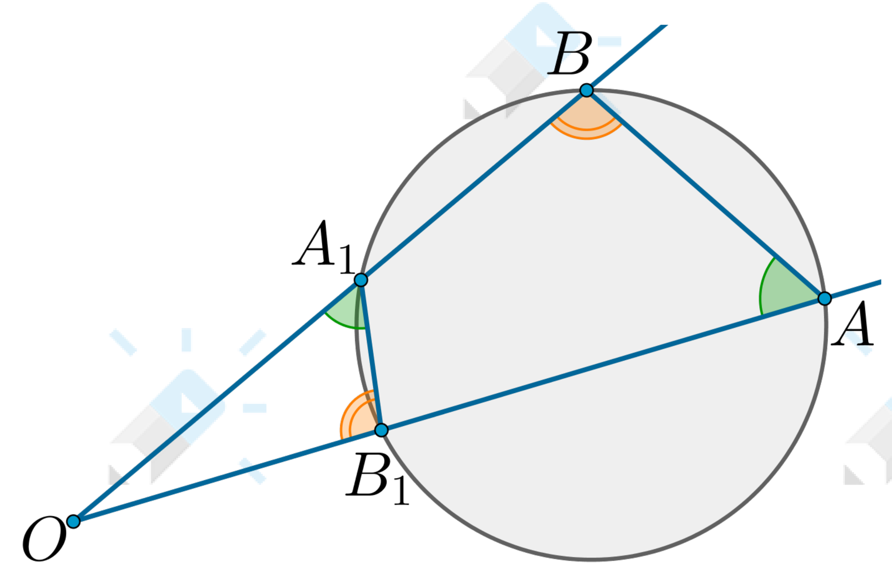
- $\angle BAC = \angle BDC$
- $\angle A + \angle C = 180°$
- $OA \cdot OB = OC \cdot OD$

Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания. Наоборот: если радиус перпендикулярен прямой и пересекает ее в точке на окружности, то эта прямая – касательная.



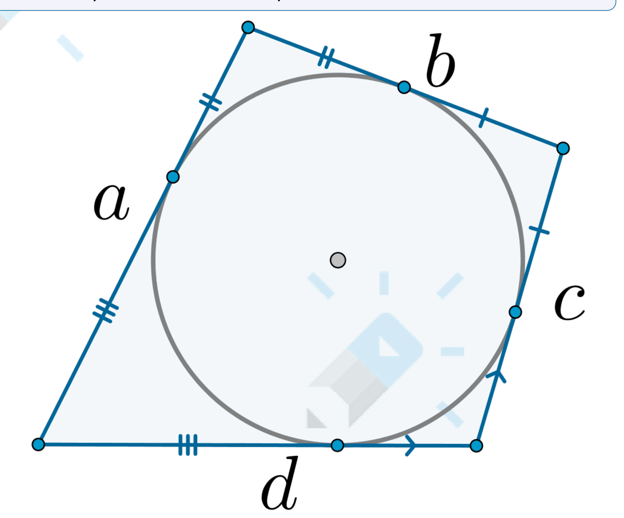
$\triangle OA_1B_1 \sim \triangle OAB$

Прямые A_1B_1 и AB не параллельны!



В выпуклый четырехугольник вписана окружность ⇔ суммы противоположных сторон у него одинаковы:

$a + c = b + d$

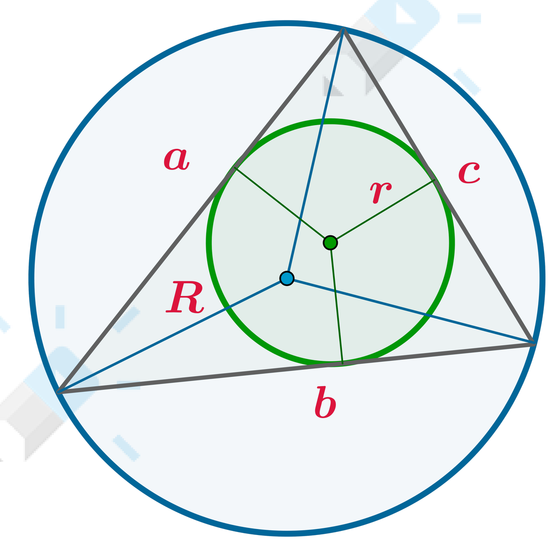


$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

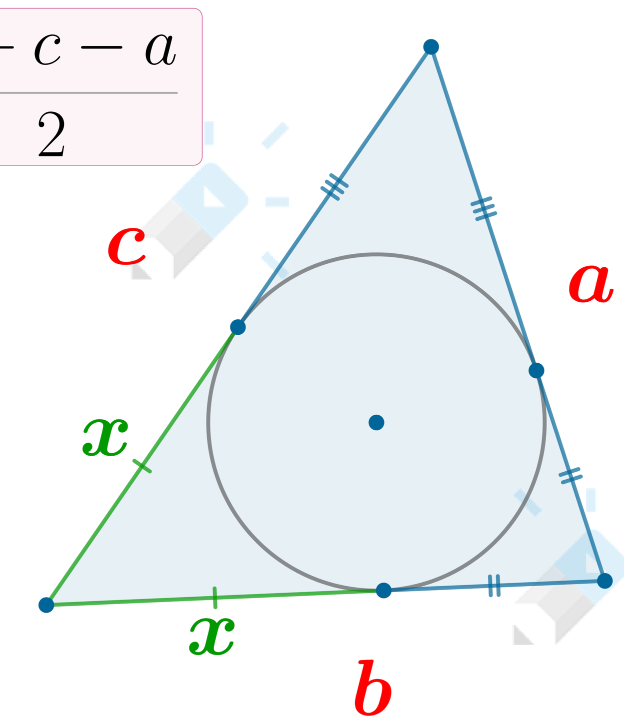
где $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$

$S = pr$

$S = \frac{abc}{4R}$

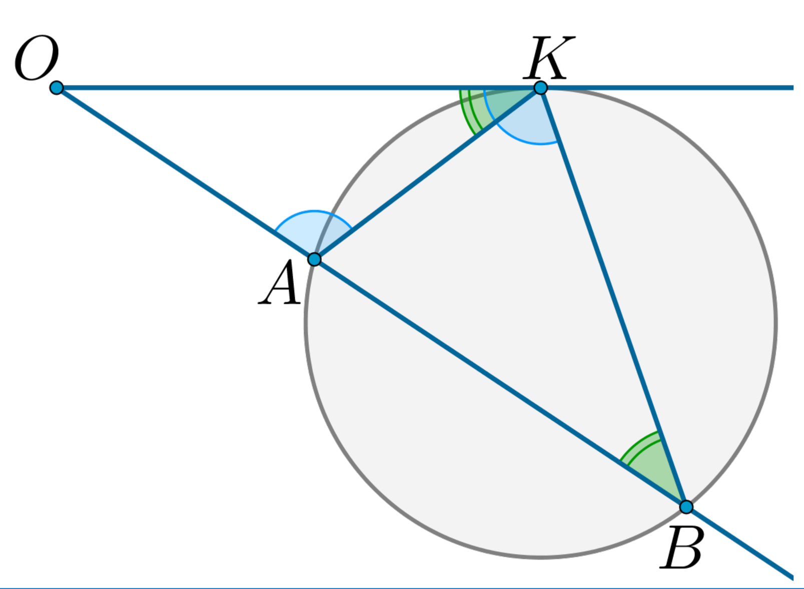


$x = \frac{b+c-a}{2}$

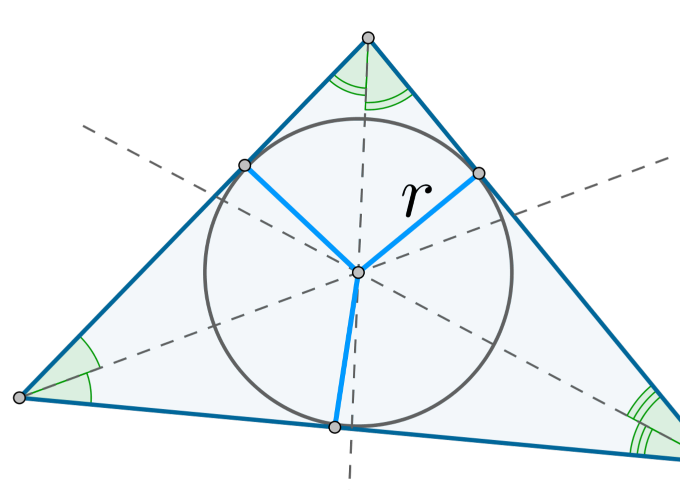


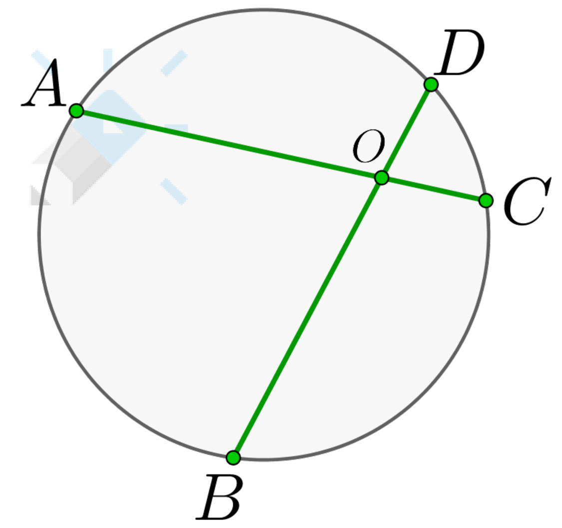
OK — касательная

$\triangle OAK \sim \triangle OKB$



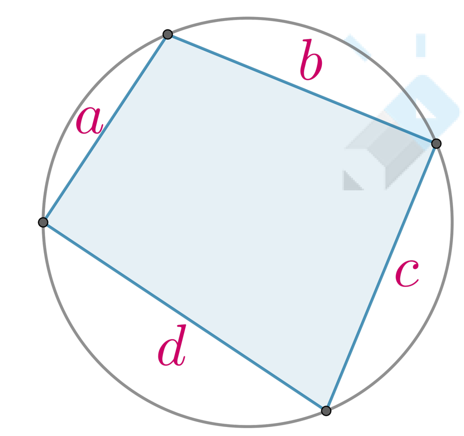
Центр вписанной в треугольник окружности есть точка пересечения биссектрис его углов.





Произведения отрезков хорд равны:

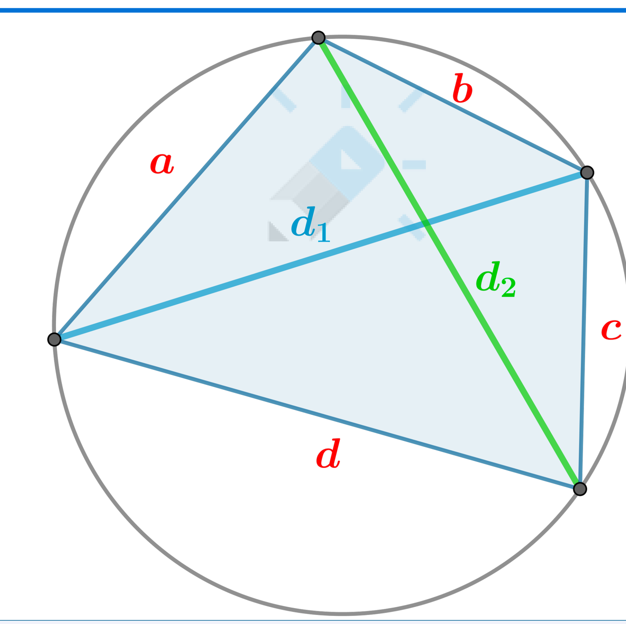
$AO \cdot OC = BO \cdot OD$



Формулы Брахмагупты:

$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

где $p = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$

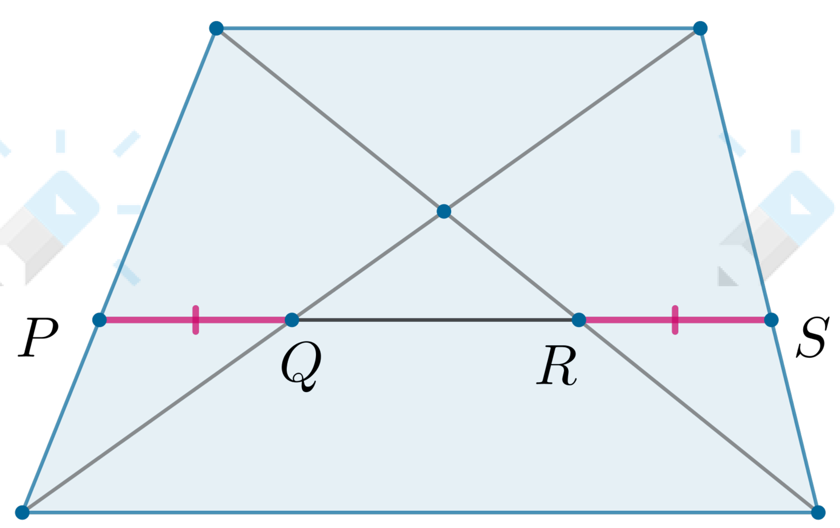


Теорема Птолемея: для вписанного четырехугольника верно $ac + bd = d_1d_2$

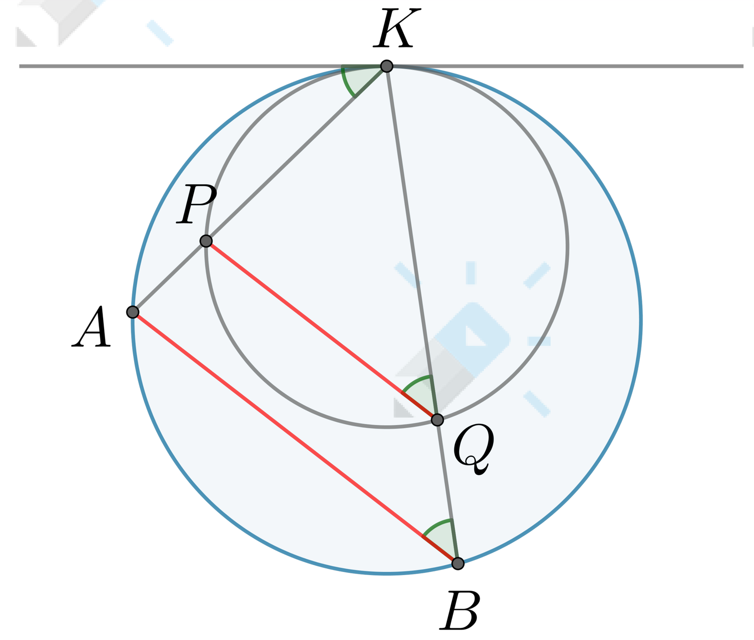
Задания №1 и №17 из ЕГЭ по профильной математике

Факты, выделенные розовым, нужно уметь доказывать на экзамене

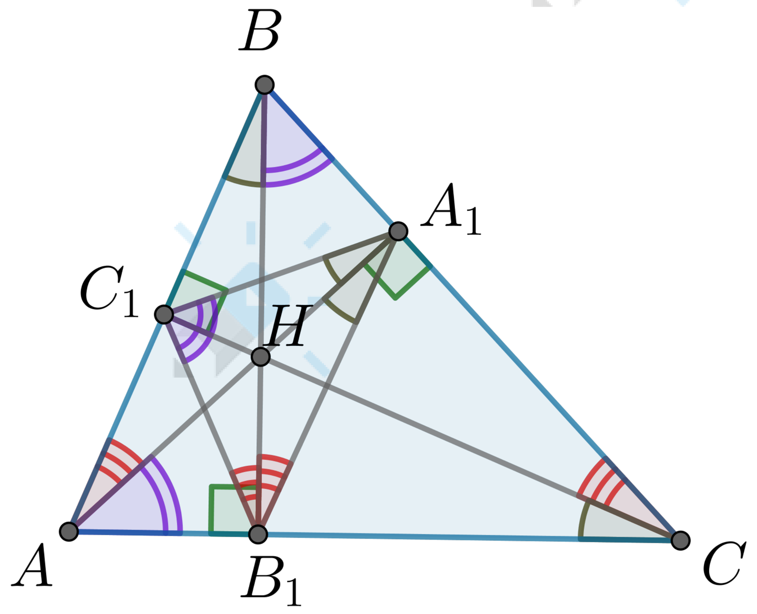
В трапеции PS параллельна основаниям $\Rightarrow PQ = RS$

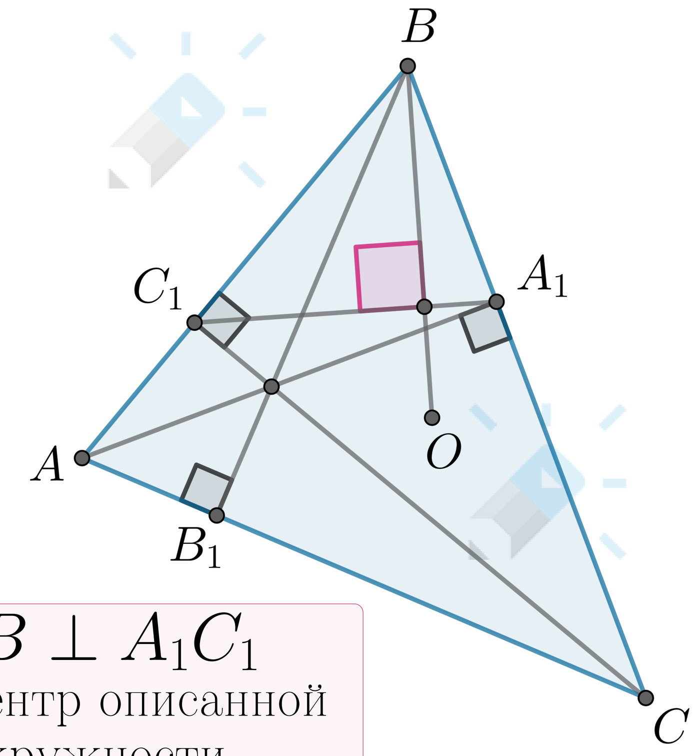


Окружности касаются в точке K. Хорды AK, PK лежат на одной прямой, как и хорды BK, QK. Тогда $AB \parallel PQ$.



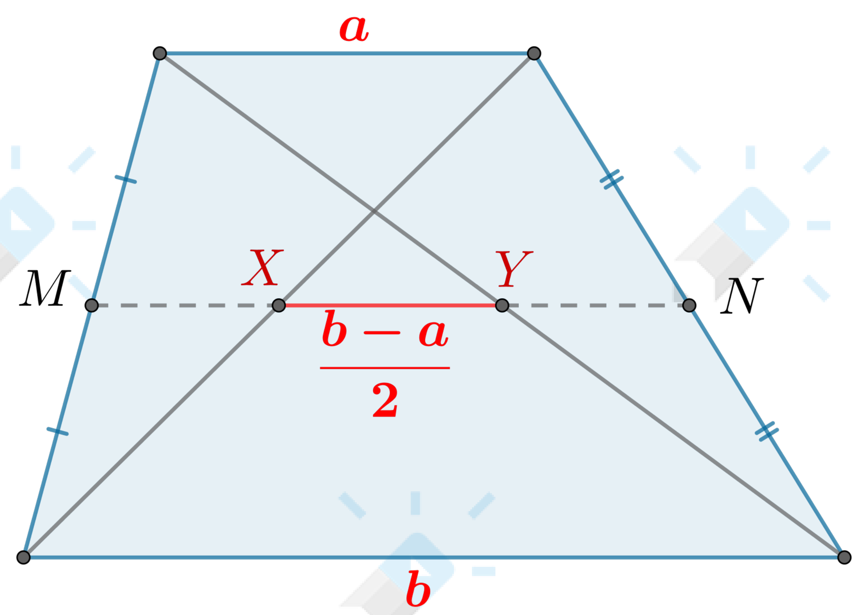
AB_1HC_1 и AB_1A_1B – вписанные
H – инцентр для $\triangle A_1B_1C_1$



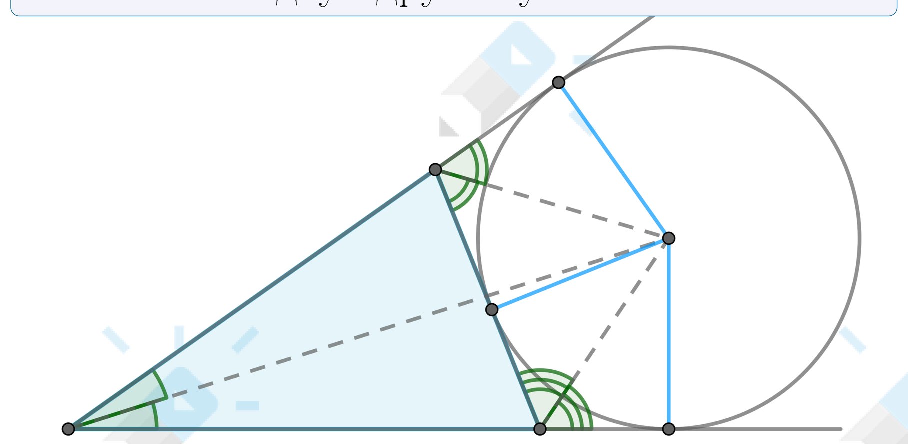


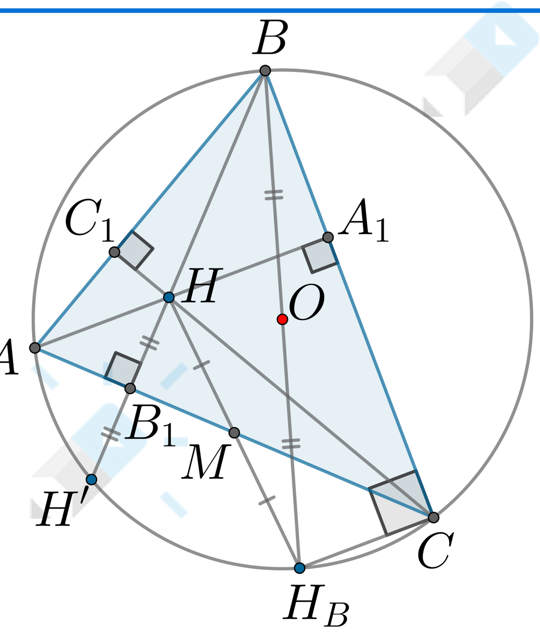
$OB \perp A_1C_1$
O – центр описанной окружности

M и N – середины боковых сторон
X и Y – середины диагоналей

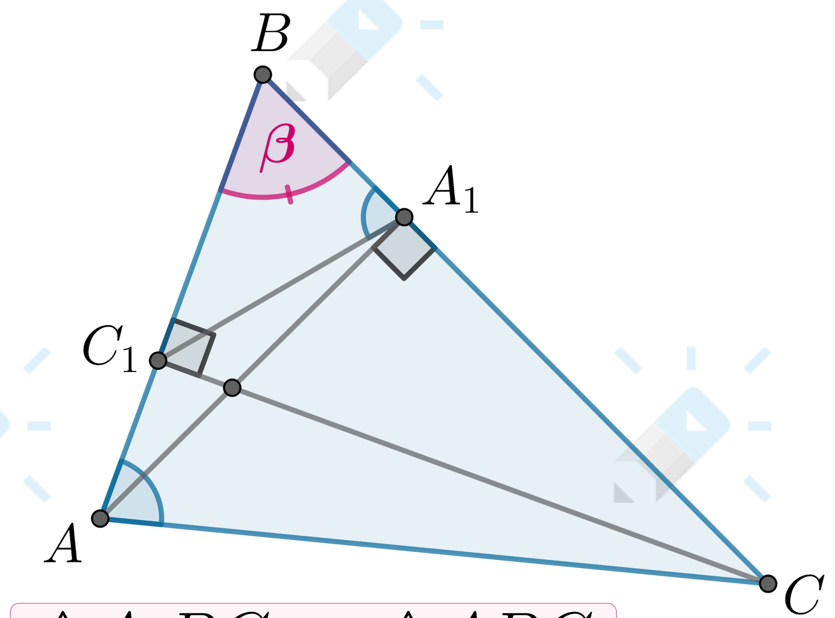


Вневписанная окружность треугольника — окружность, которая касается одной стороны треугольника и продолжений двух других сторон. Центр вневписанной окружности треугольника лежит на пересечении внутренней биссектрисы угла, в который вписана окружность, и внешних биссектрис двух других углов.



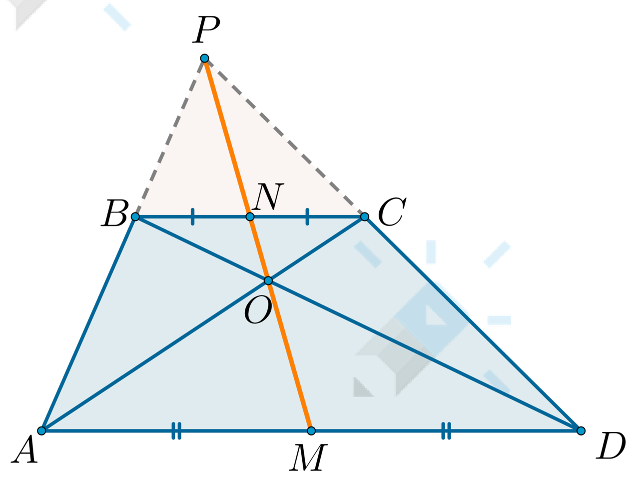


- H' симметрична H относительно AC
- H_B симметрична H относительно середины M стороны AC

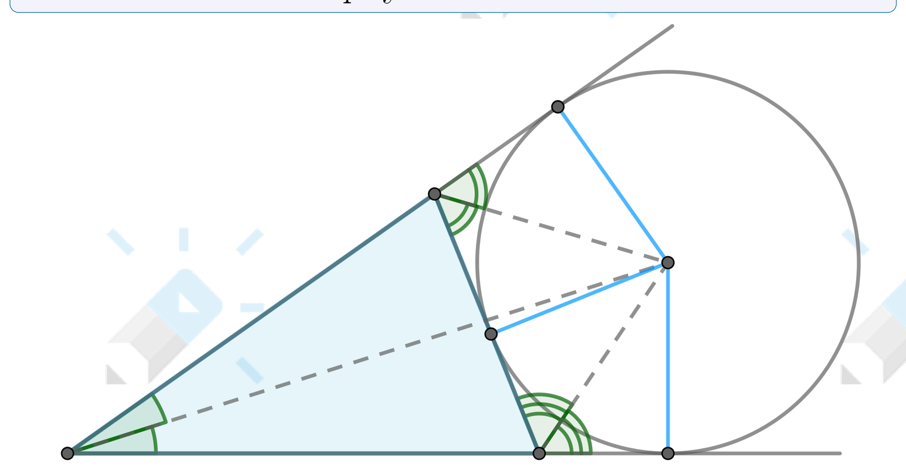


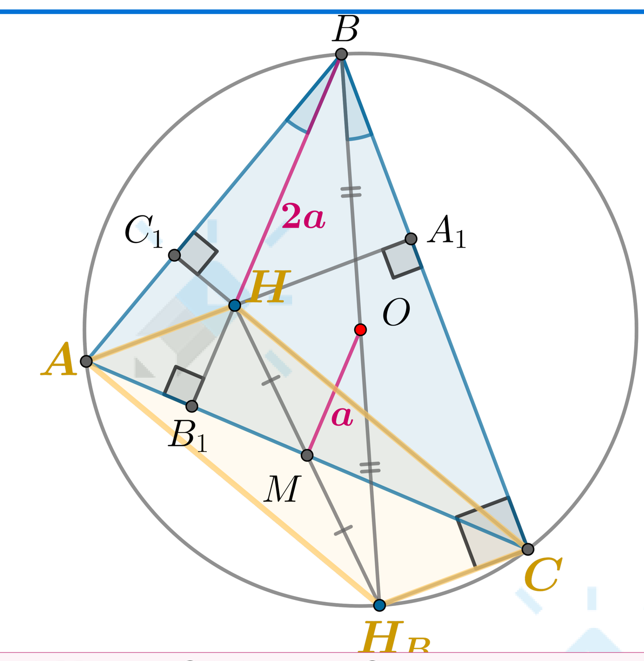
$\triangle A_1BC_1 \sim \triangle ABC$ с коэффициентом подобия $k = \cos\beta$

У трапеции середины оснований, точка пересечения диагоналей и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой.



Радиус вневписанной окружности вычисляется по формуле $r_b = \dfrac{S}{p-b}$,
где b — сторона, которой она касается, S, p — площадь и полупериметр треугольника.

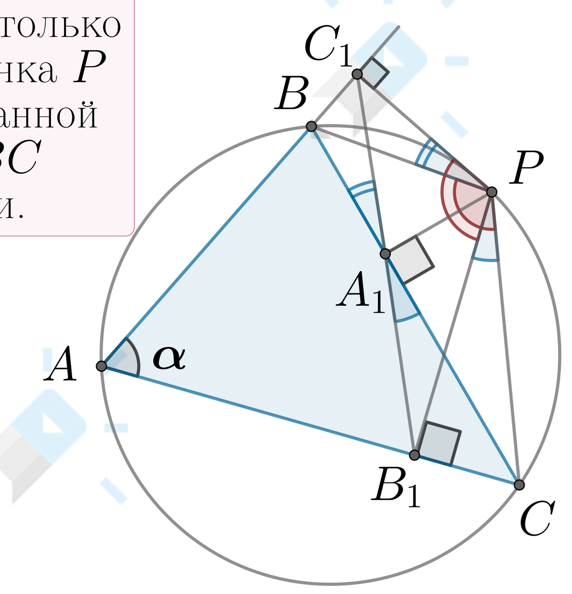




- $BH = 2OM$, где O – центр опис. окр-ти
- $\angle ABH = \angle CBO$ (H и O изогональны)
- $AHCH_B$ – параллелограмм

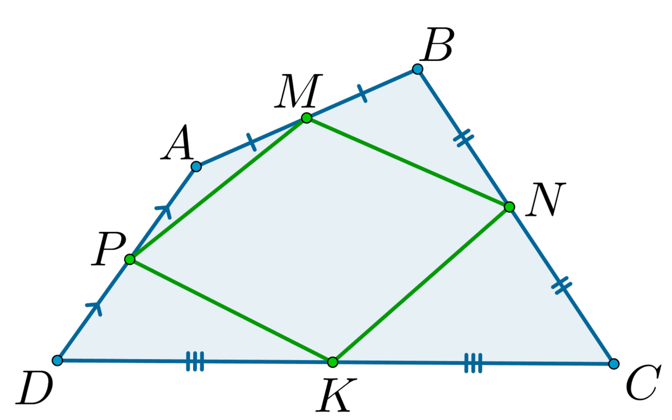
Прямая Симсона

Точки A_1, B_1, C_1 лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда точка P лежит на описанной около $\triangle ABC$ окружности.

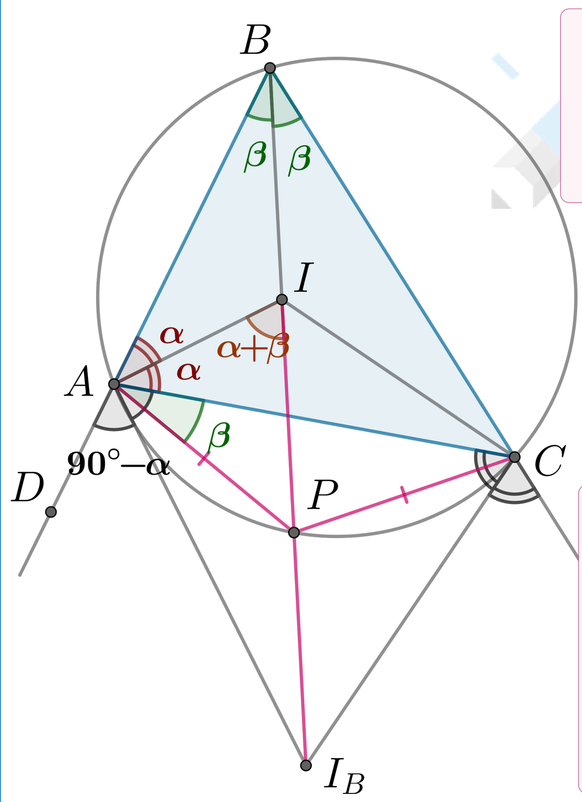


Середины сторон выпуклого четырехугольника являются вершинами параллелограмма.

Следствие: отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, делятся точкой пересечения пополам.

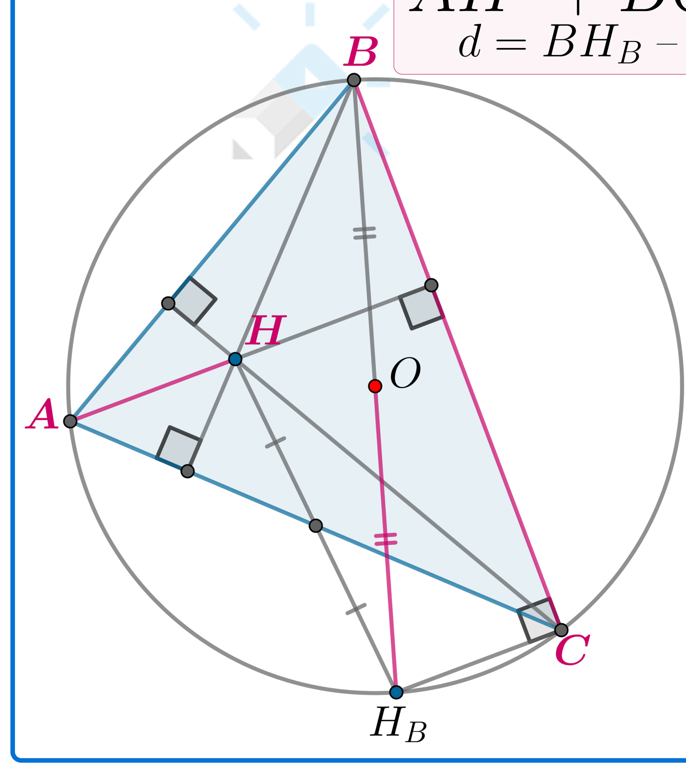


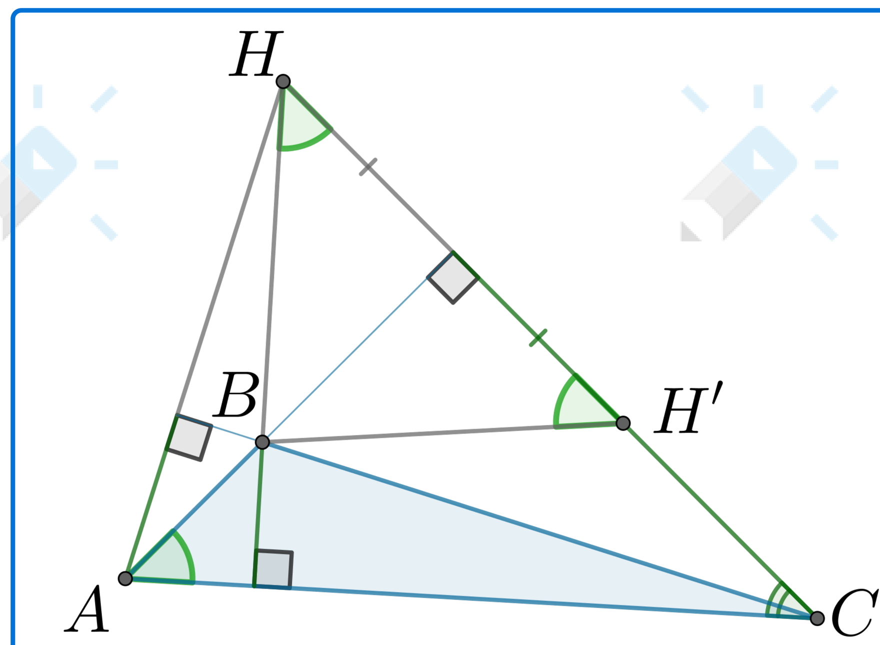
Лемма о трезубце: P равноудалена от A, C, I, I_B



BP – биссектриса, P лежит на описанной около $\triangle ABC$ окружности, I, I_B – центры вписанной и вневписанной в $\triangle ABC$ окружностей соответственно.

$AH^2 + BC^2 = d^2$
$d = BH_B$ – диаметр





$ABH'C$ – вписанный
H' симметрична ортоцентру H относительно продолжения AB