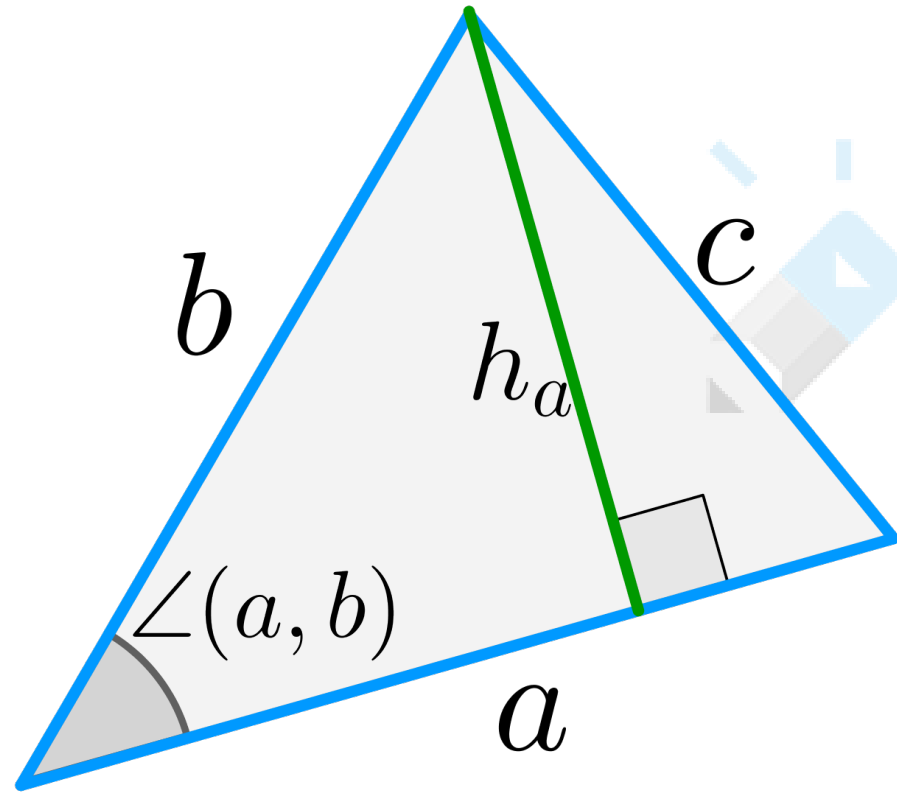
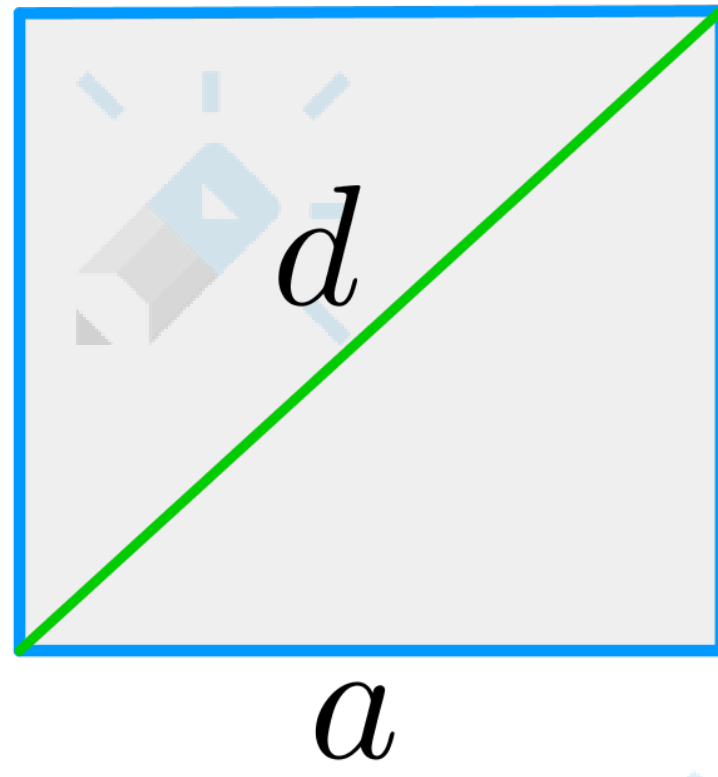
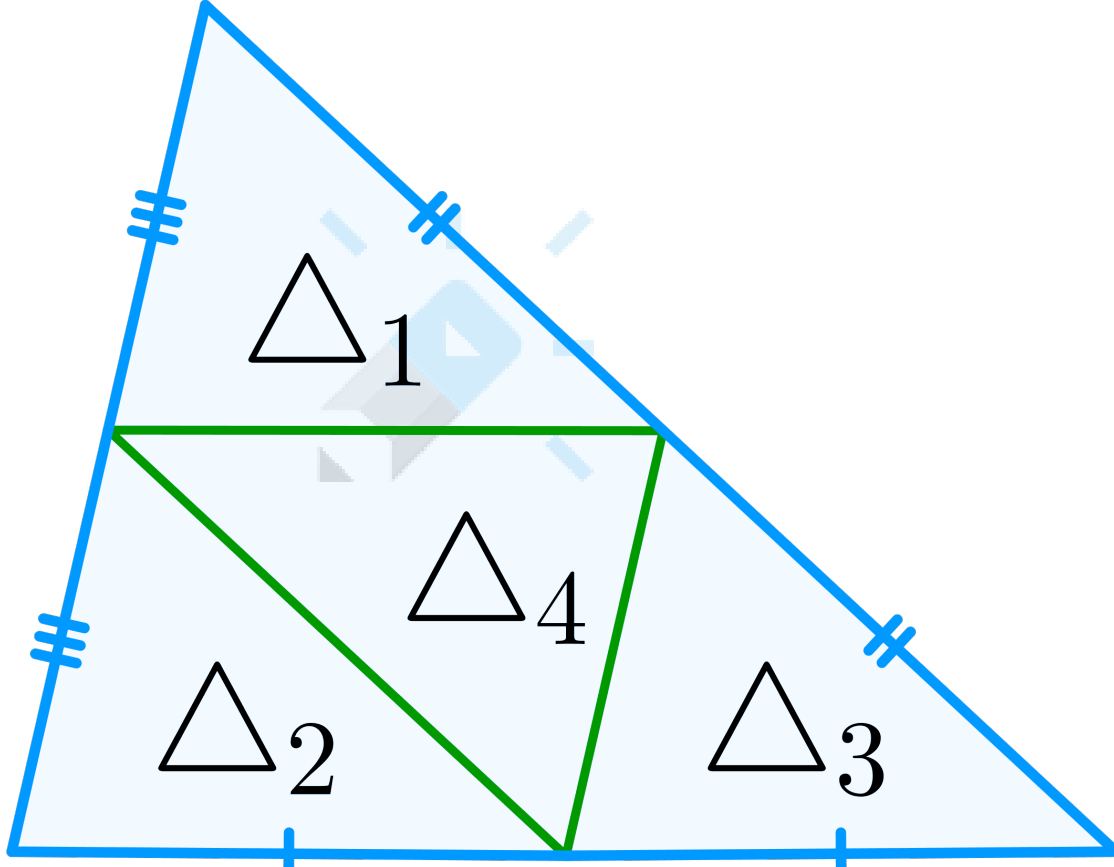
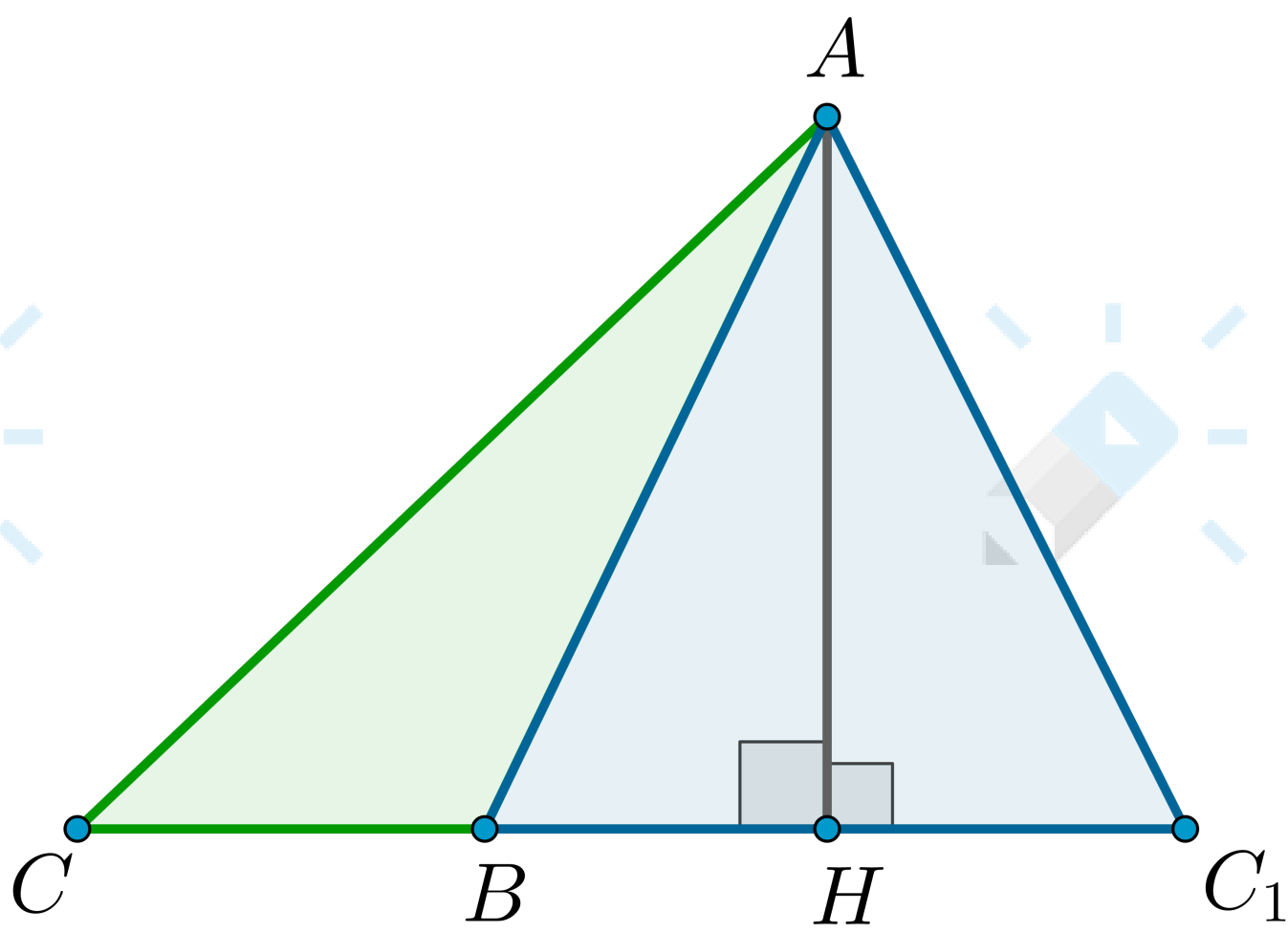
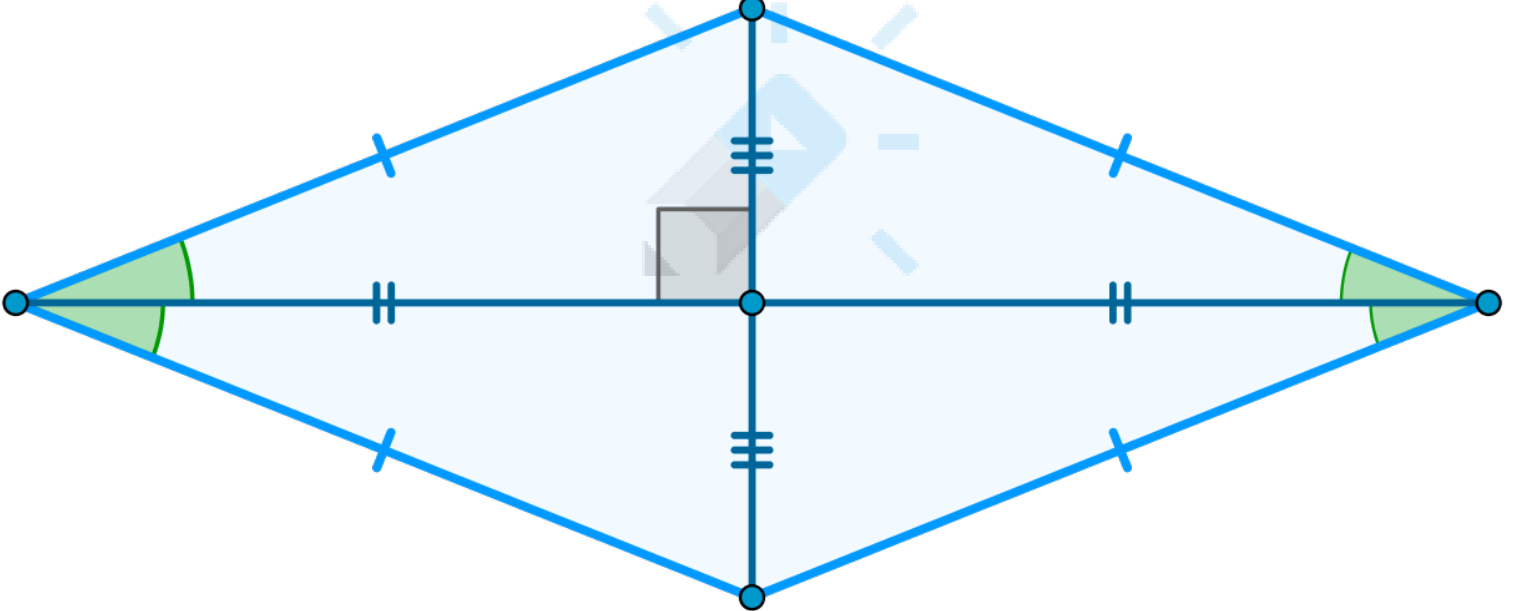
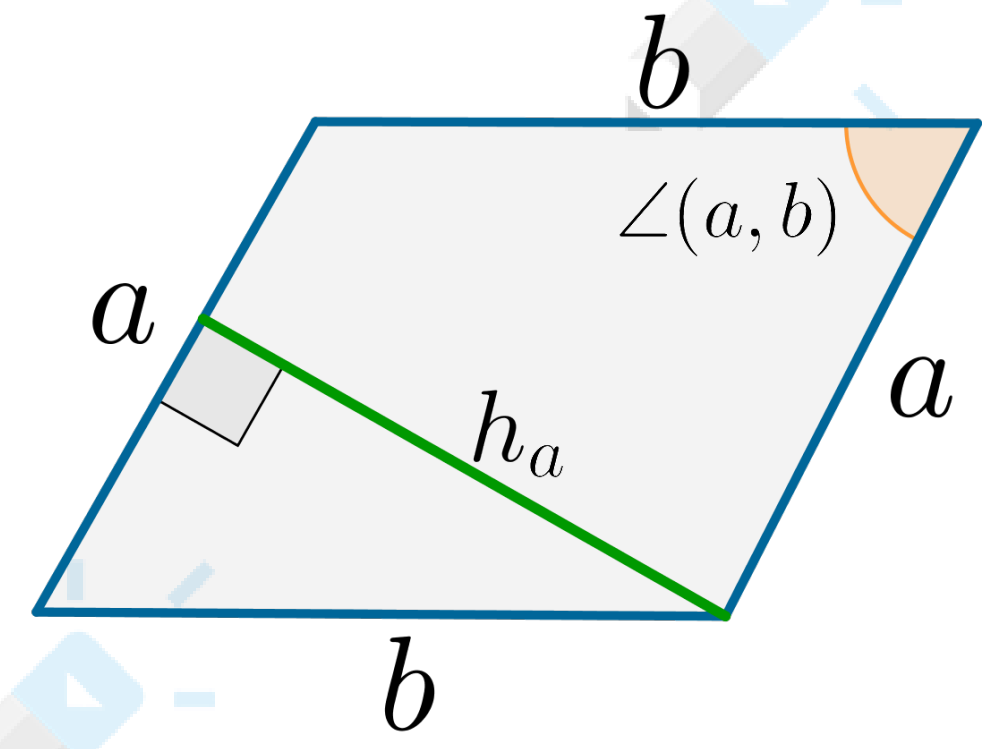
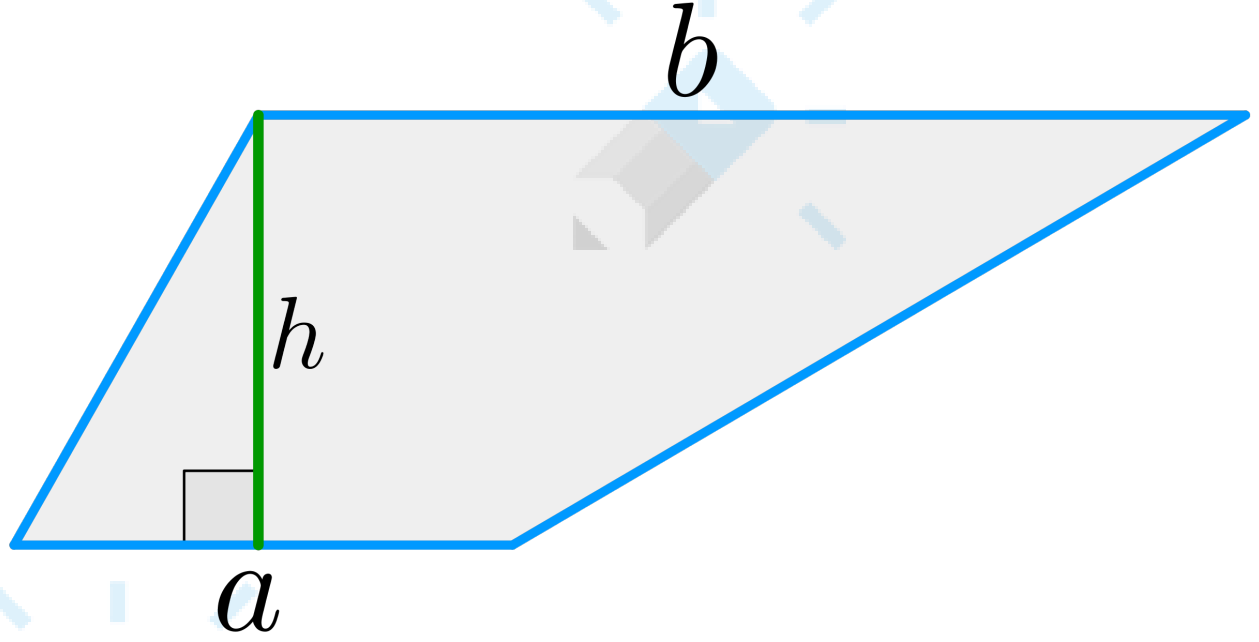
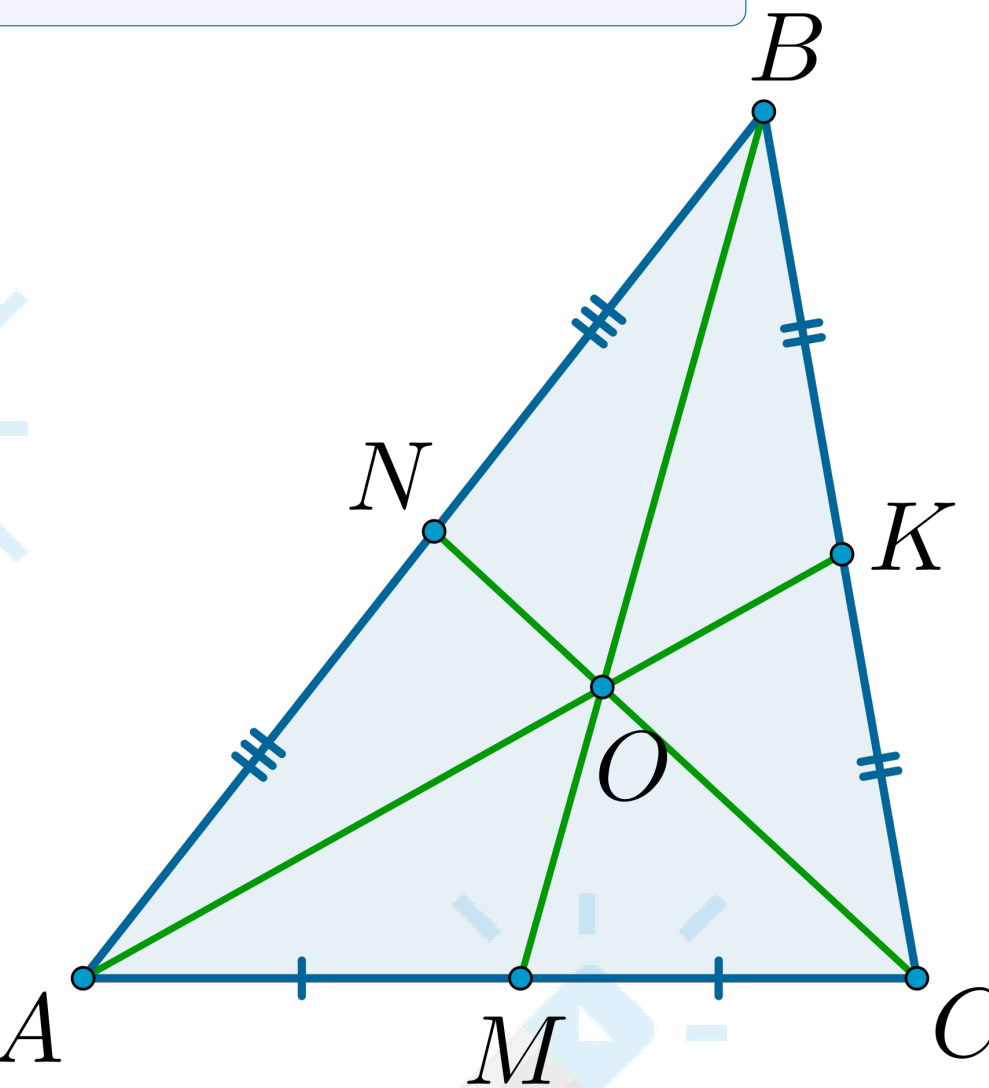
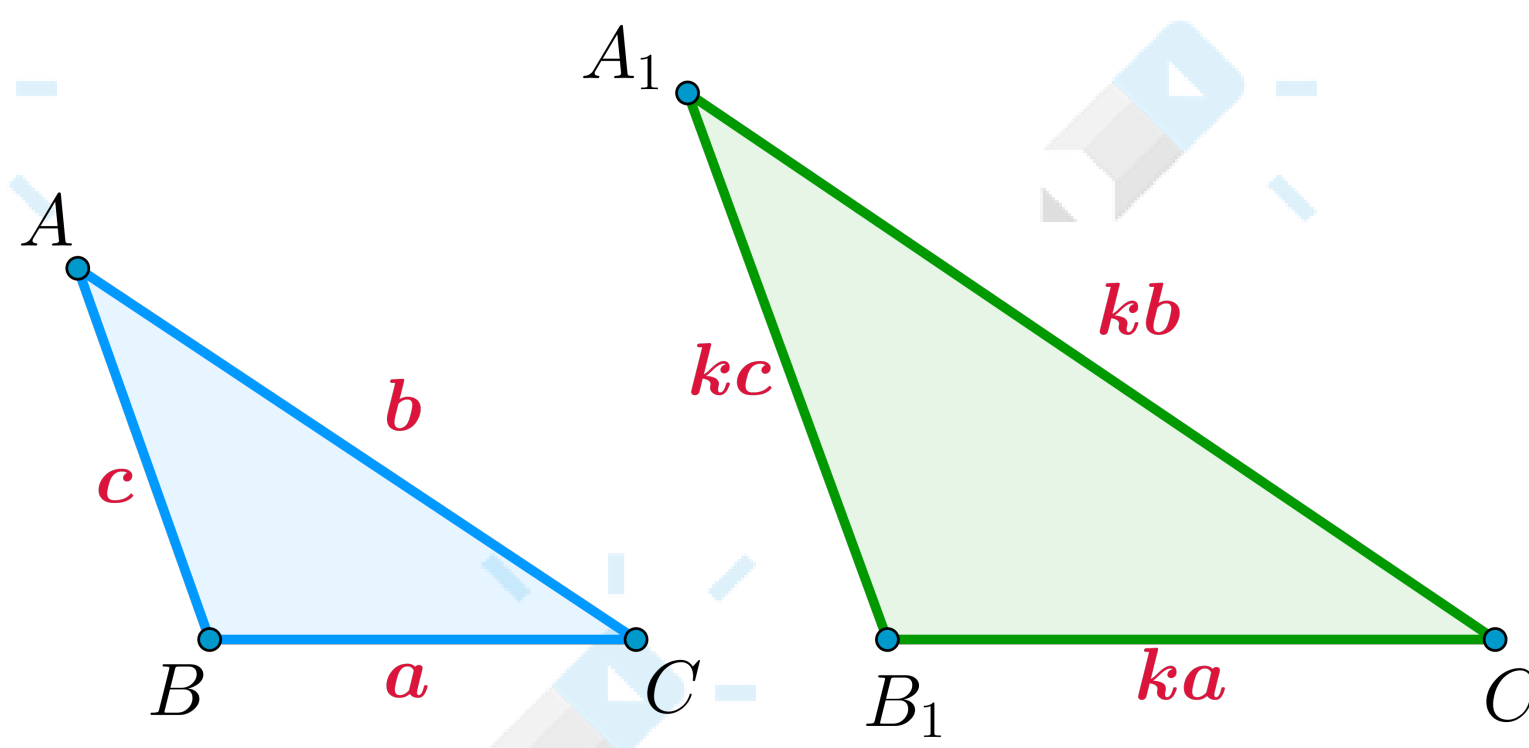
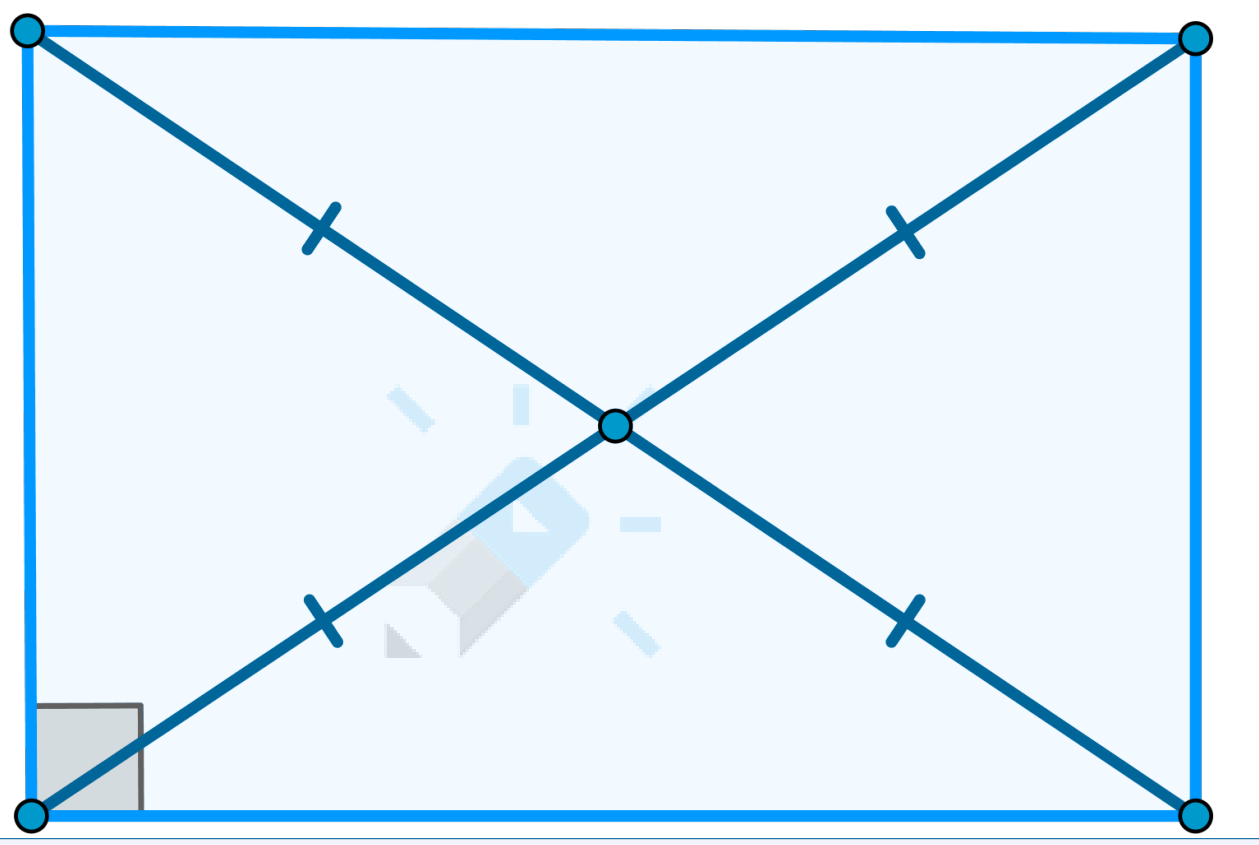
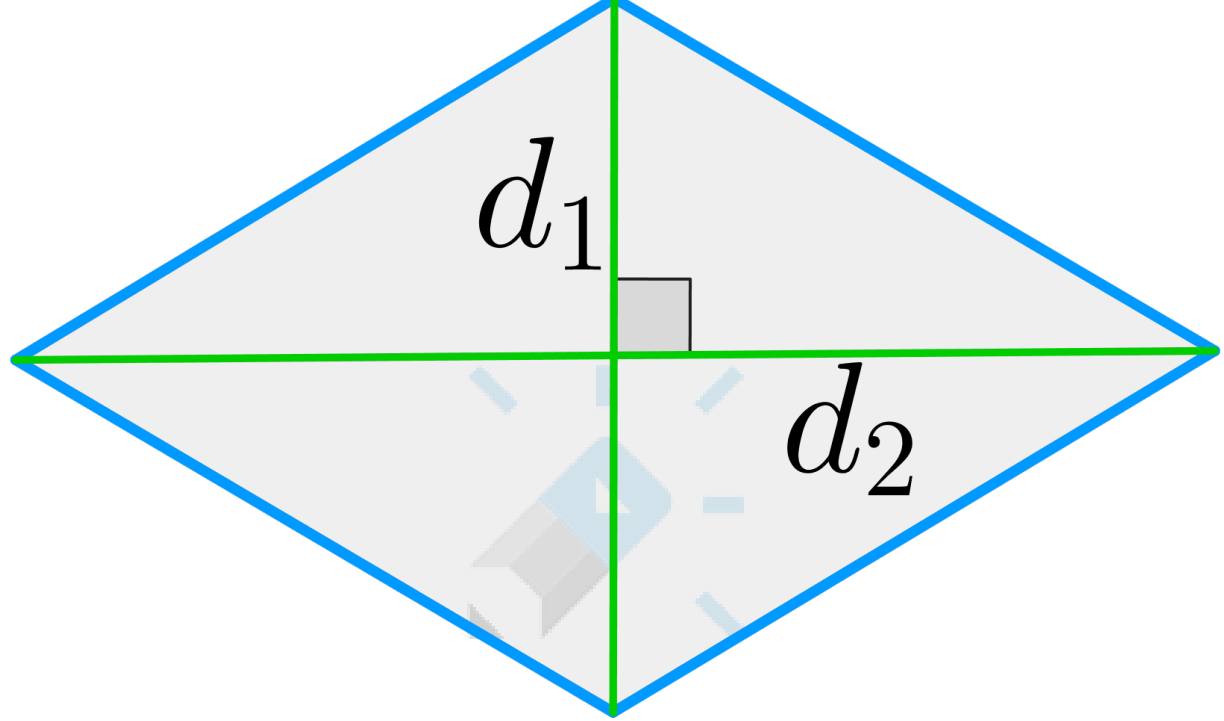
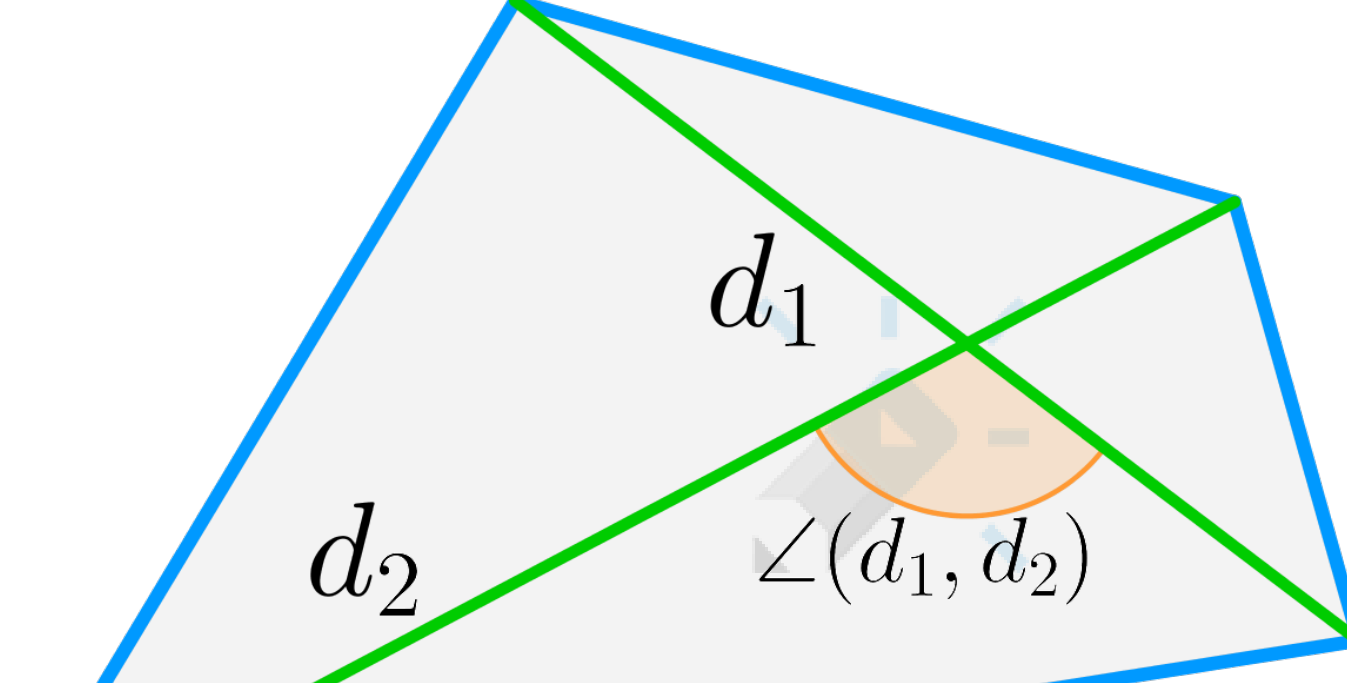
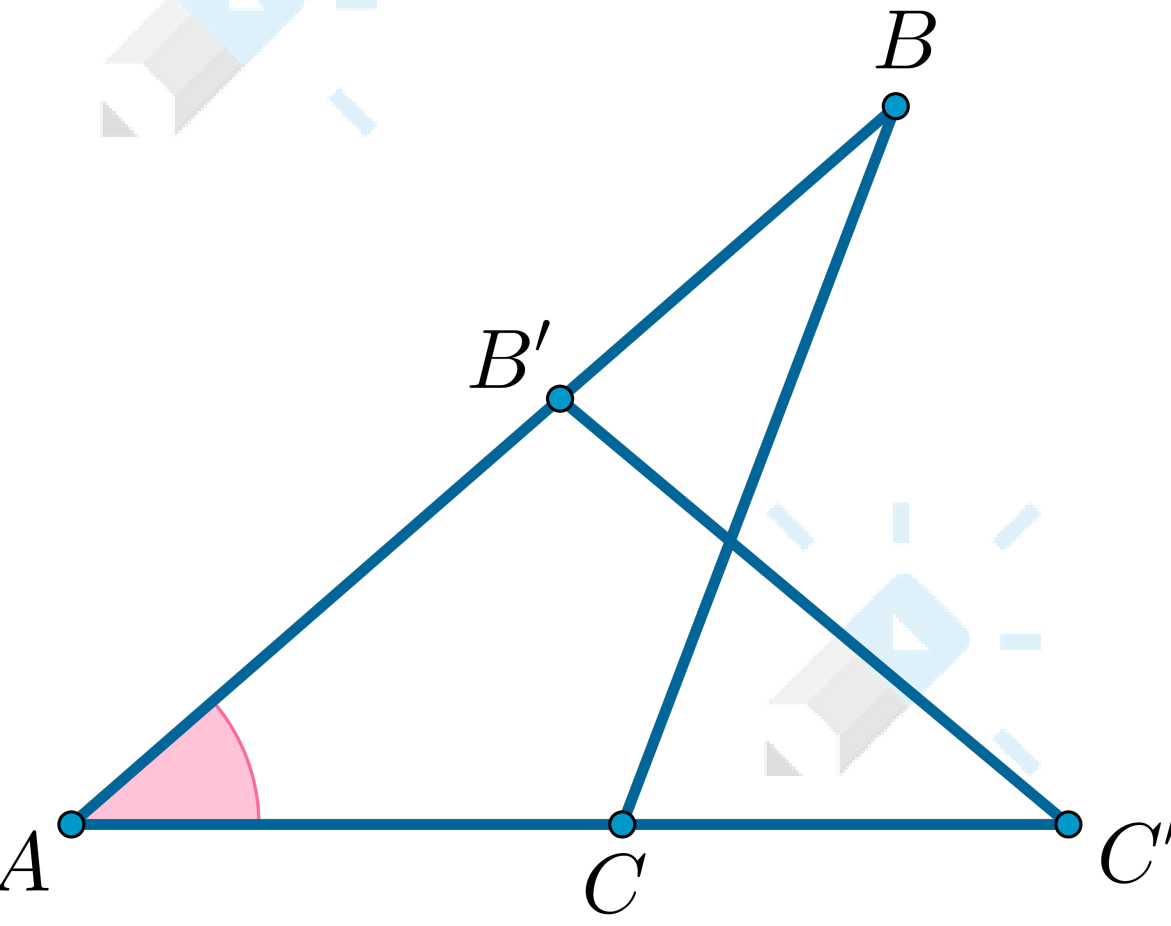
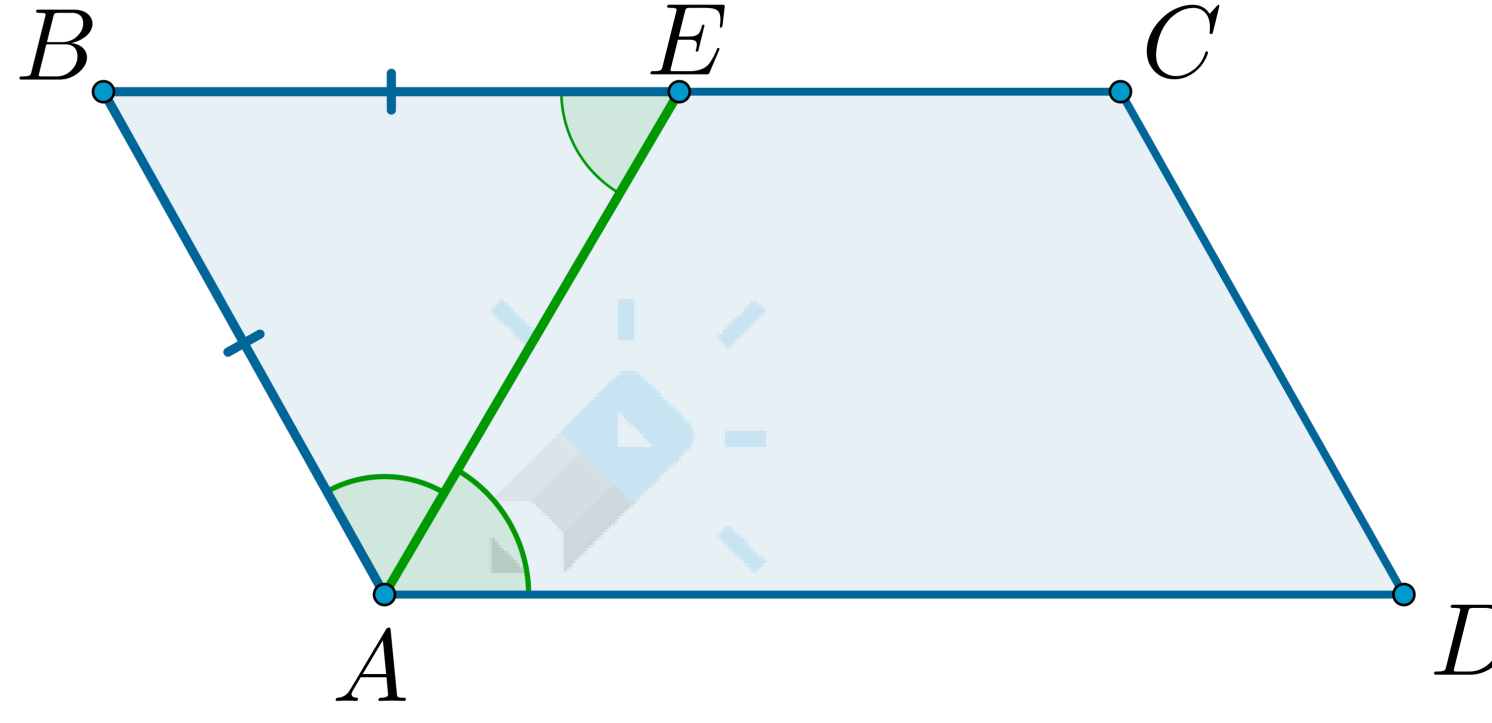
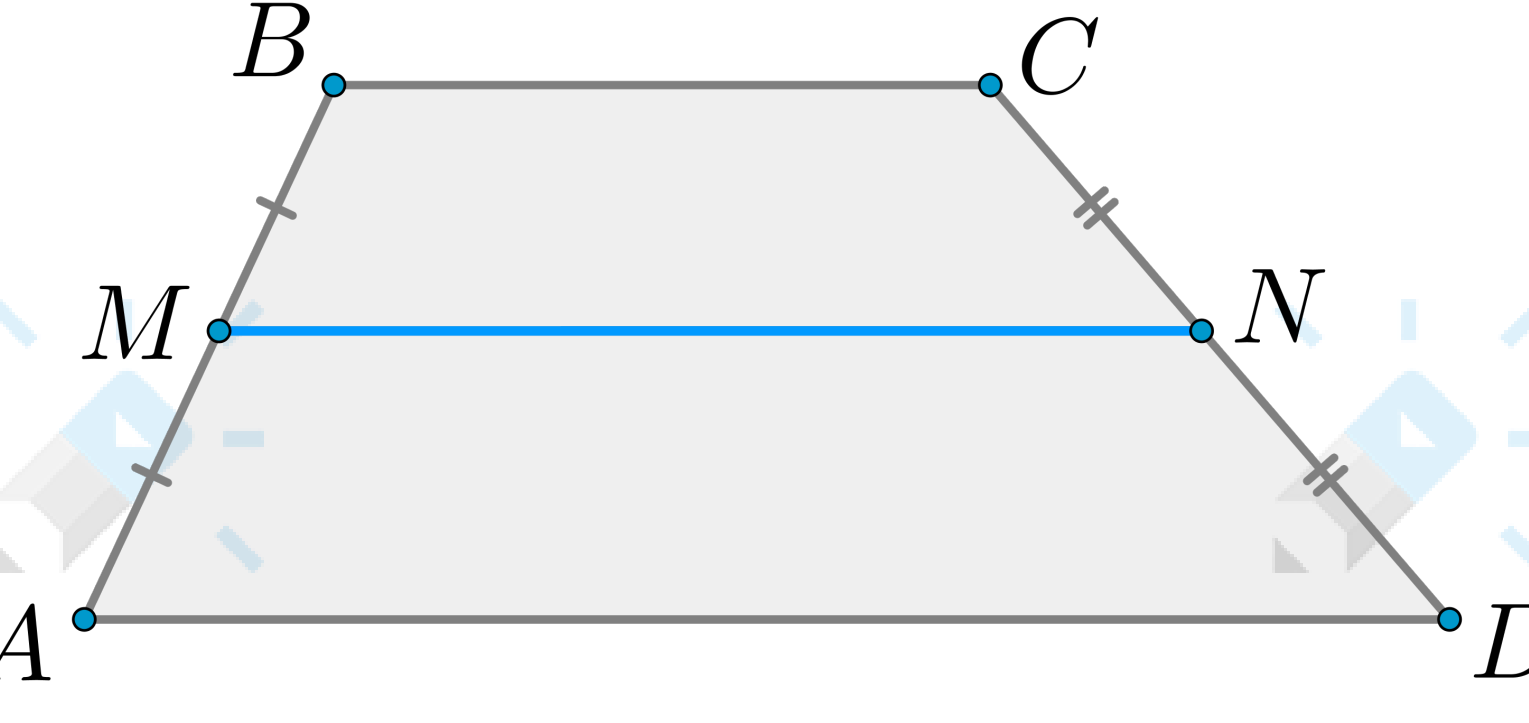
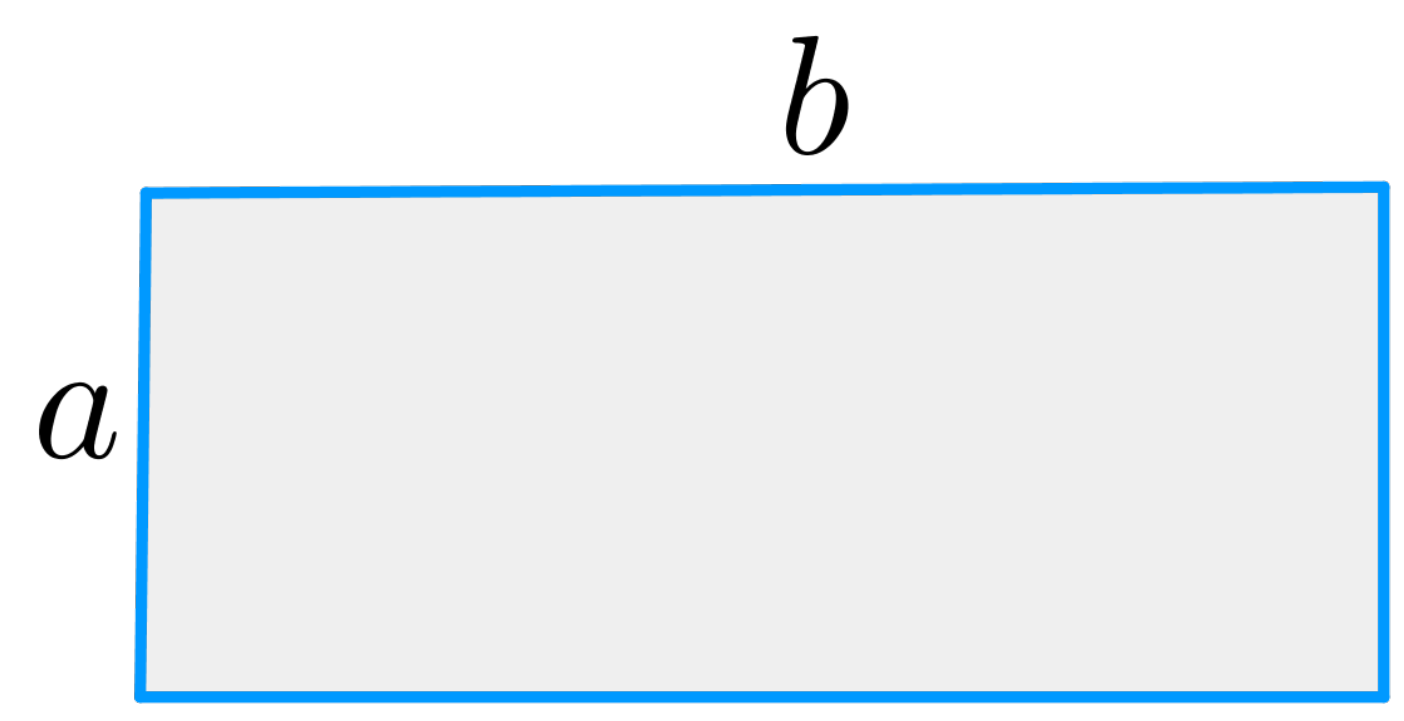
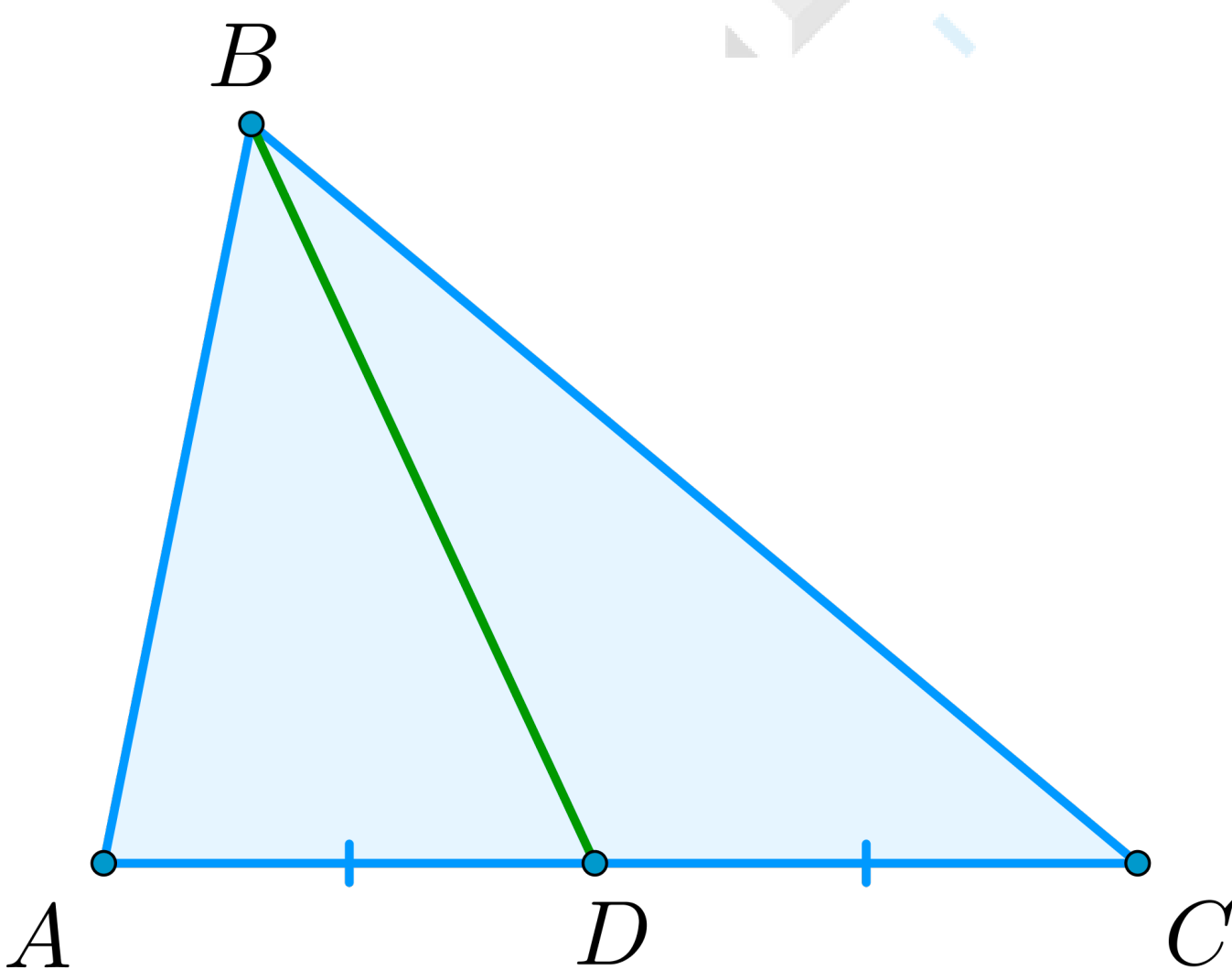
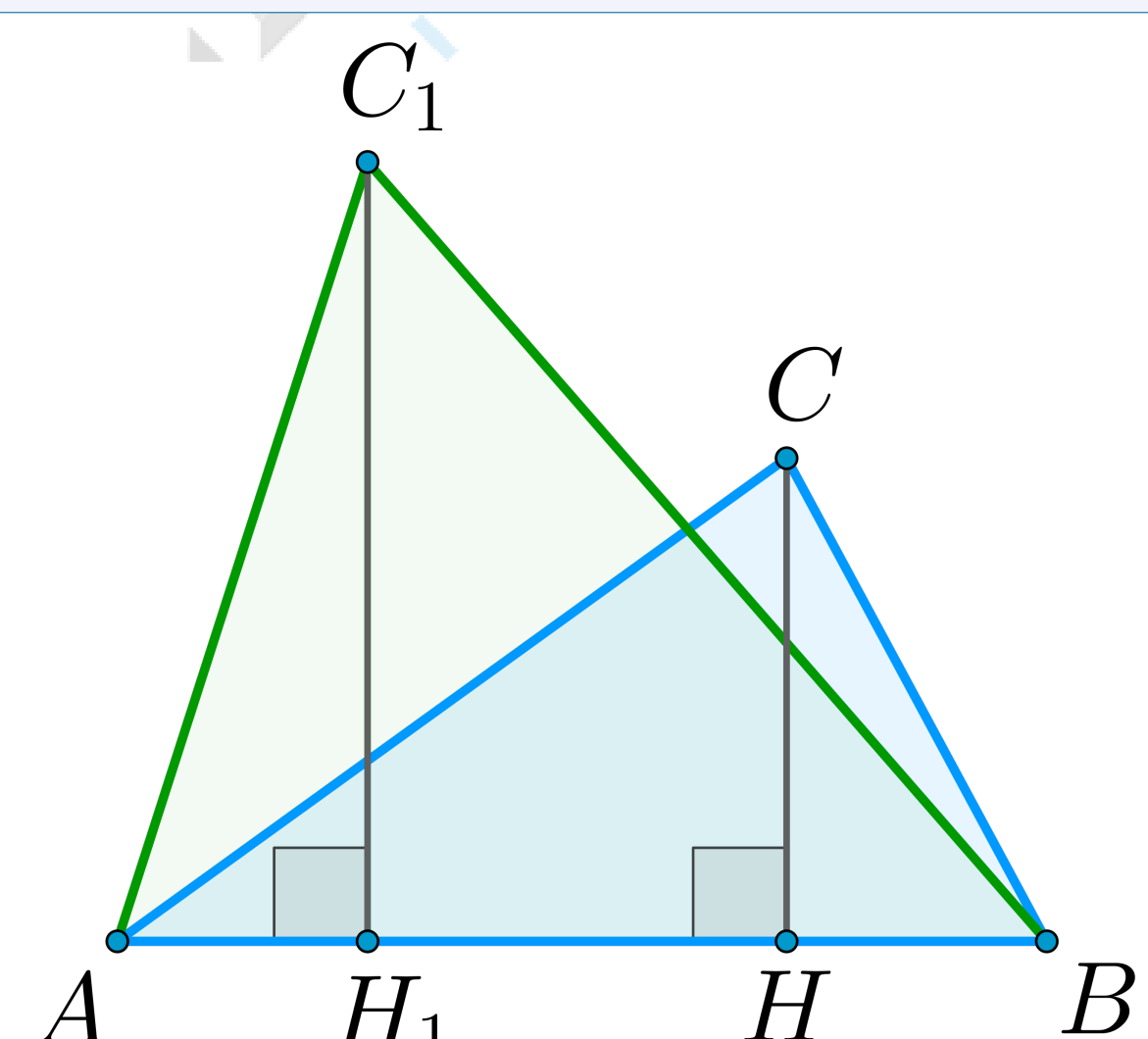
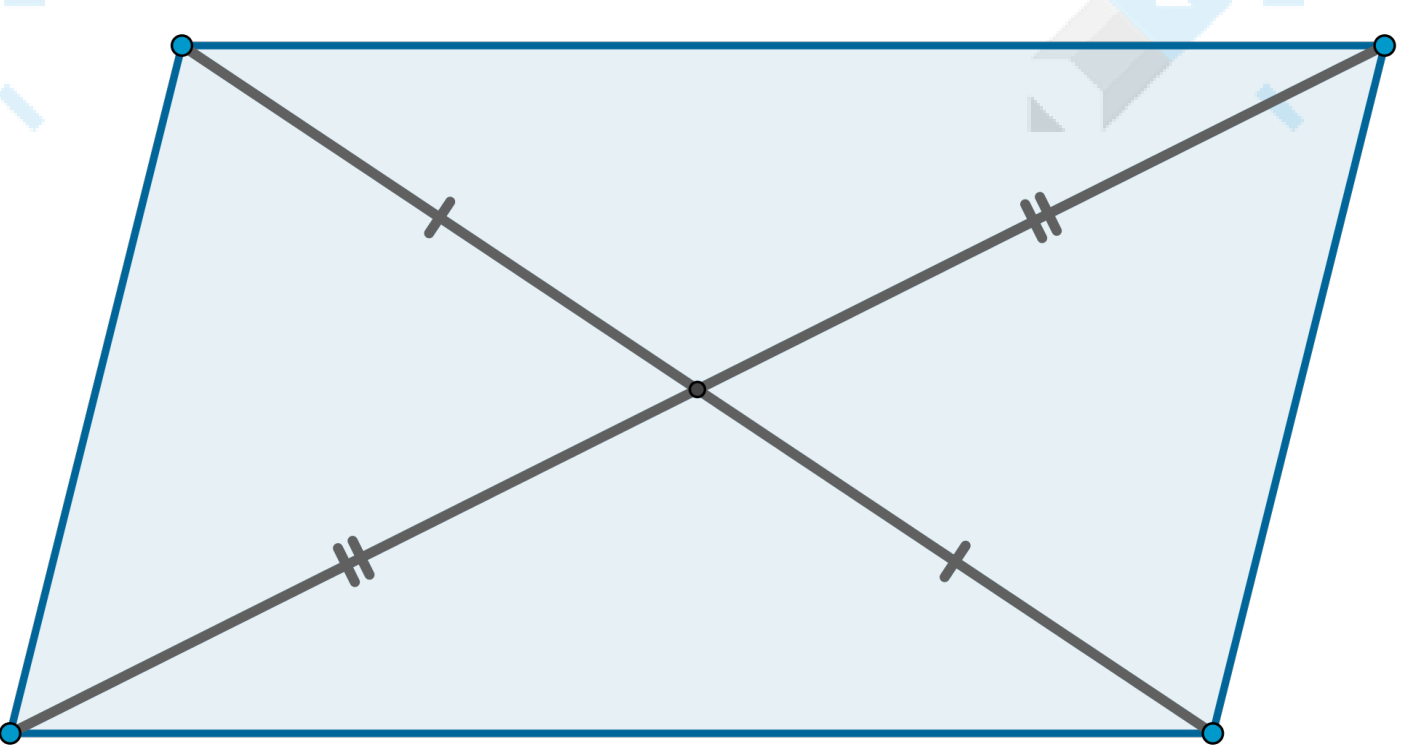
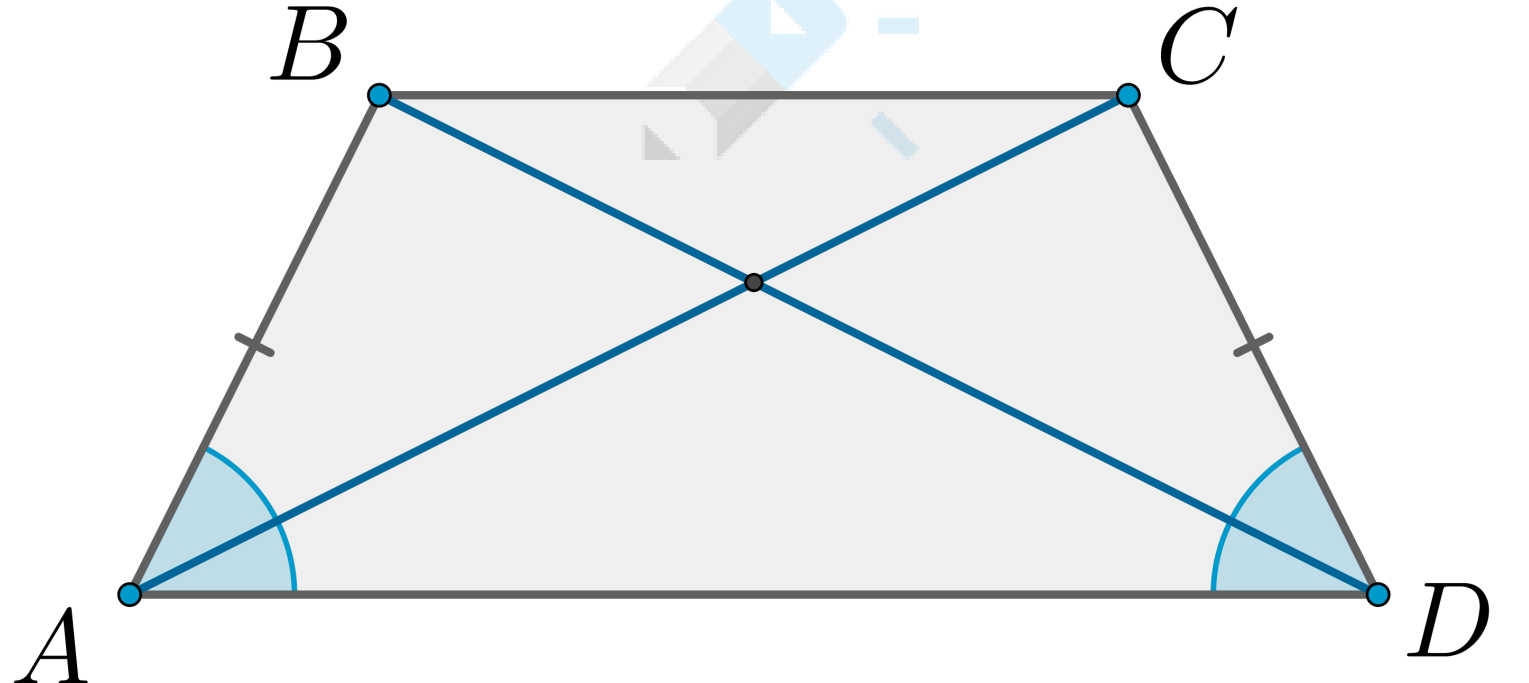
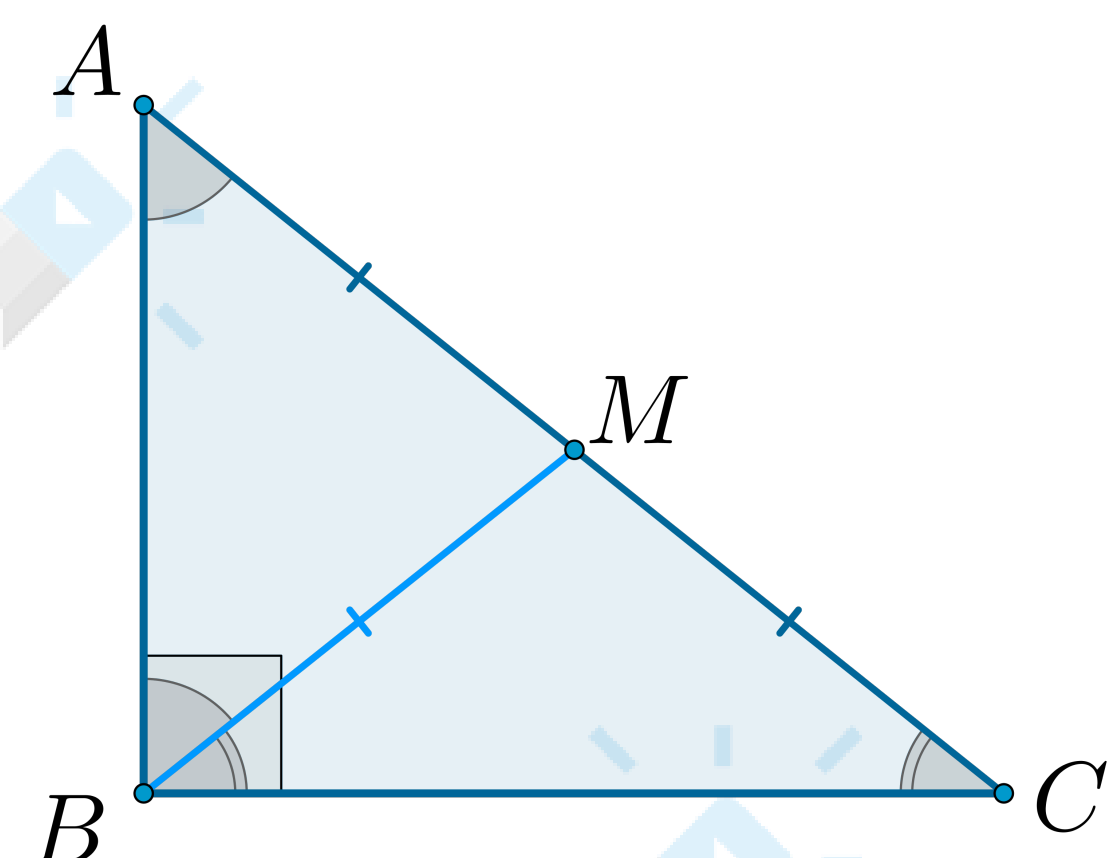
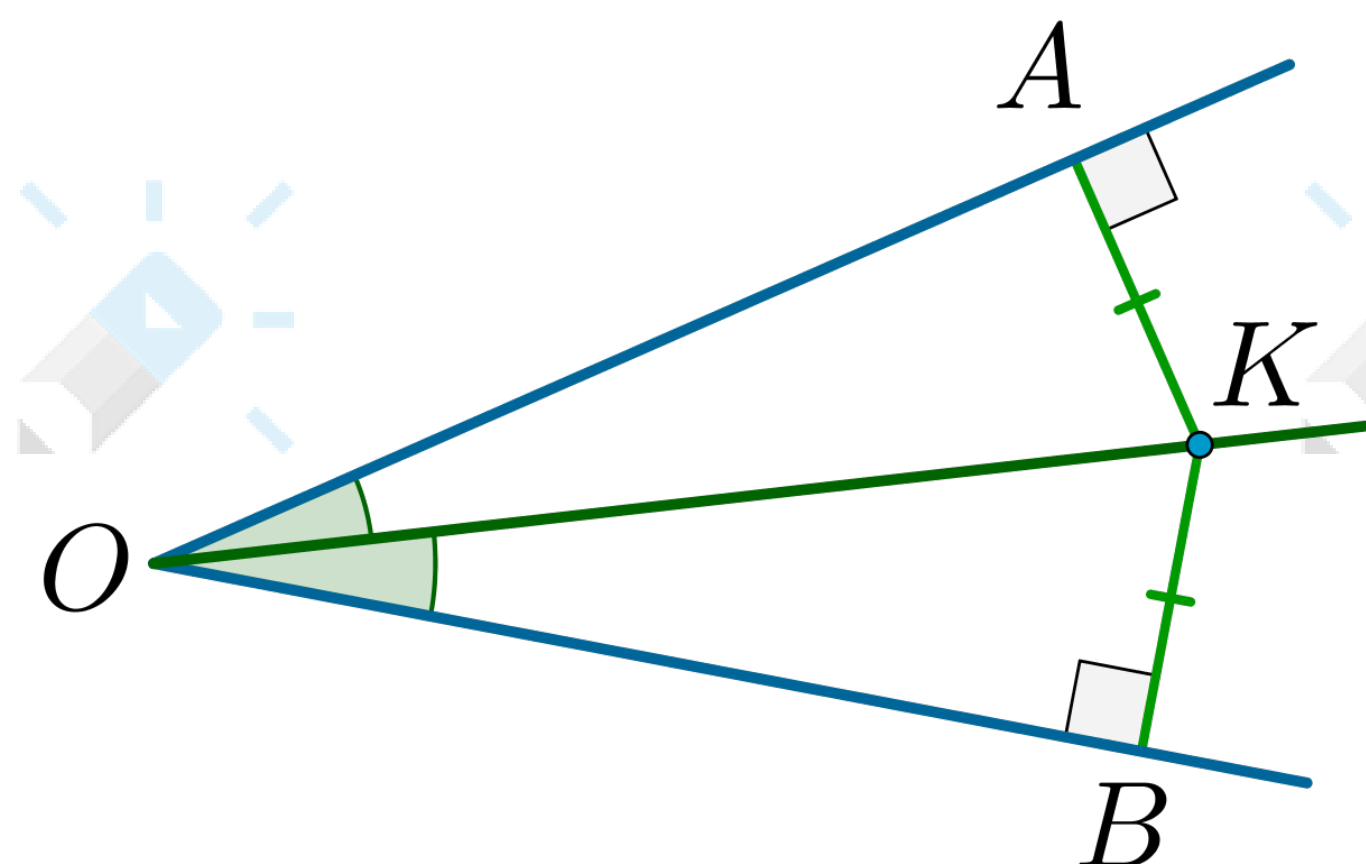


Площадь Δ: $S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \angle(a, b)$ 	Площадь квадрата $S = a^2$ $S = \frac{1}{2} d^2$ 	Средние линии Δ-ка делят его на 4 равновеликих: $S_{\Delta_1} = S_{\Delta_2} = S_{\Delta_3} = S_{\Delta_4}$ 	AH — общая высота, значит $S_{ABC} : S_{ABC_1} = BC : BC_1.$ 	Диагонали ромба перпендикулярны и являются биссектрисами углов ромба. 
 Площадь парал-ма $S = ab \cdot \sin \angle(a, b)$ $S = a \cdot h_a$	Площадь трапеции $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ 	Медианы Δ-ка делят его на 6 равновеликих Δ-ков. 	$\Delta A_1 B_1 C_1 \sim \Delta ABC$ с коэффициентом подобия $k \Rightarrow$ $\frac{S_{A_1 B_1 C_1}}{S_{ABC}} = k^2$ 	 Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам
Площадь ромба $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$ 	 Площадь выпуклого четырехугольника $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \angle(d_1, d_2)$	$\angle A$ — общий, значит $\frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \frac{AB \cdot AC}{AB' \cdot AC'}$ 	Биссектриса AE параллелограмма отсекает от него равнобедренный ΔABE: $AB = BE$ 	Средняя линия трапеции: $MN \parallel AD \parallel BC$ $MN = \frac{AD + BC}{2}$ 
Площадь прямоугольника равна $S = ab$ 	Медиана разбивает Δ на два равновеликих: $S_{ABD} = S_{CBD}$ 	AB — общее основание $\Rightarrow$ $S_{ABC} : S_{ABC_1} = CH : C_1 H_1.$ 	 Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.	 В равнобедренной трапеции углы при основании равны и диагонали равны.

Задания №1 и №17 из ЕГЭ по профильной математике

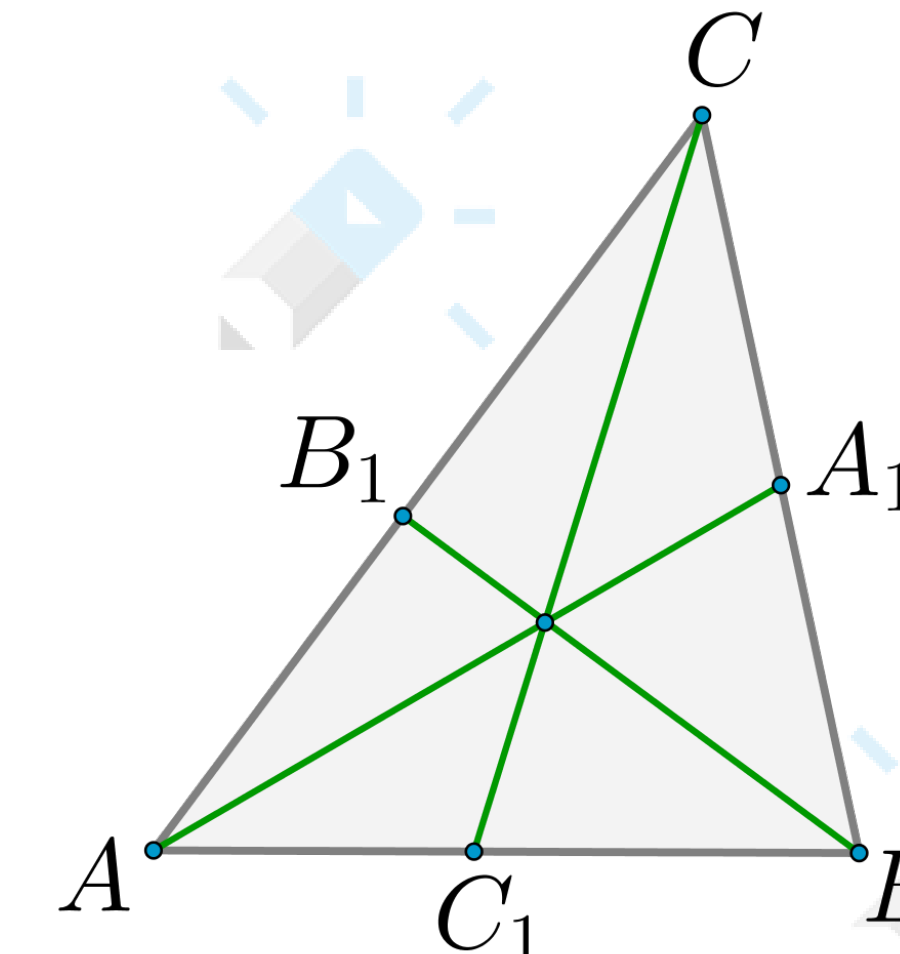
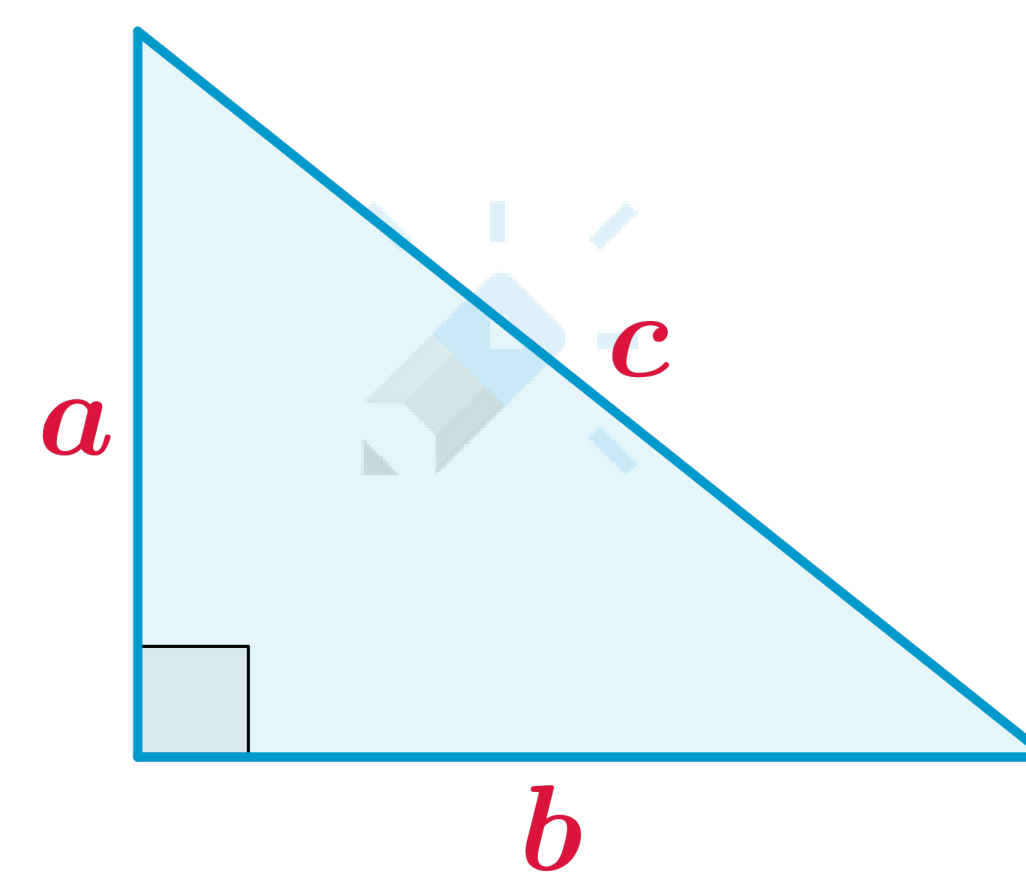
Факты, выделенные розовым, нужно уметь доказывать на экзамене

OK – биссектриса $\Leftrightarrow$
 $KA = KB$, где KA, KB –
расстояния до сторон угла.

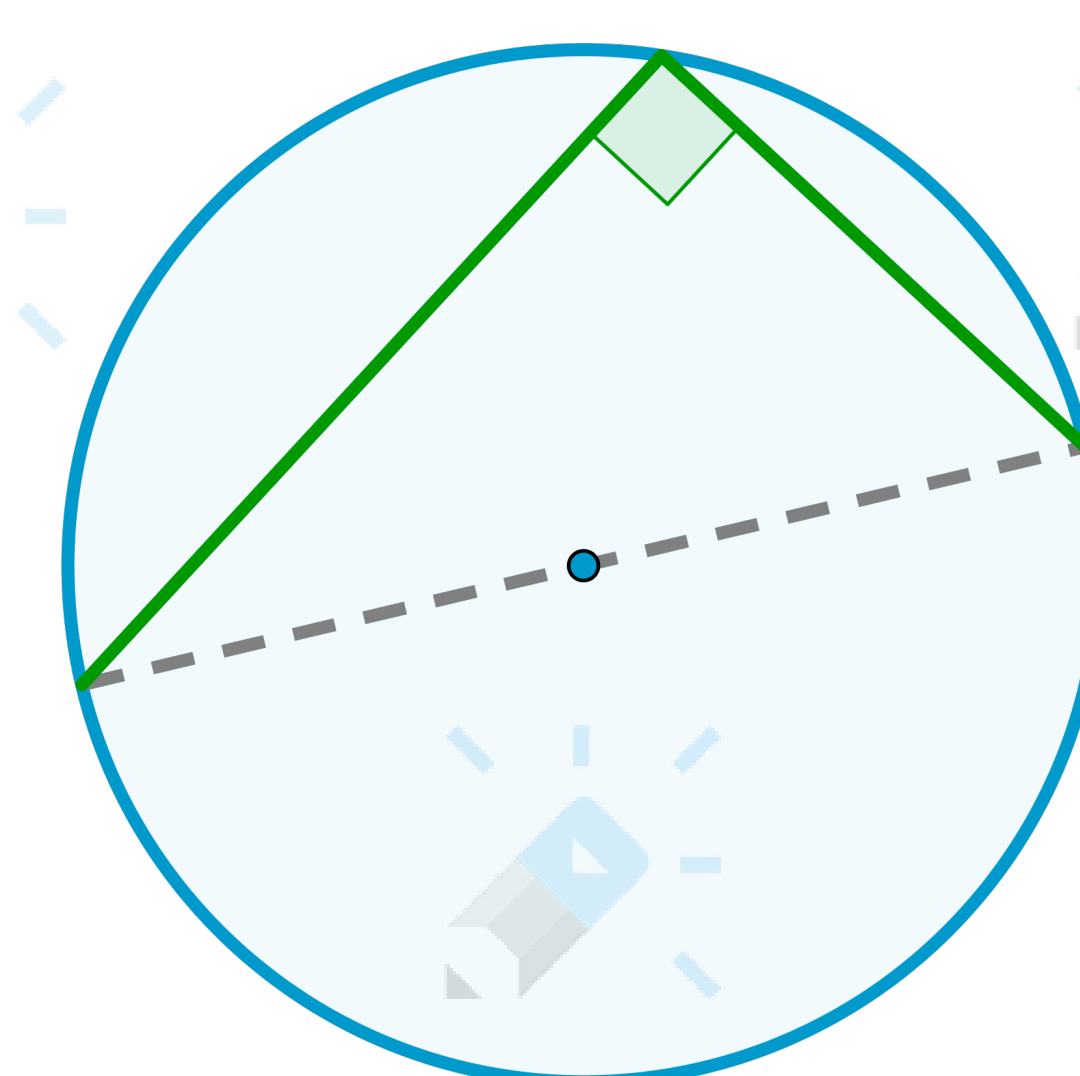


$AM = CM = BM$
В прямоугольном $\triangle$ -ке
медиана, проведенная к
гипотенузе, равна ее половине.

Теорема Пифагора + обратная
 $\triangle$ прямоугольный $\Leftrightarrow$
 $a^2 + b^2 = c^2$

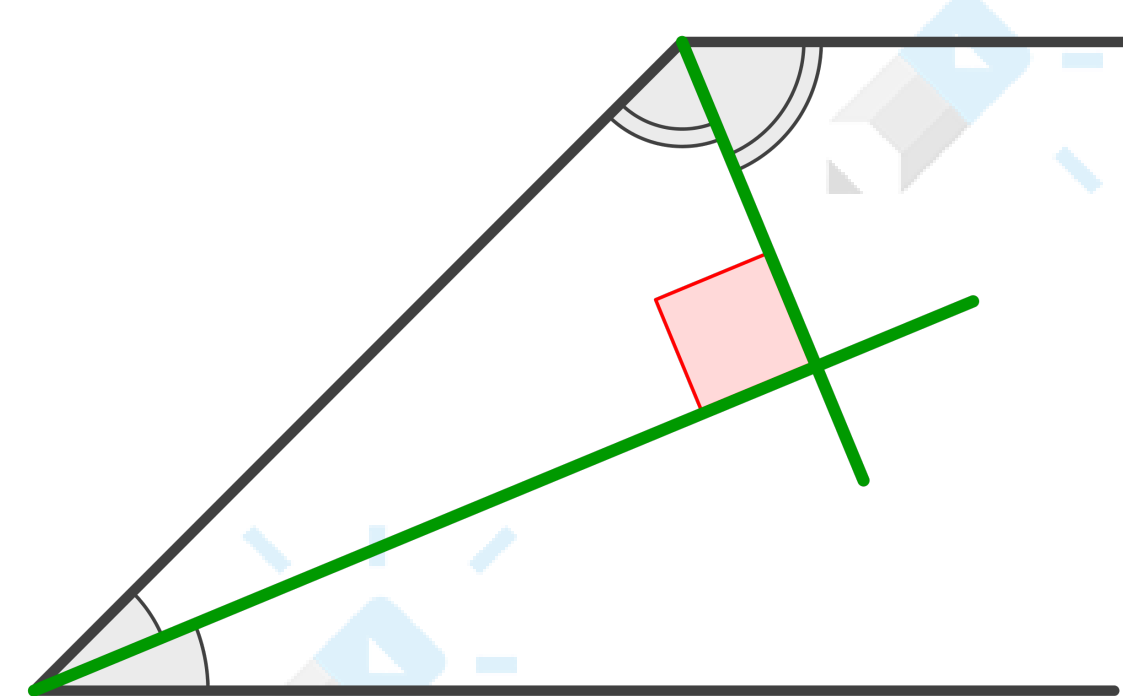


Теорема Чевы
 $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$

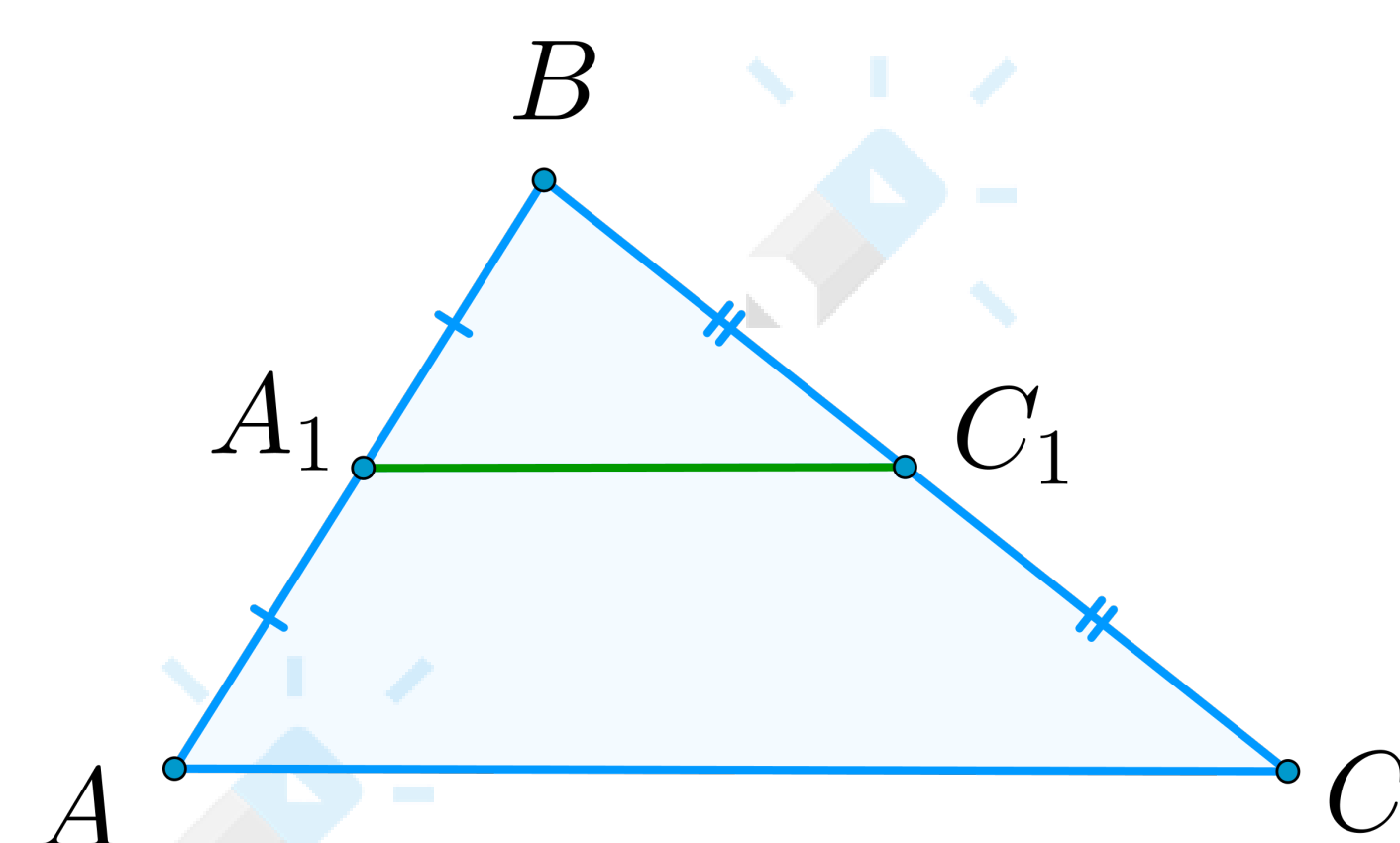


Вписанный угол, опирающийся
на диаметр, равен 90°

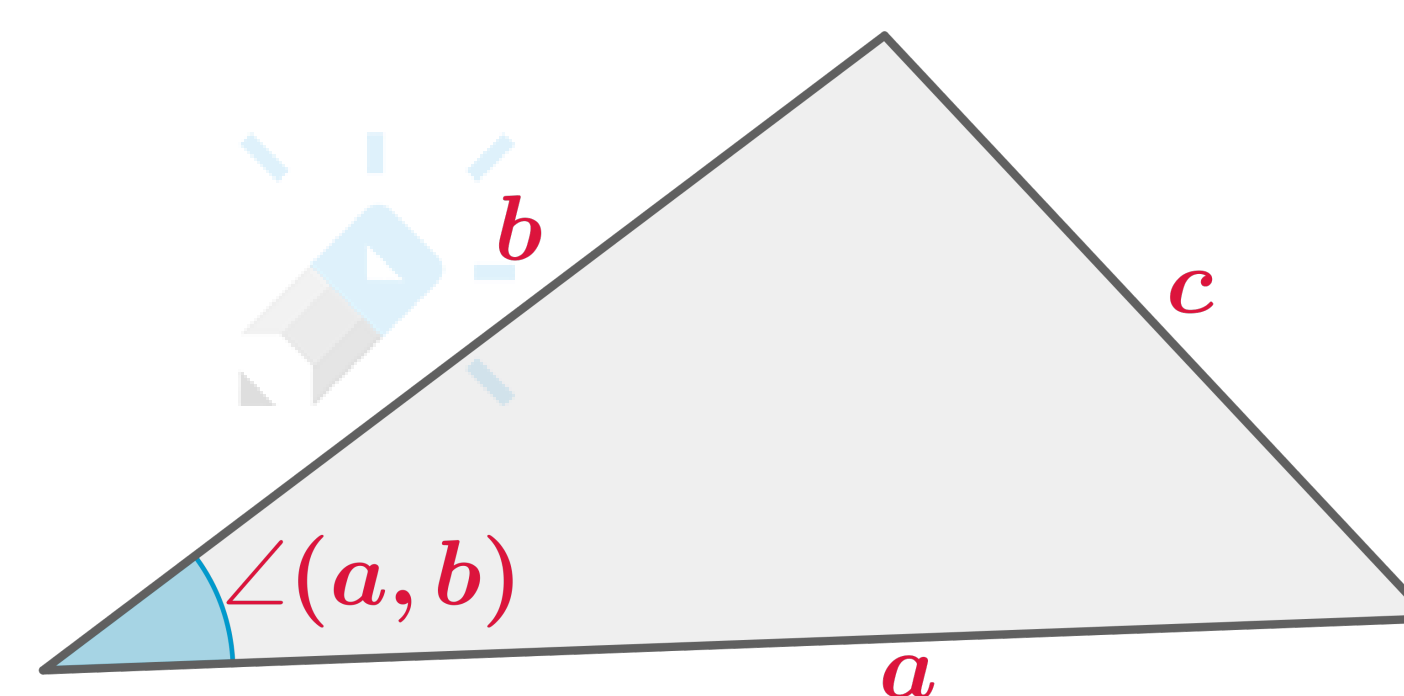
Биссектрисы односторонних
углов при параллельных
прямах перпендикулярны.



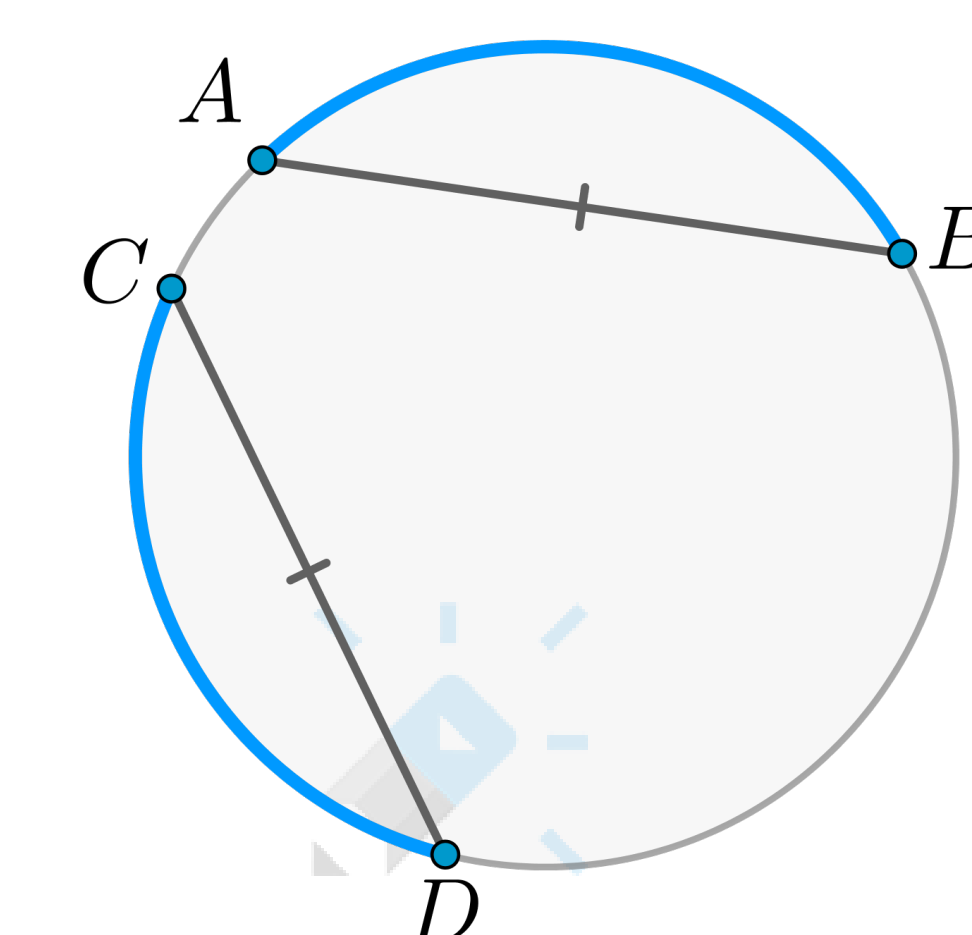
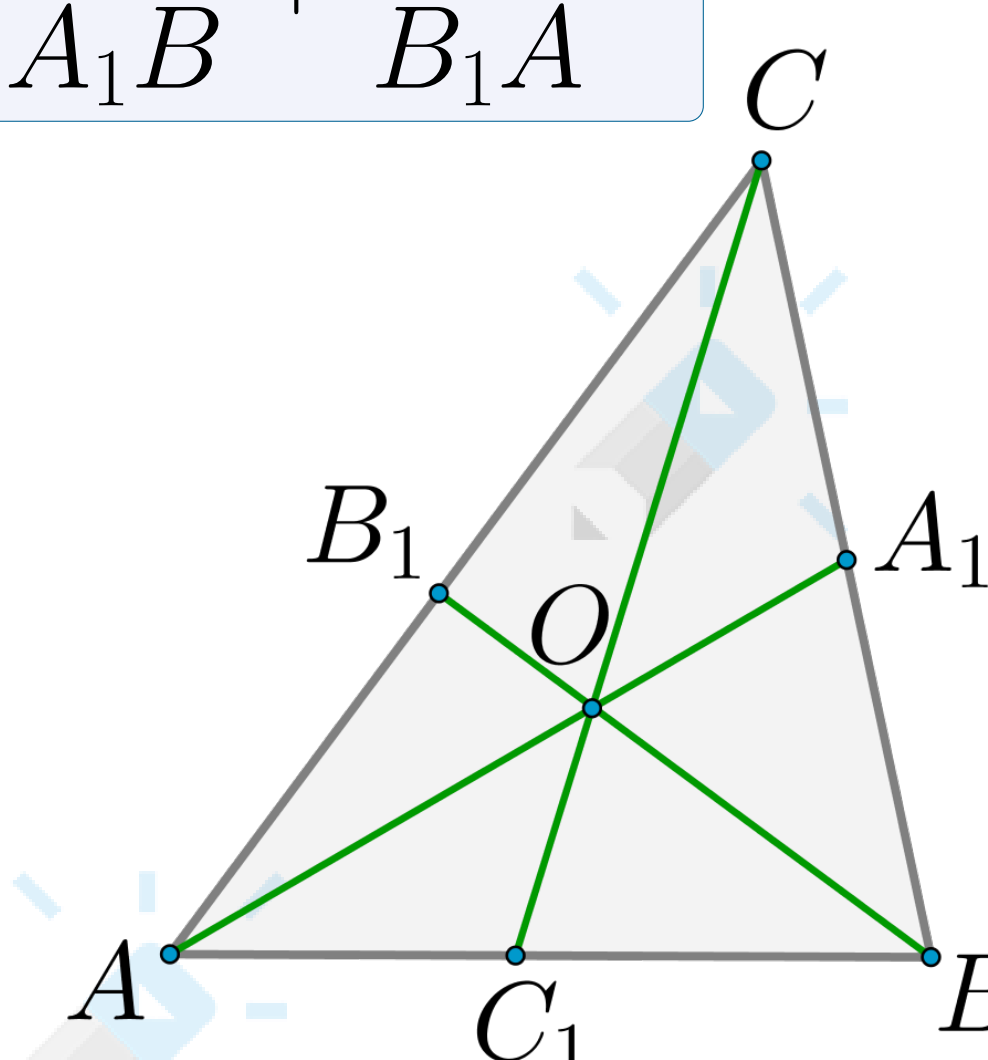
Средняя линия треугольника:
 $A_1C_1 \parallel AC$ и $A_1C_1 = \frac{1}{2}AC$



Теорема косинусов
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \angle(a, b)$

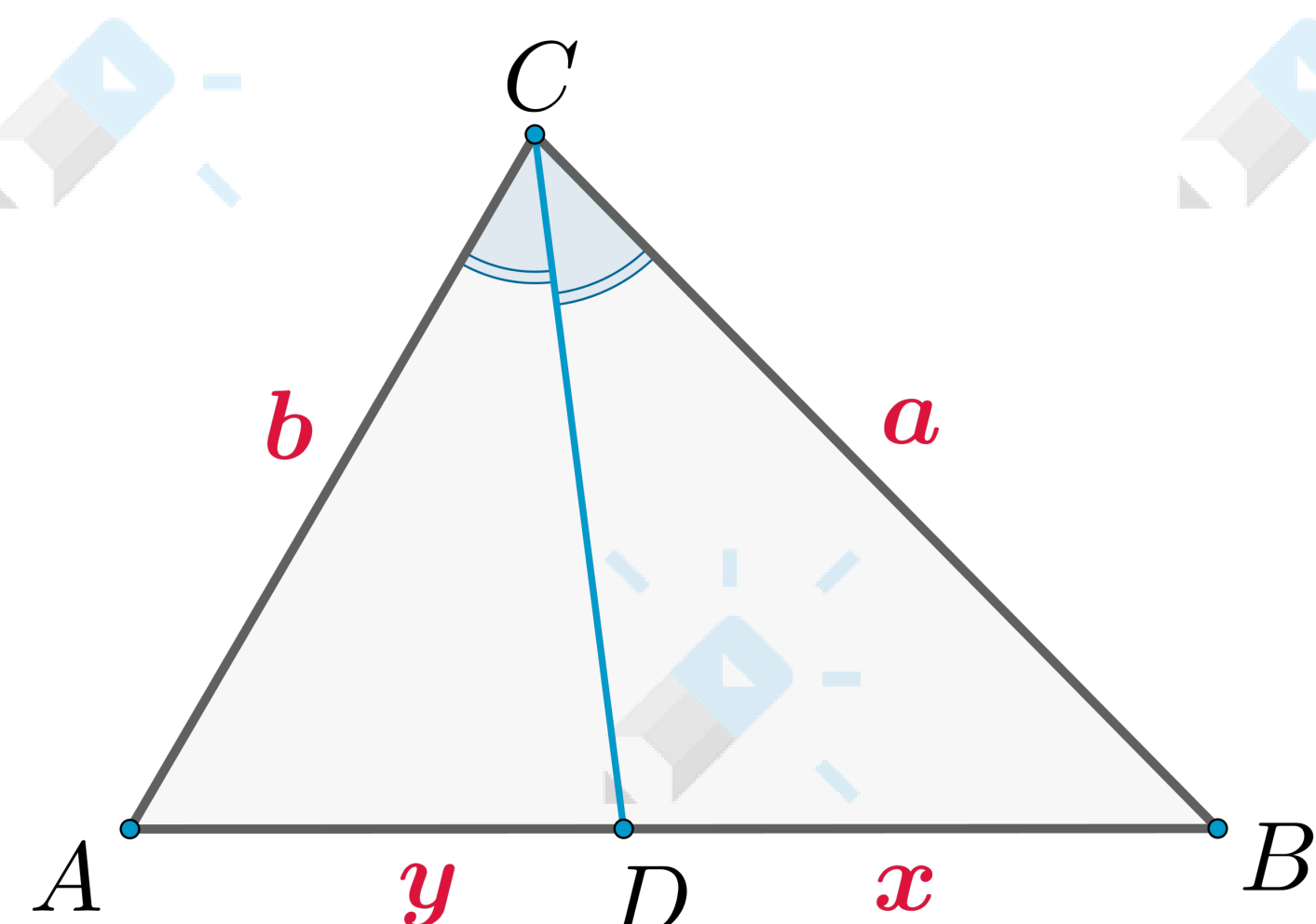


Теорема Ван-Обеля
 $\frac{CO}{OC_1} = \frac{CA_1}{A_1B} + \frac{CB_1}{B_1A}$

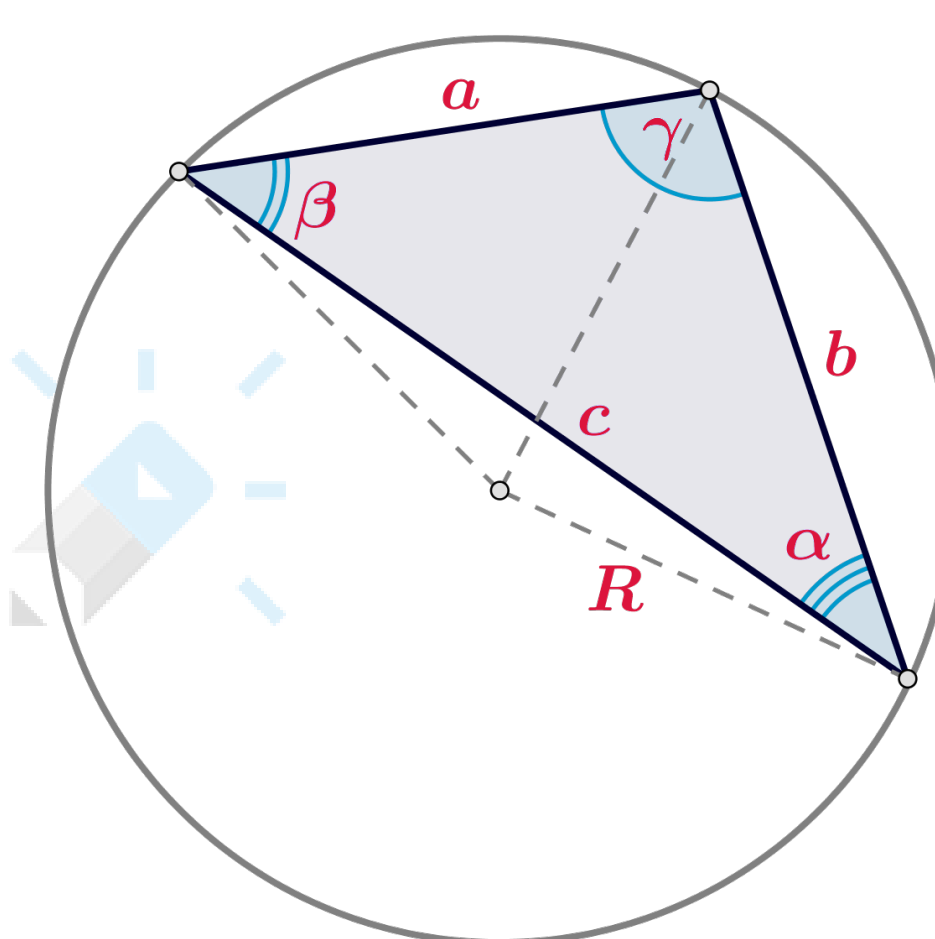
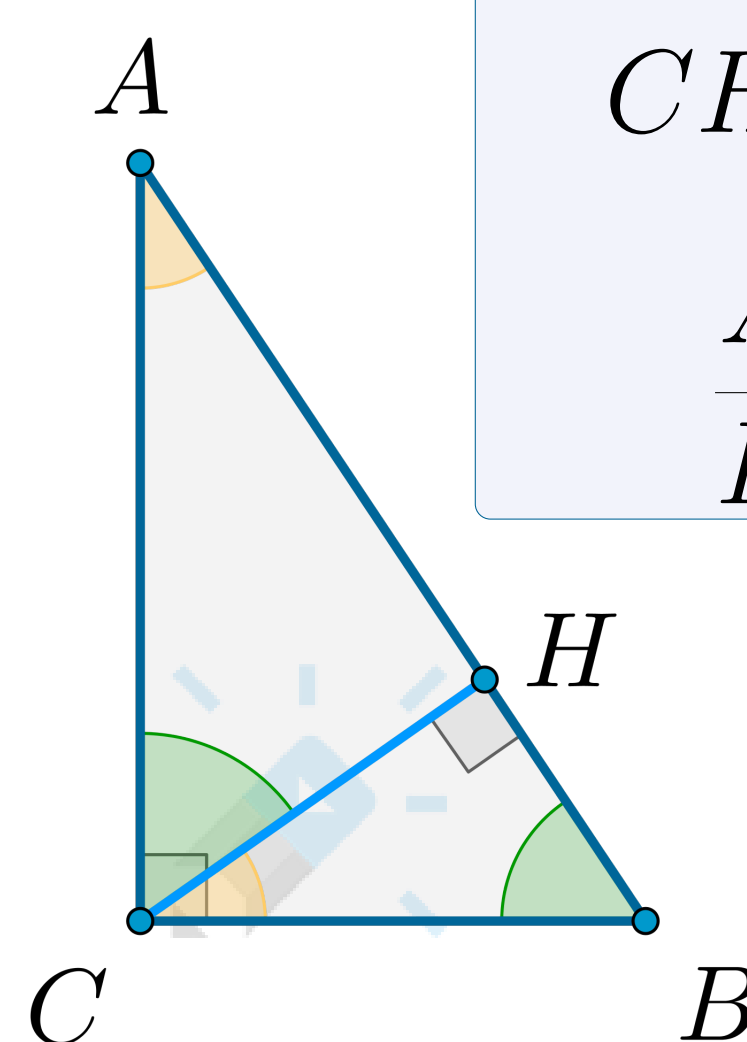


Хорды AB и CD равны
тогда и только тогда, когда
равны дуги AB и CD .

CD – биссектриса
 $\Rightarrow a : b = x : y$

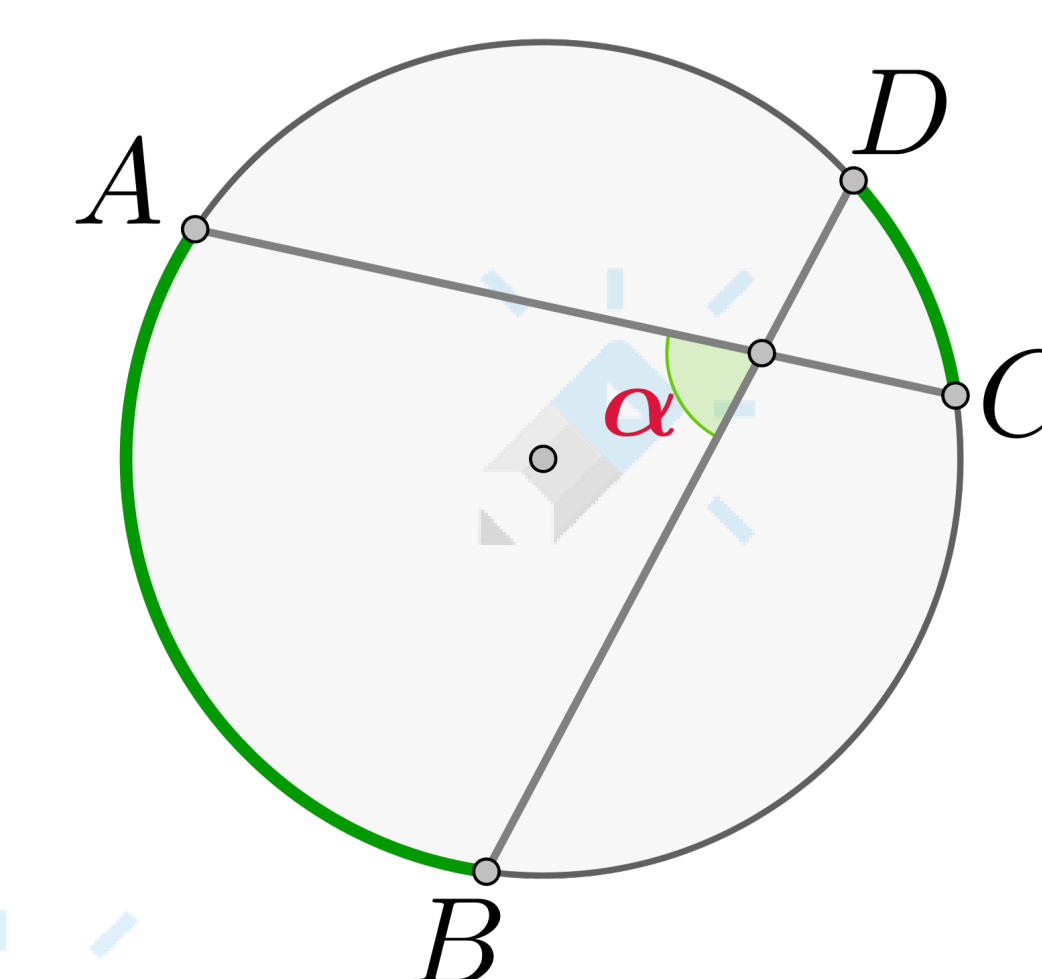
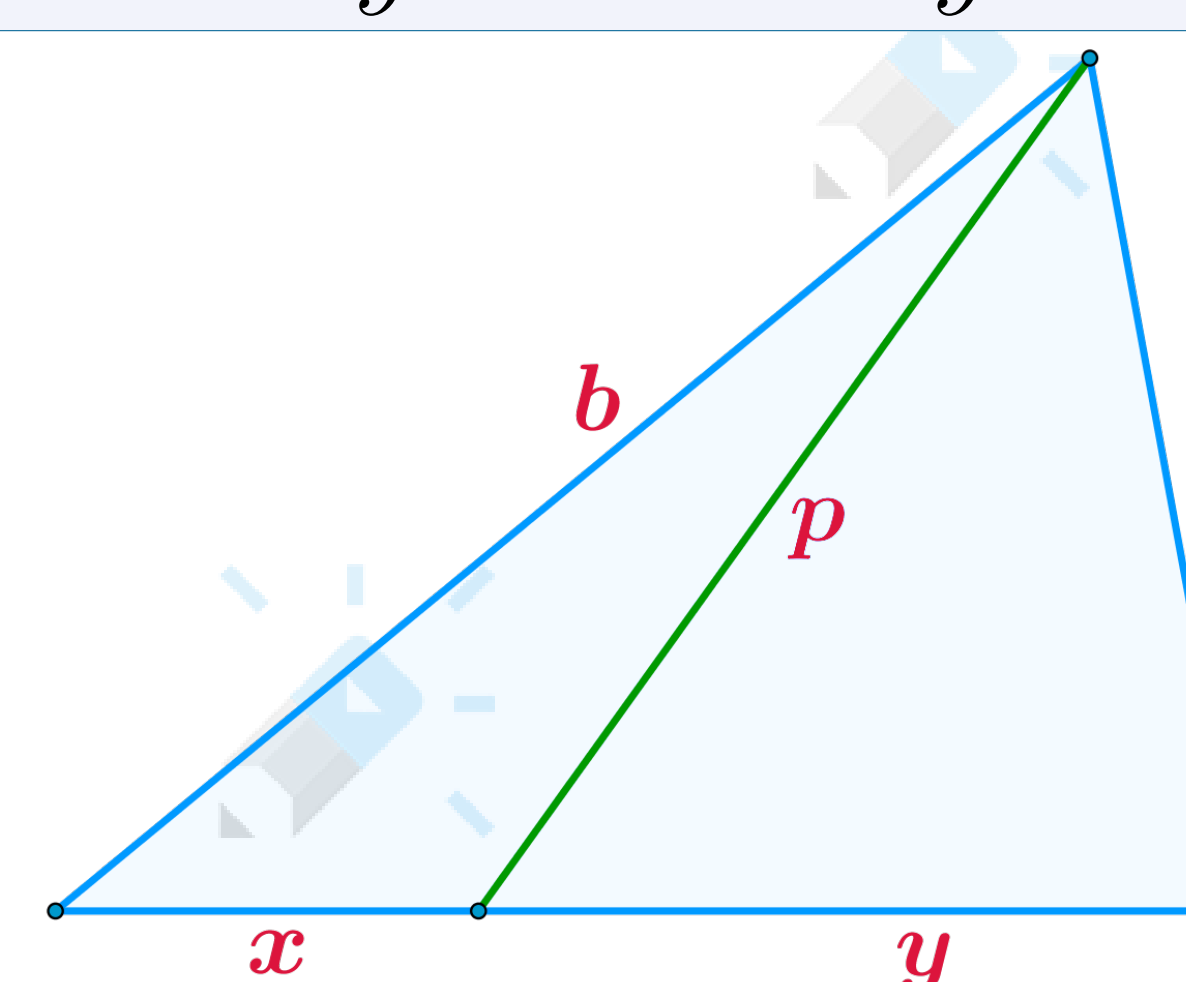


В прямоугольном $\triangle$
 $CH^2 = AH \cdot BH$
 $CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}$
 $\frac{AH}{BH} = \frac{AC^2}{BC^2}$



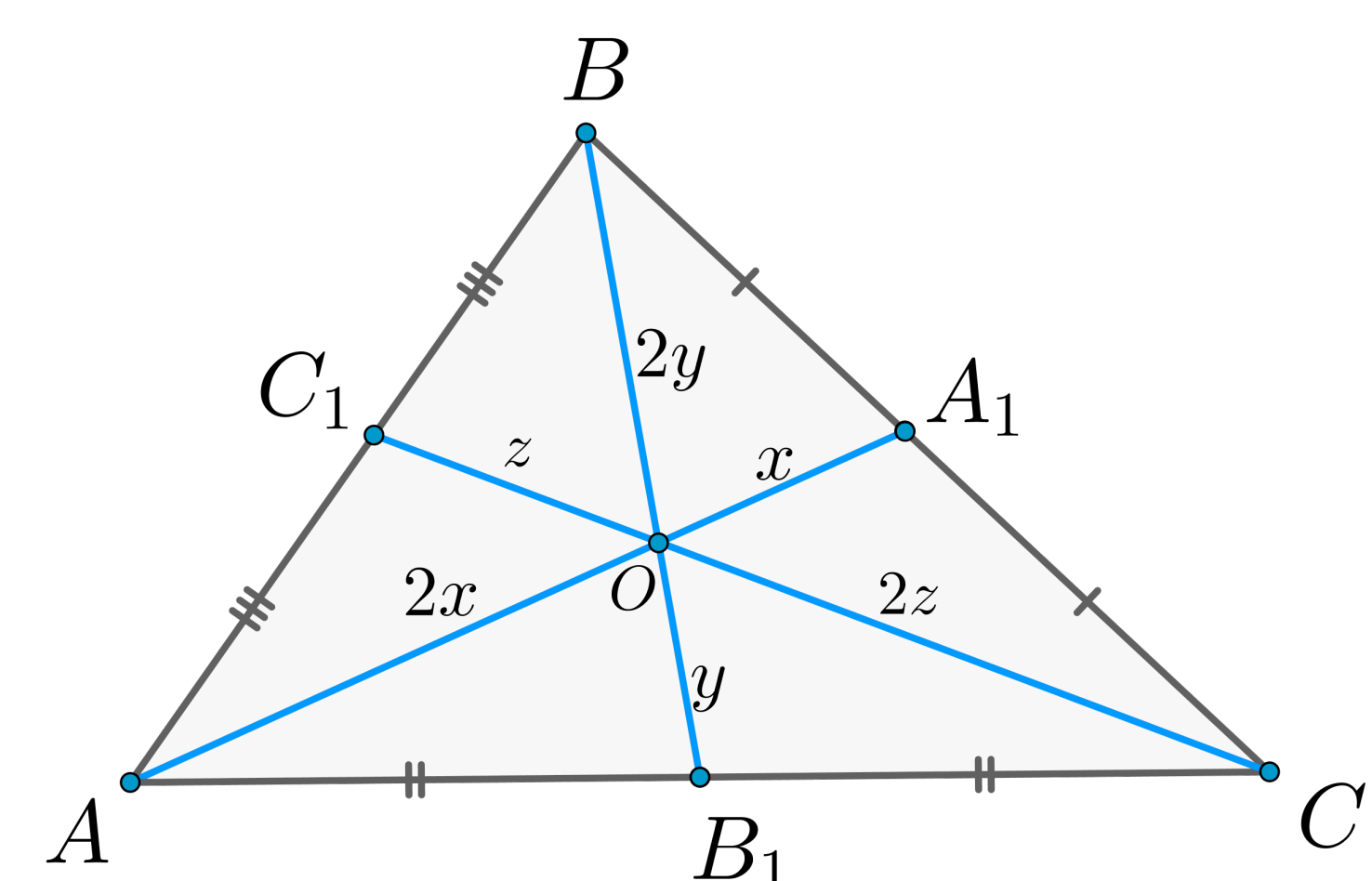
Теорема синусов
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Теорема Стюарта
 $p^2 = a^2 \cdot \frac{x}{x+y} + b^2 \cdot \frac{y}{x+y} - xy$

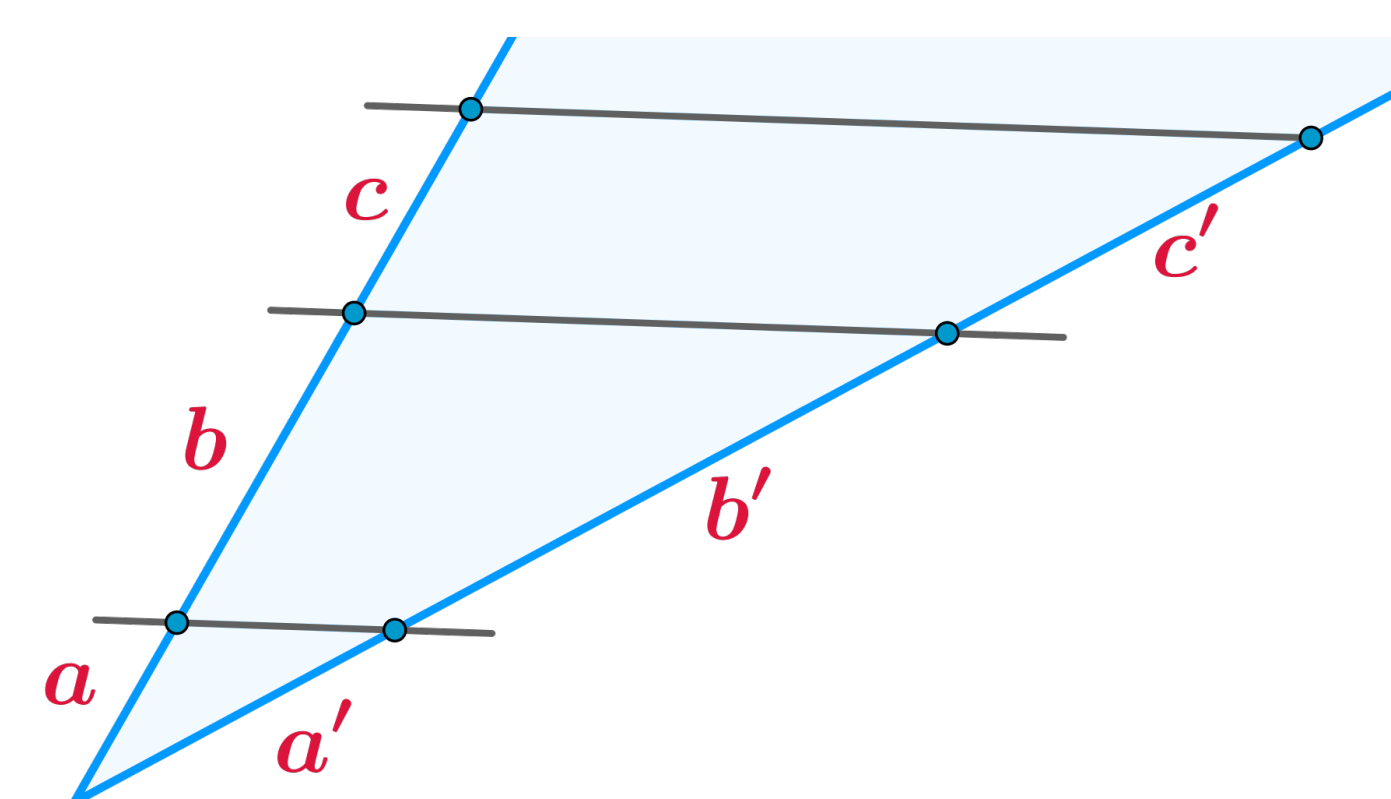


$\alpha = \frac{1}{2} (\widehat{AB} + \widehat{CD})$

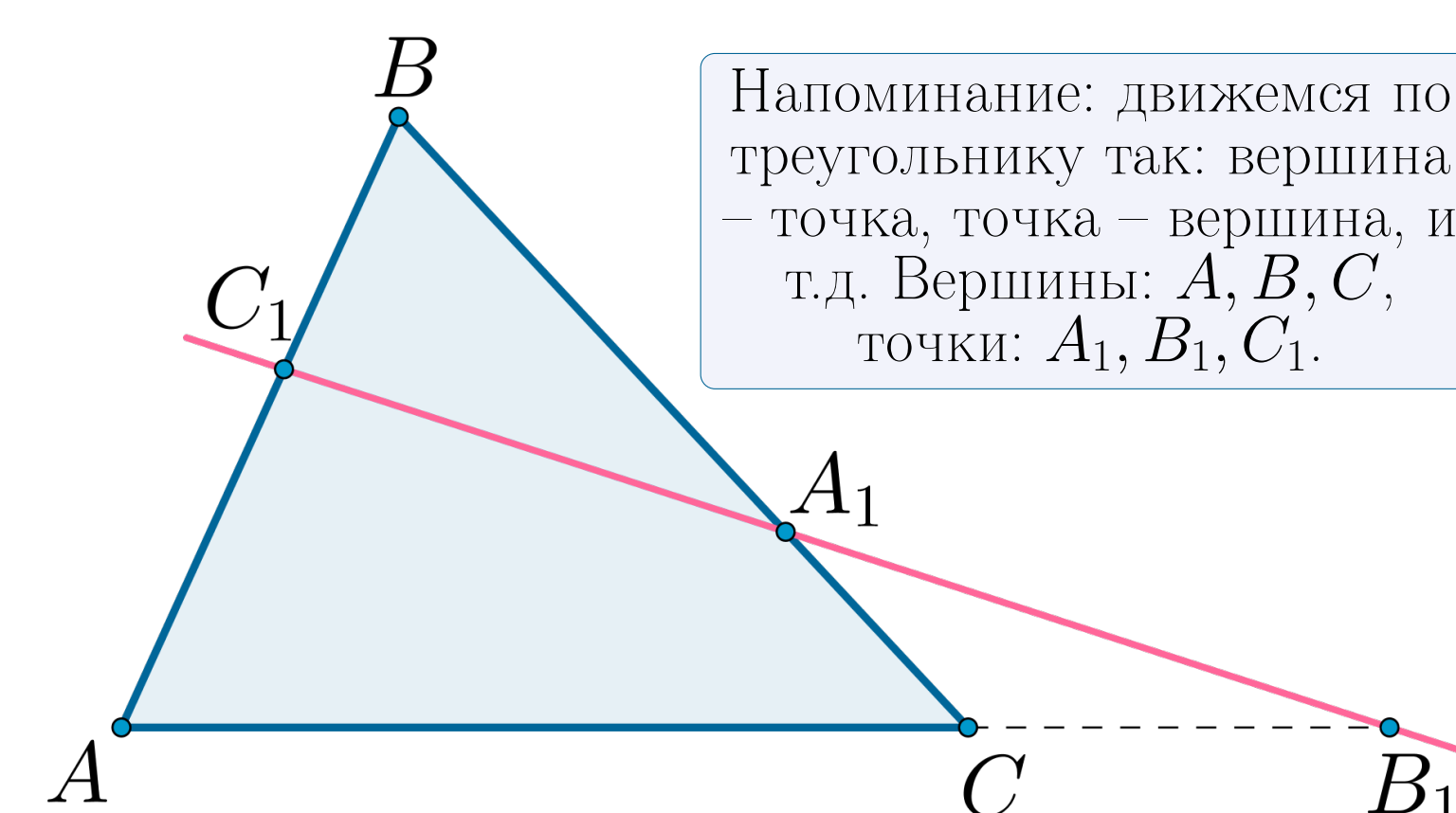
Медианы точкой пересечения
делятся в отношении $2 : 1$,
считая от вершины.



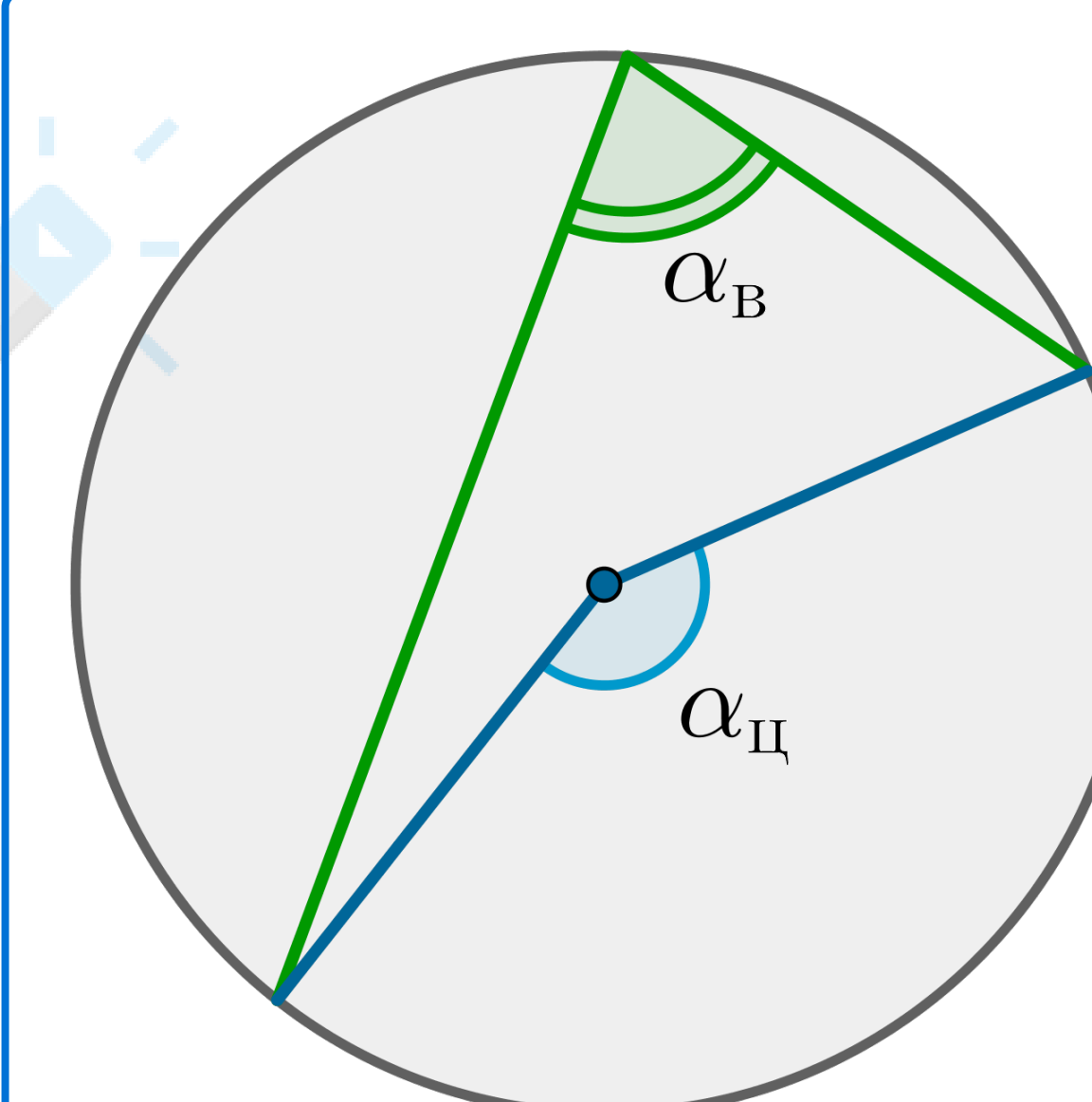
$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Leftrightarrow$
прямые, отсекающие эти
отрезки, параллельны.



Теорема Менелая
 $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$

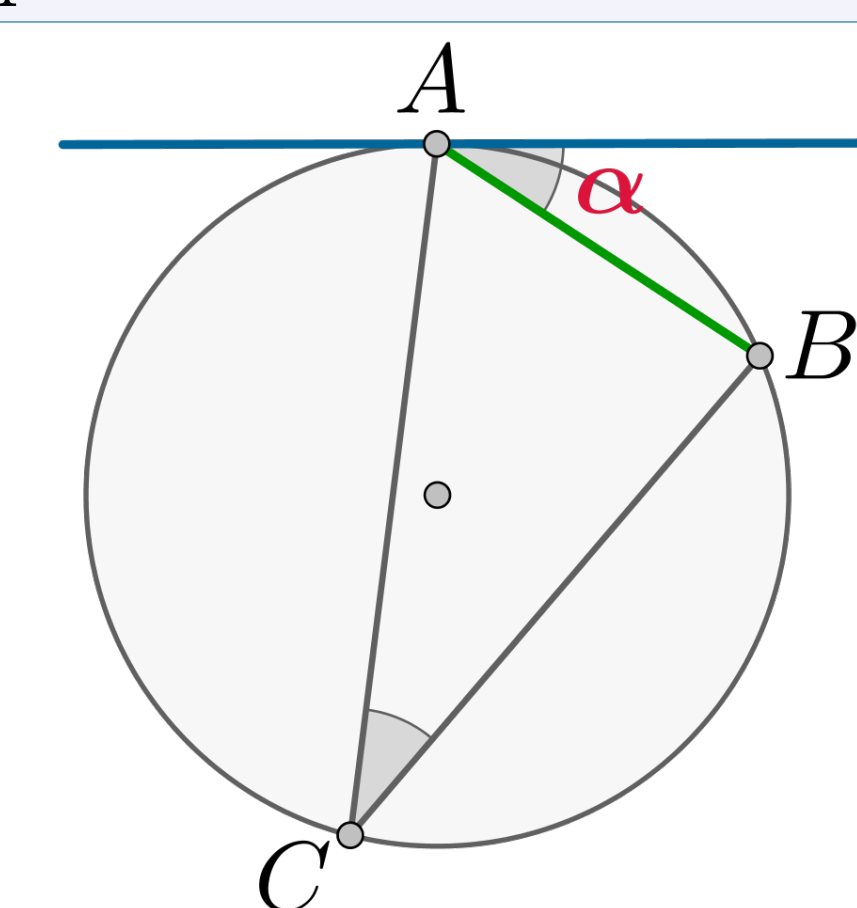


Напоминание: движемся по
треугольнику так: вершина
– точка, точка – вершина, и
т.д. Вершины: A, B, C ,
точки: A_1, B_1, C_1 .



$\alpha_{Ц} = 2\alpha_{В}$

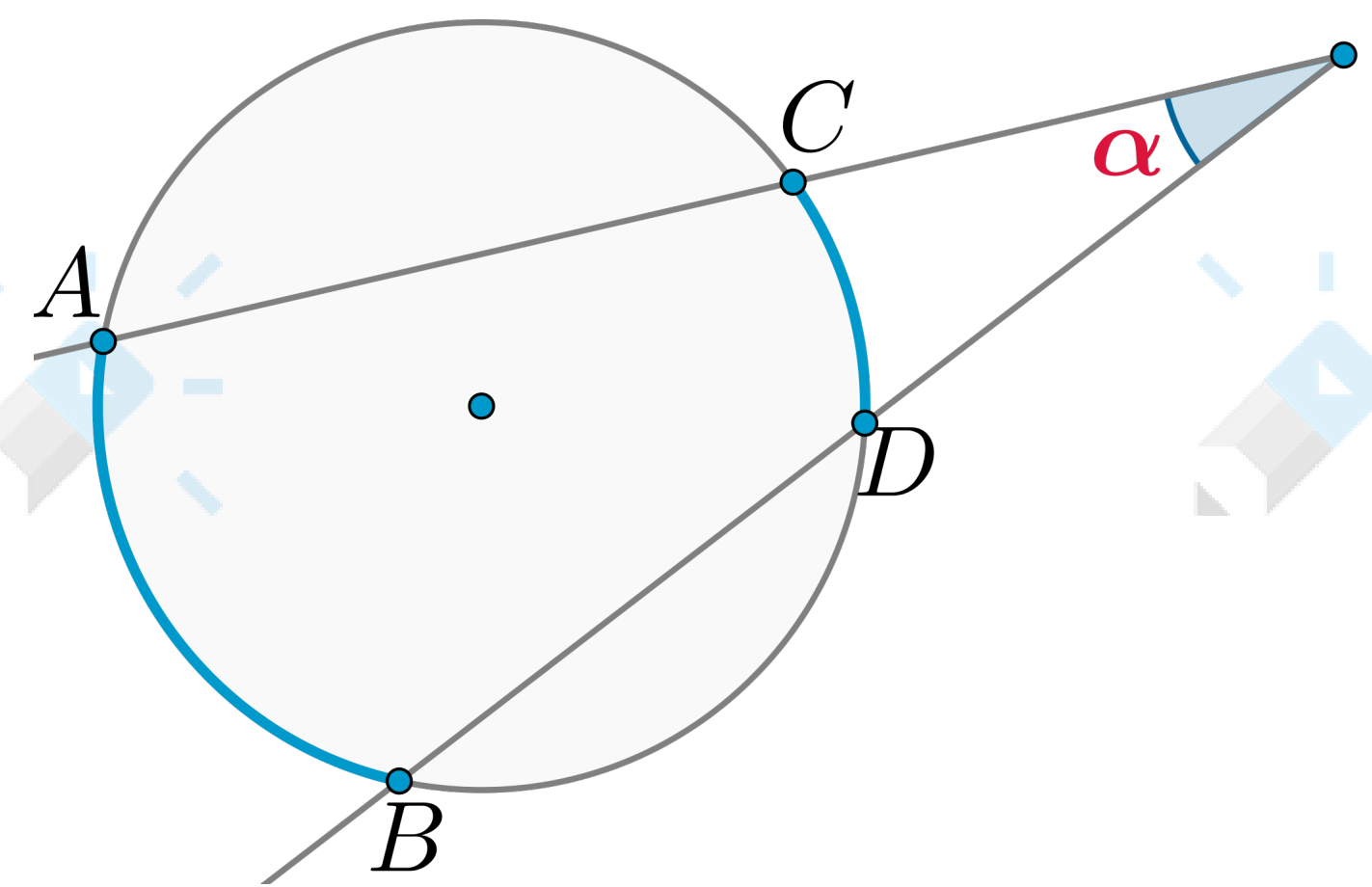
Угол α между касательной и
хордой равен половине дуги,
заключенной между ними, то
есть равен $\angle ACB$.



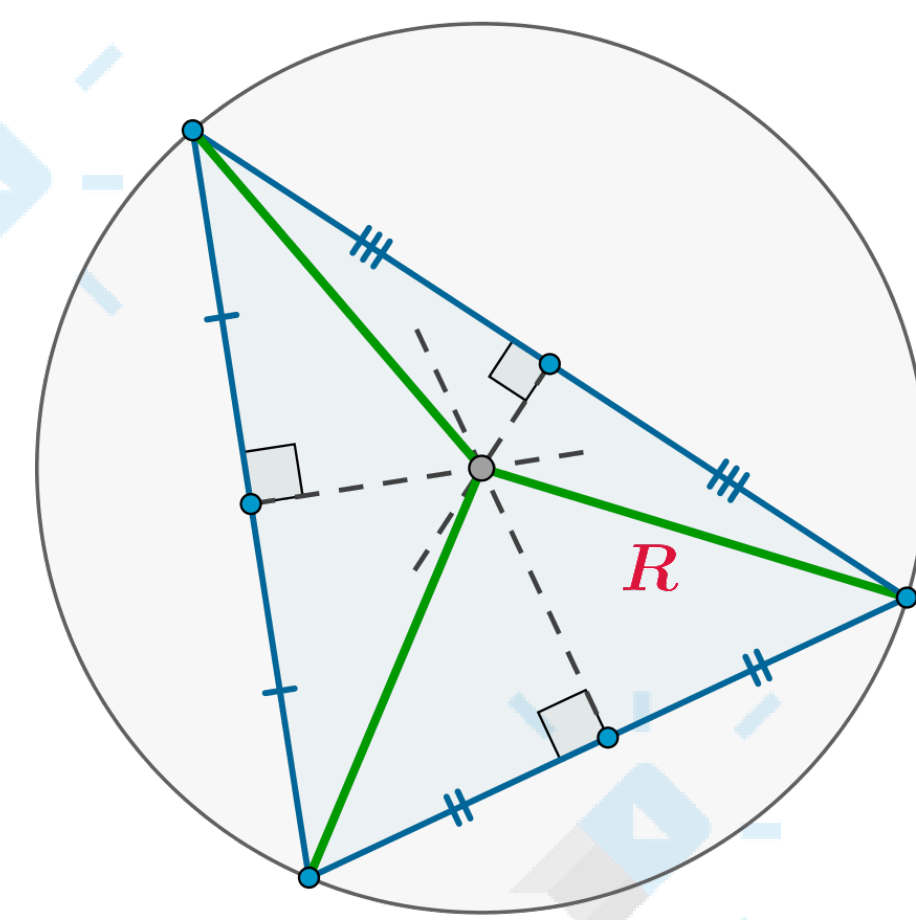
Задания №1 и №17 из ЕГЭ по профильной математике

Факты, выделенные розовым, нужно уметь доказывать на экзамене

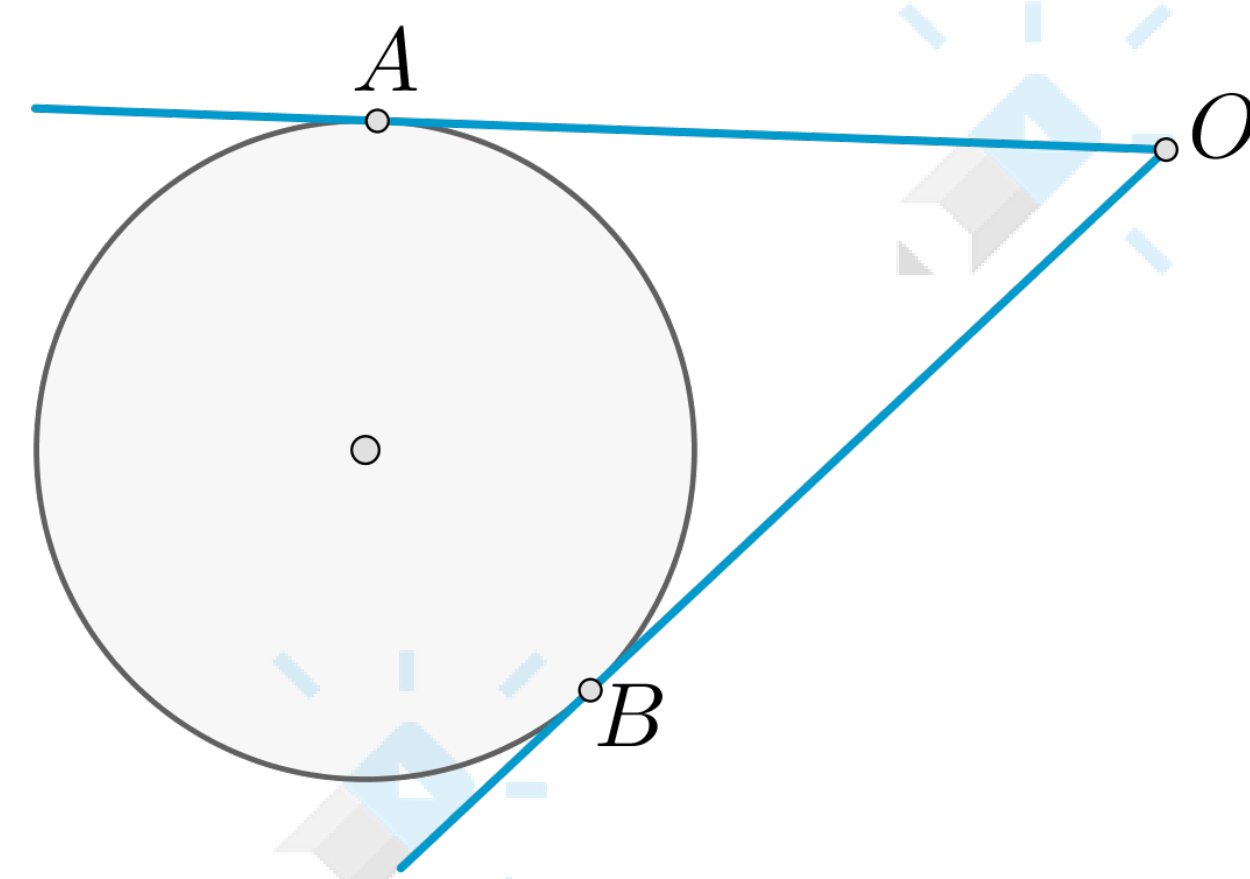
$$\alpha = \frac{1}{2} (\widehat{AB} - \widehat{CD})$$



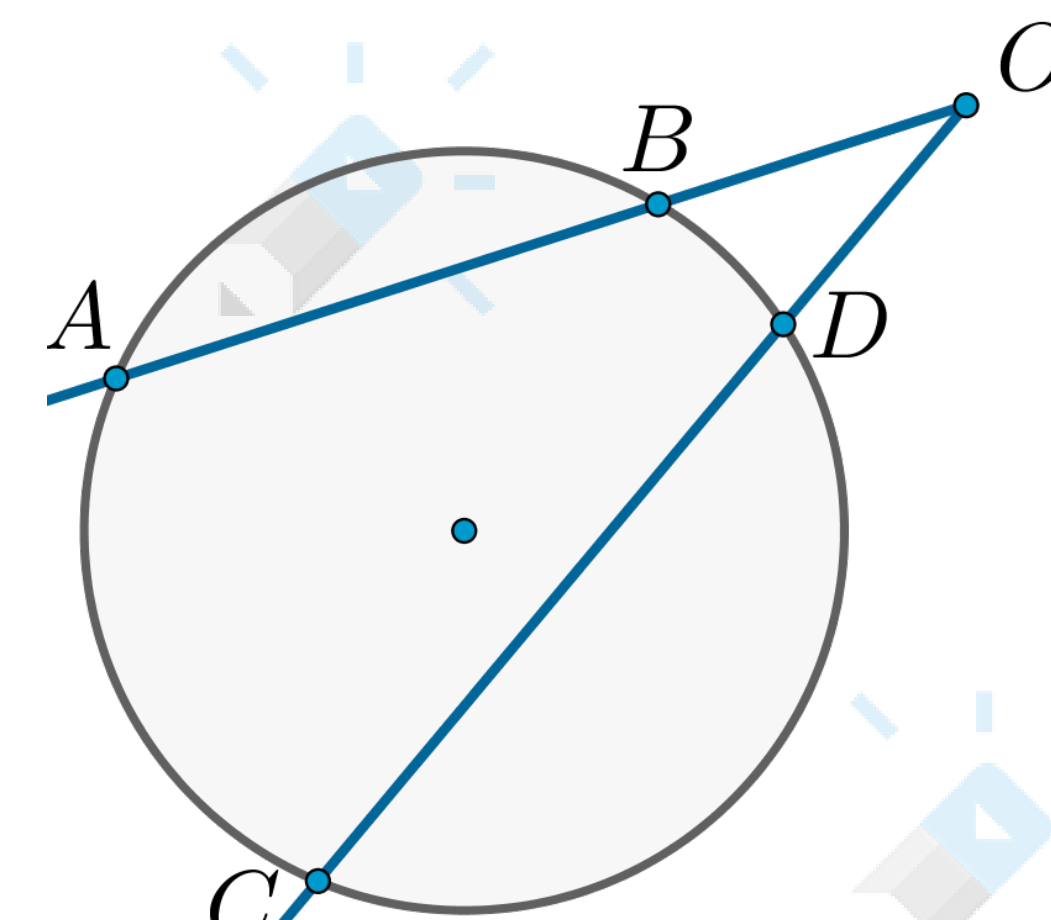
Центр окружности, описанной около треугольника, есть точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.



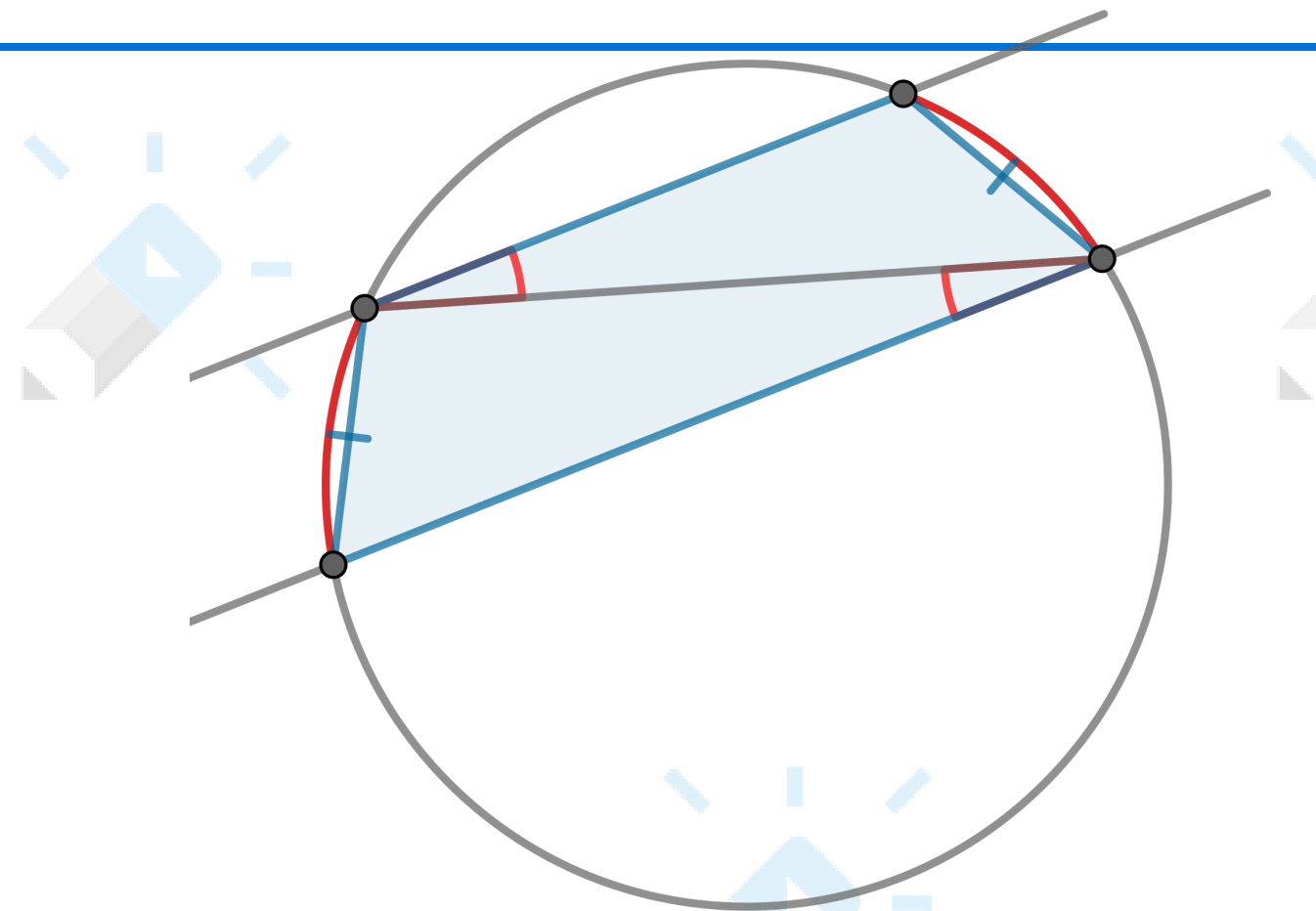
Отрезки касательных из одной точки к окружности равны:
 $OA = OB$



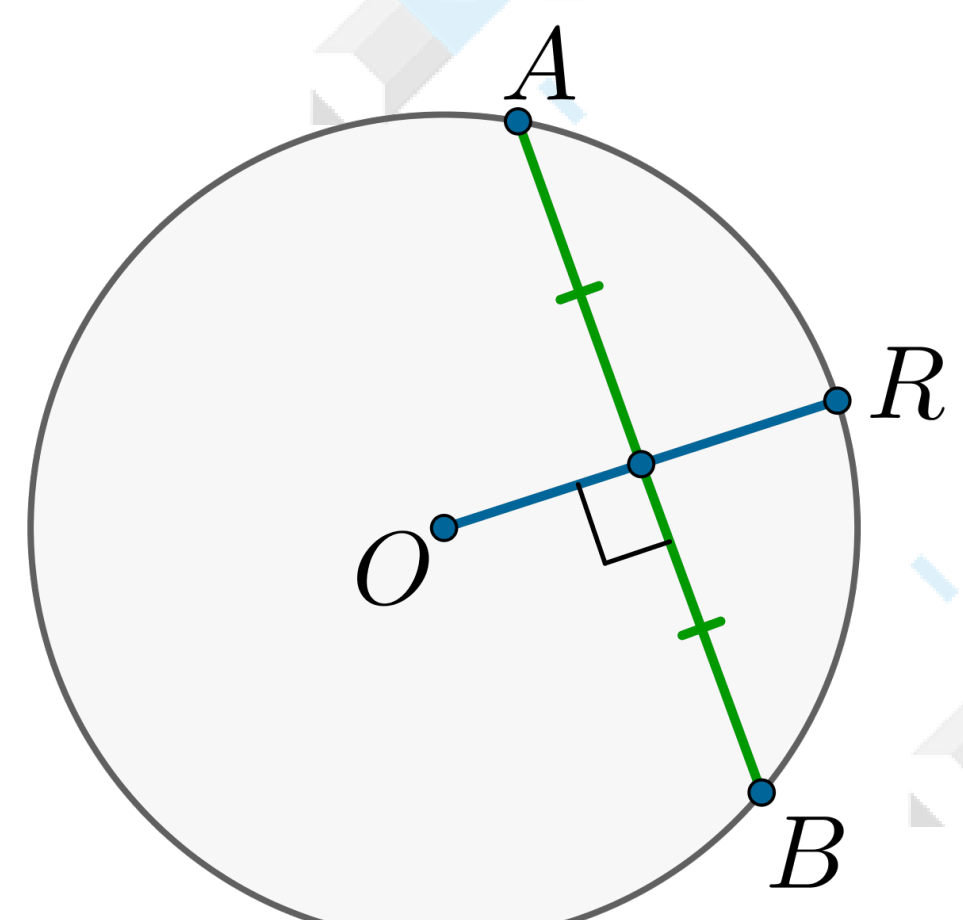
Произведение секущей (из фиксированной точки O) на ее внешнюю часть — величина постоянная для каждой окружности.
 $OA \cdot OB = OC \cdot OD (= \text{const})$



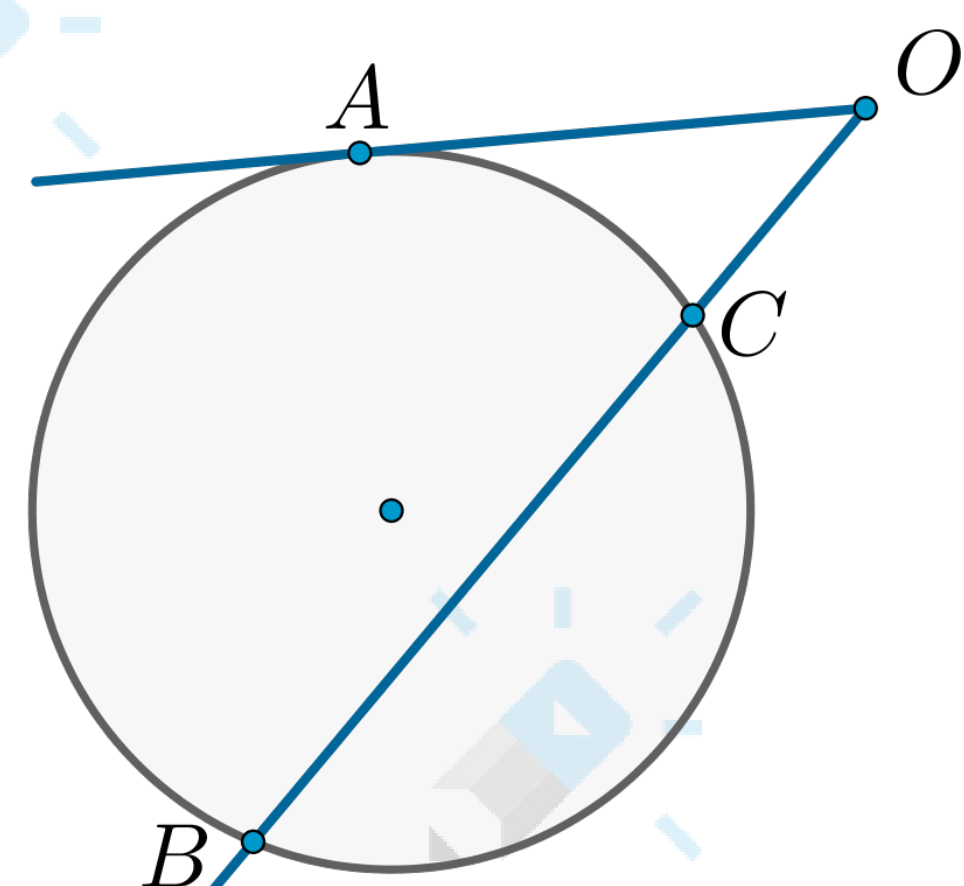
Точки пересечения окружности и двух параллельных прямых — вершины равнобокой трапеции.



$OR \perp AB \Leftrightarrow OR$ делит AB пополам.

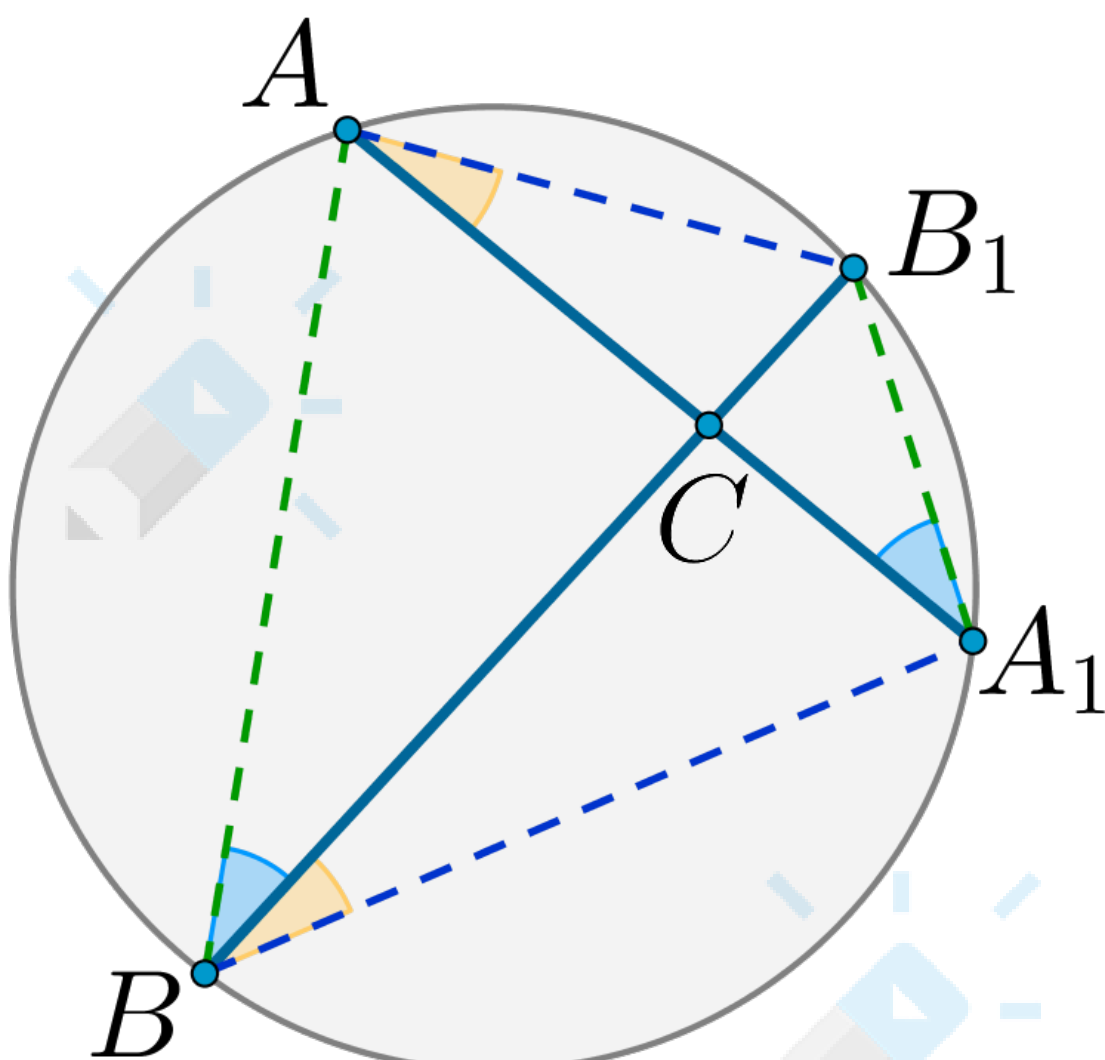


Квадрат касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть.
 $OA^2 = OB \cdot OC$



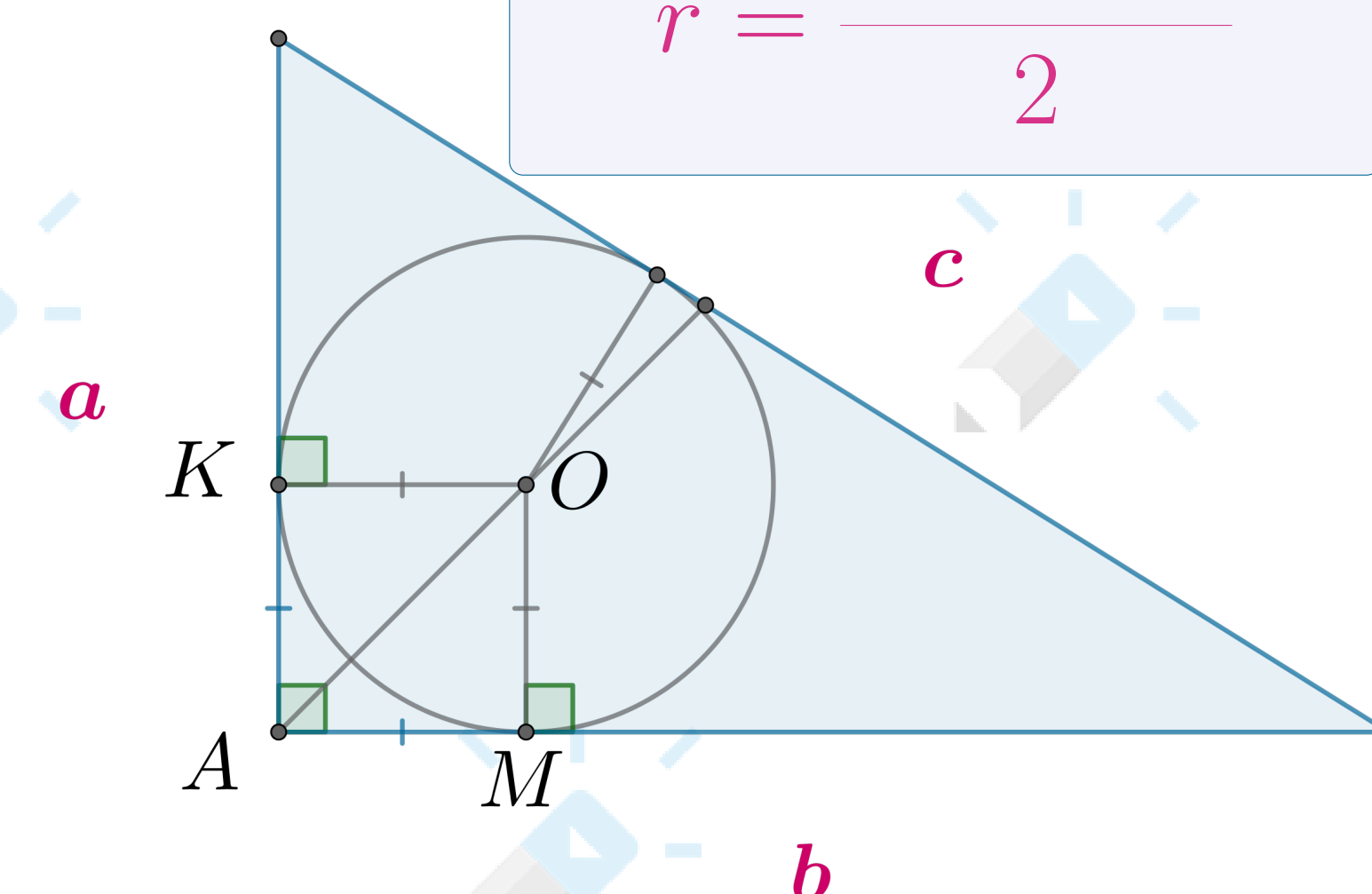
$$\triangle A_1CB_1 \sim \triangle BCA$$

$$AC \cdot A_1C = BC \cdot B_1C$$



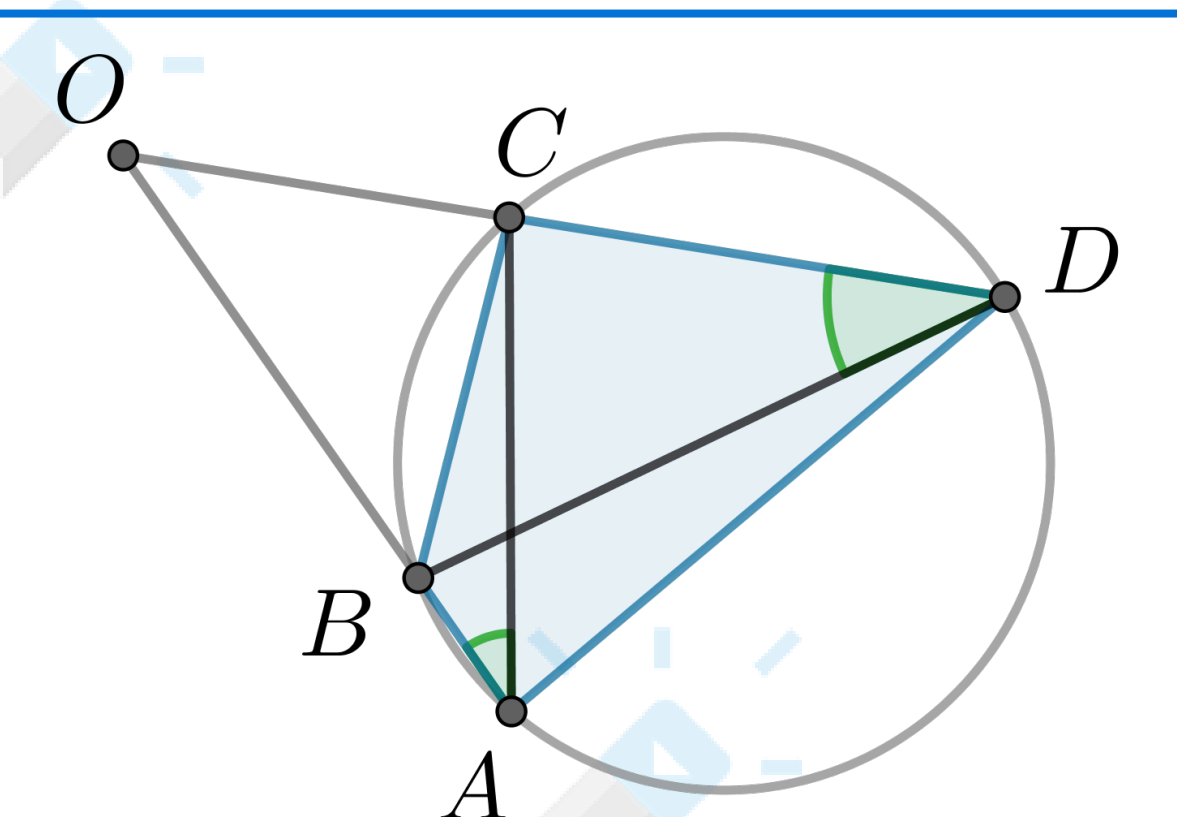
$AKOM$ — квадрат со стороной

$$r = \frac{a + b - c}{2}$$

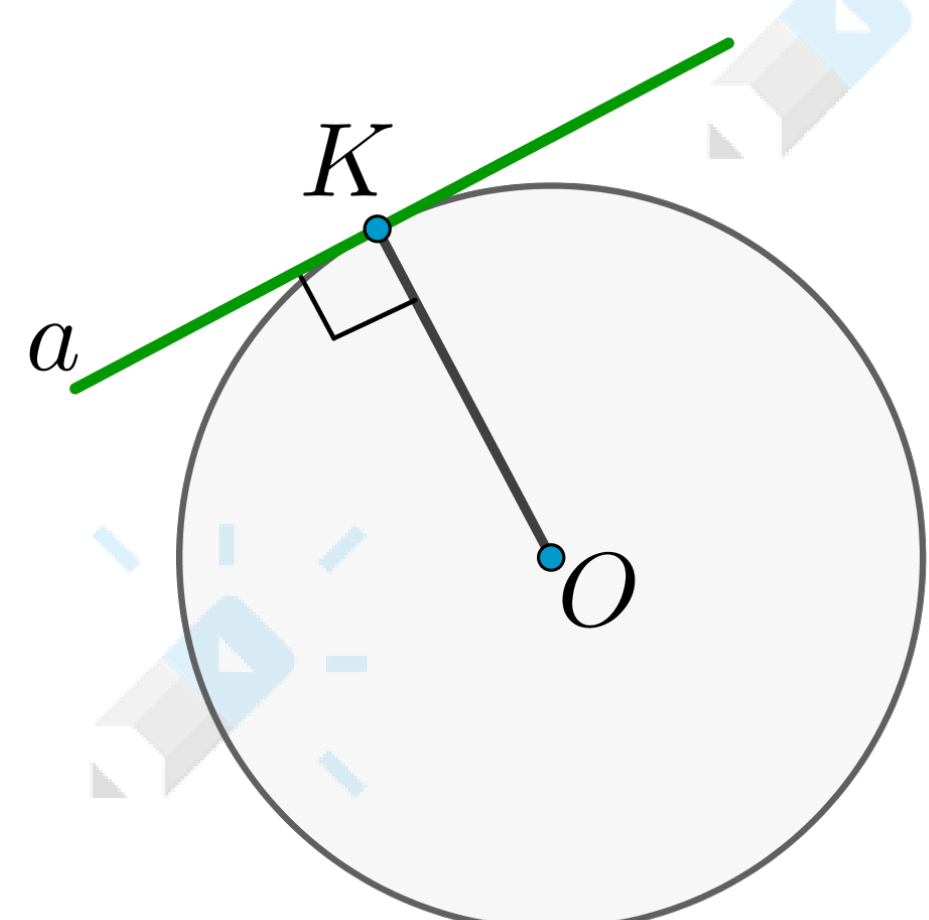


$ABCD$ вписан, если

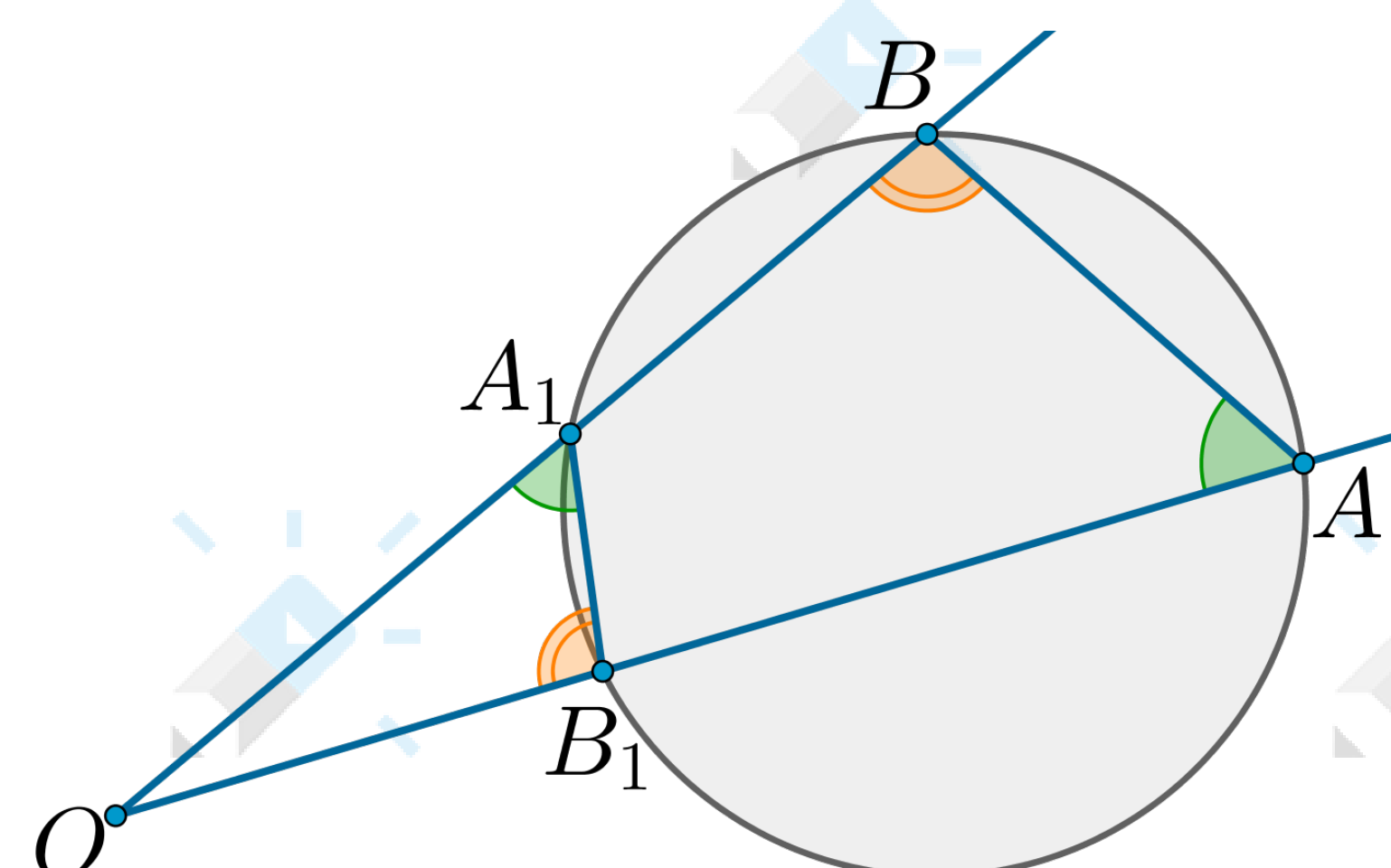
- $\angle BAC = \angle BDC$
- $\angle A + \angle C = 180^\circ$
- $OA \cdot OB = OC \cdot OD$



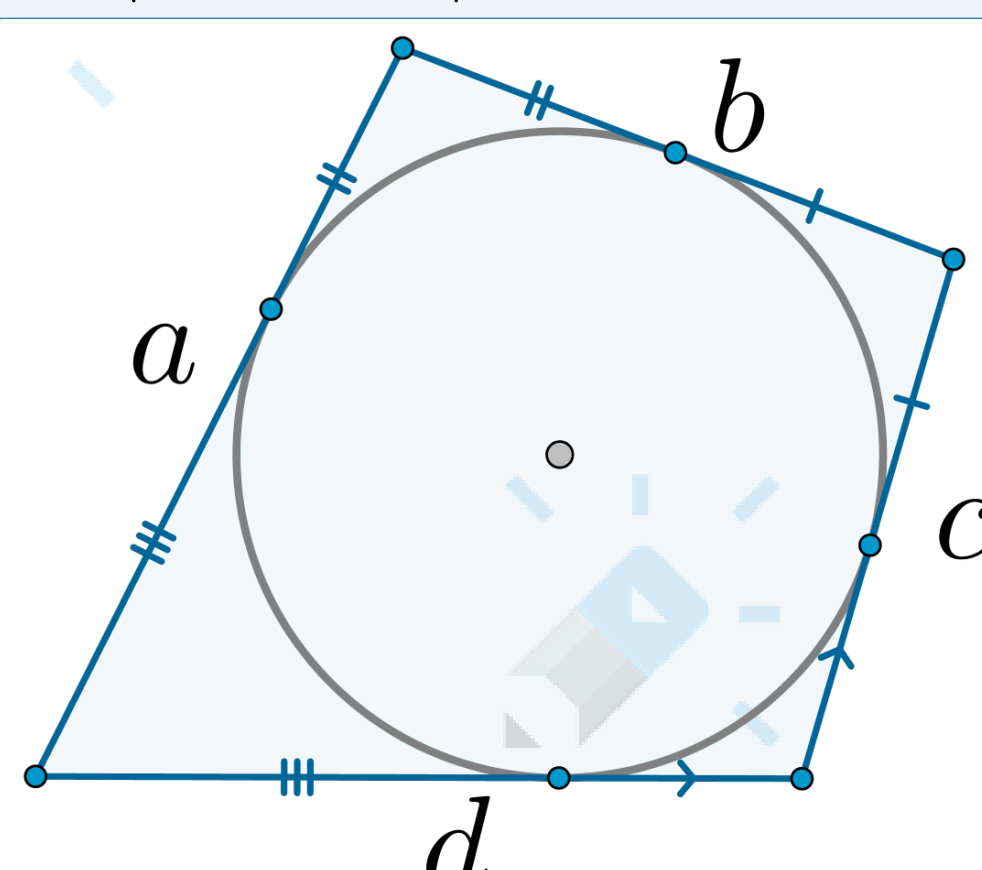
Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.
Наоборот: если радиус перпендикулярен прямой и пересекает ее в точке на окружности, то эта прямая — касательная.



$\triangle OA_1B_1 \sim \triangle OAB$
Прямые A_1B_1 и AB не параллельны!



В выпуклый четырехугольник вписана окружность $\Leftrightarrow$ суммы противоположных сторон у него одинаковы:
 $a + c = b + d$

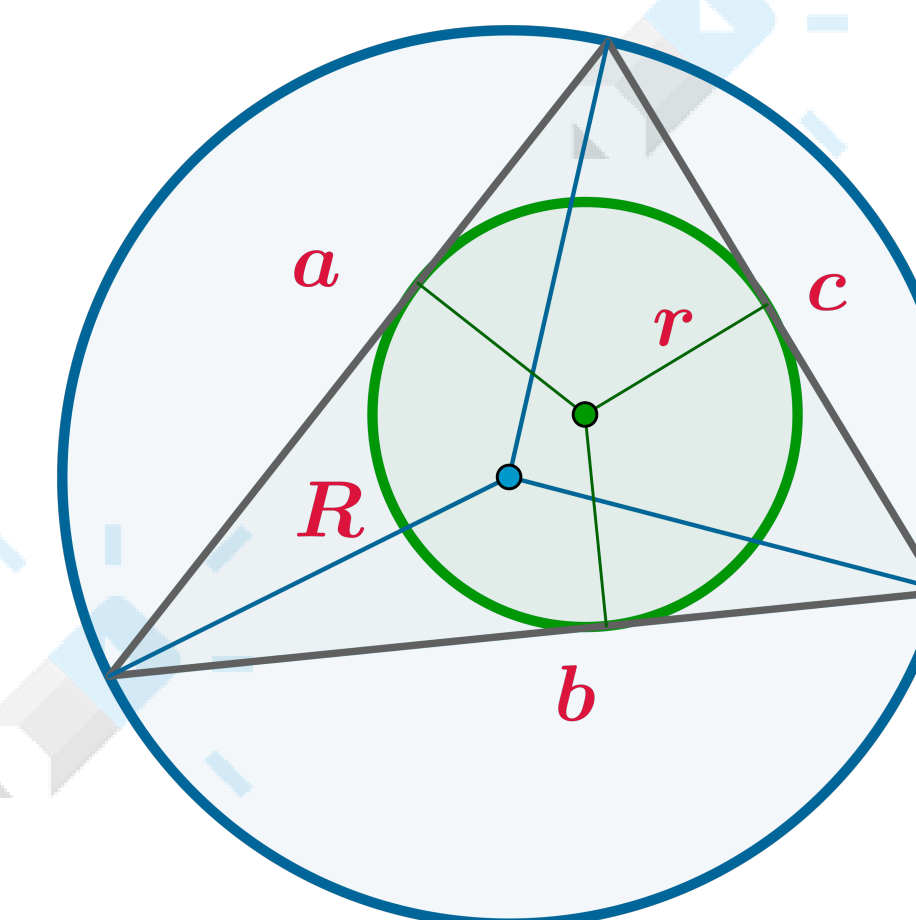


$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

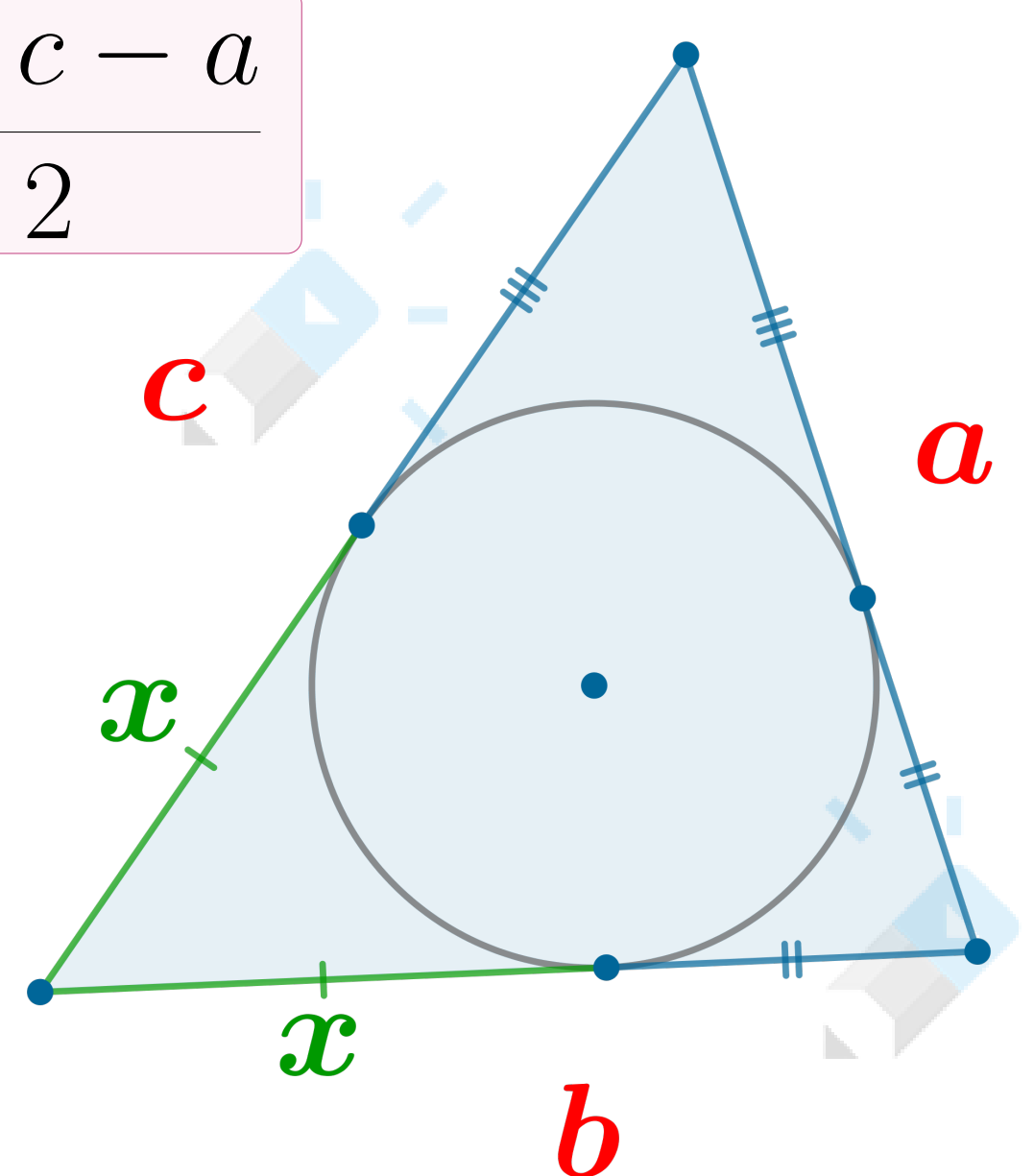
где $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$

$$S = pr$$

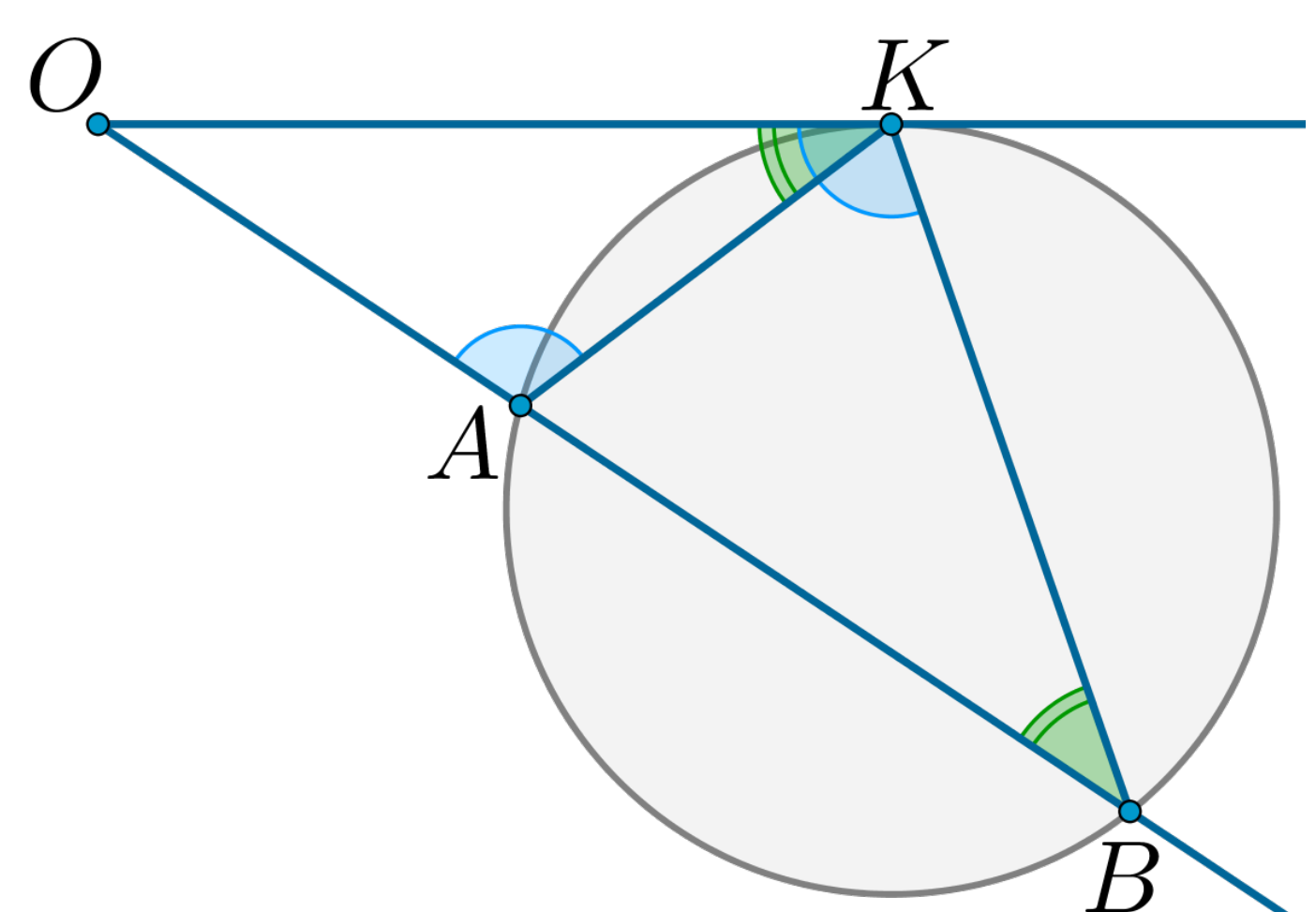
$$S = \frac{abc}{4R}$$



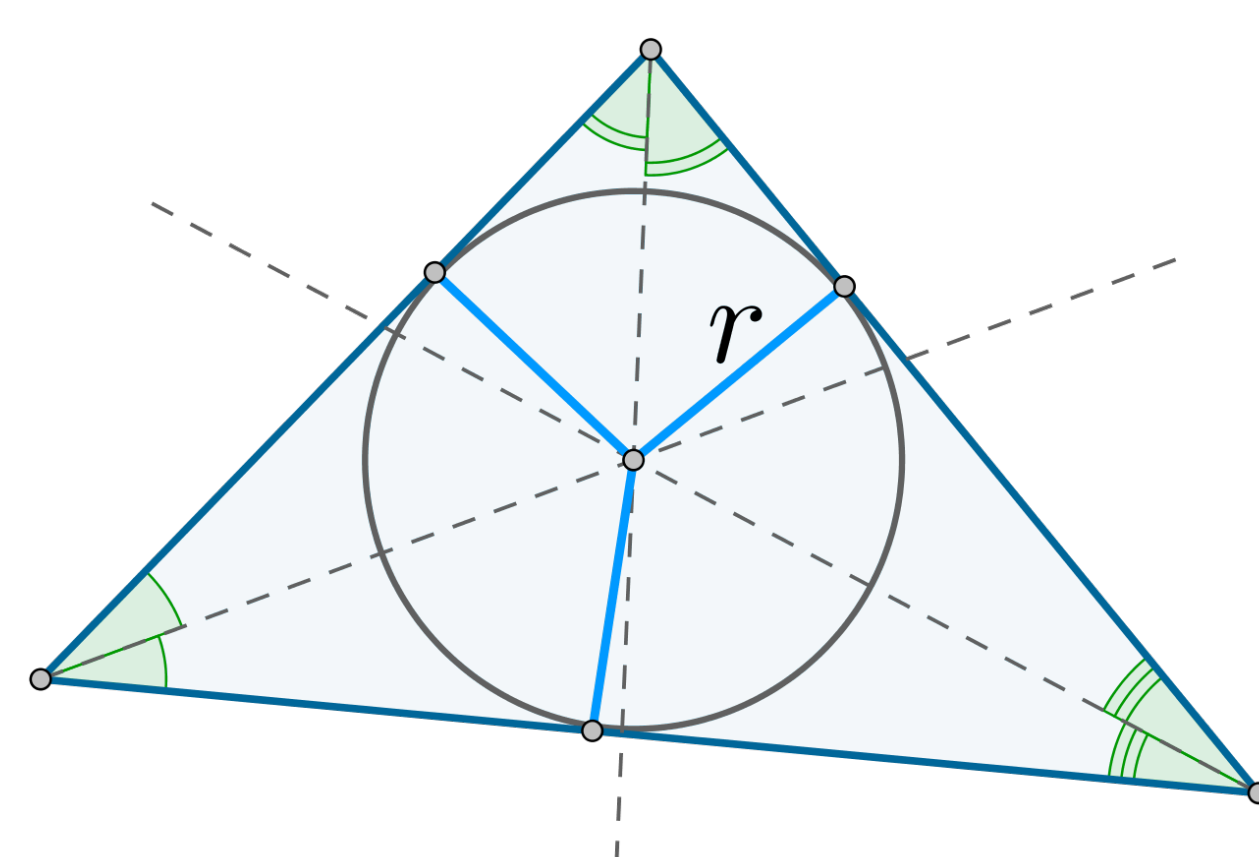
$$x = \frac{b + c - a}{2}$$



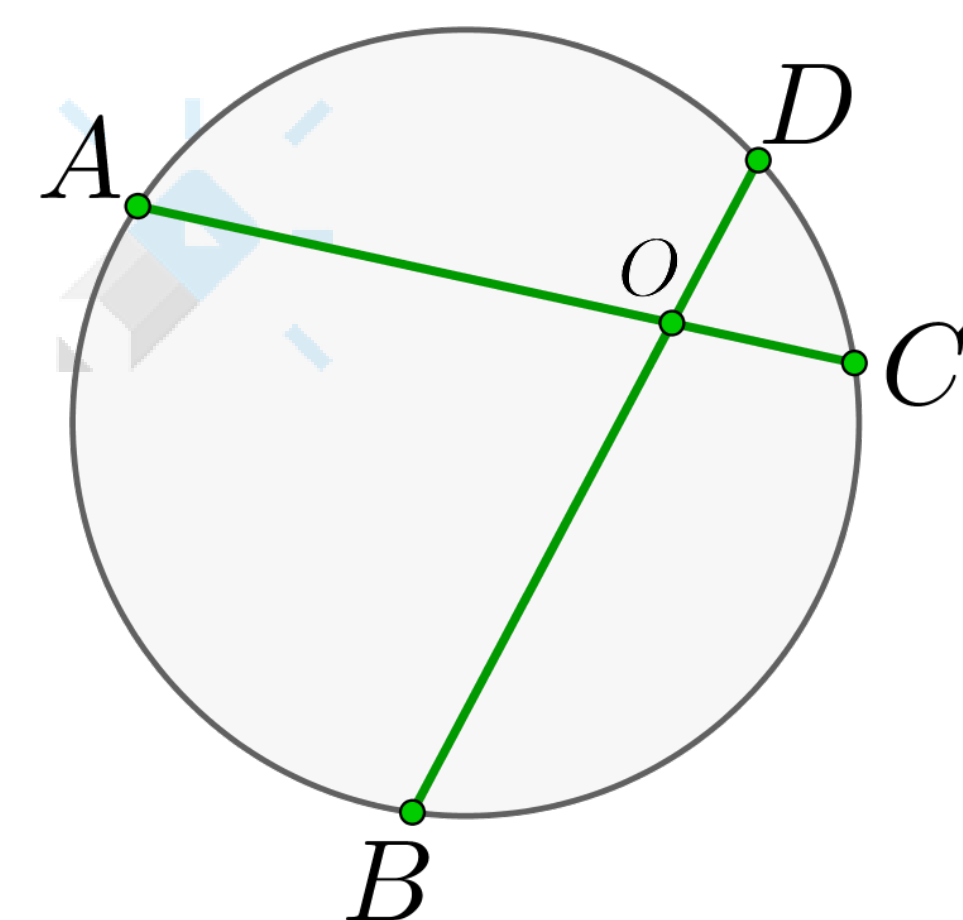
OK — касательная
 $\triangle OAK \sim \triangle OKB$



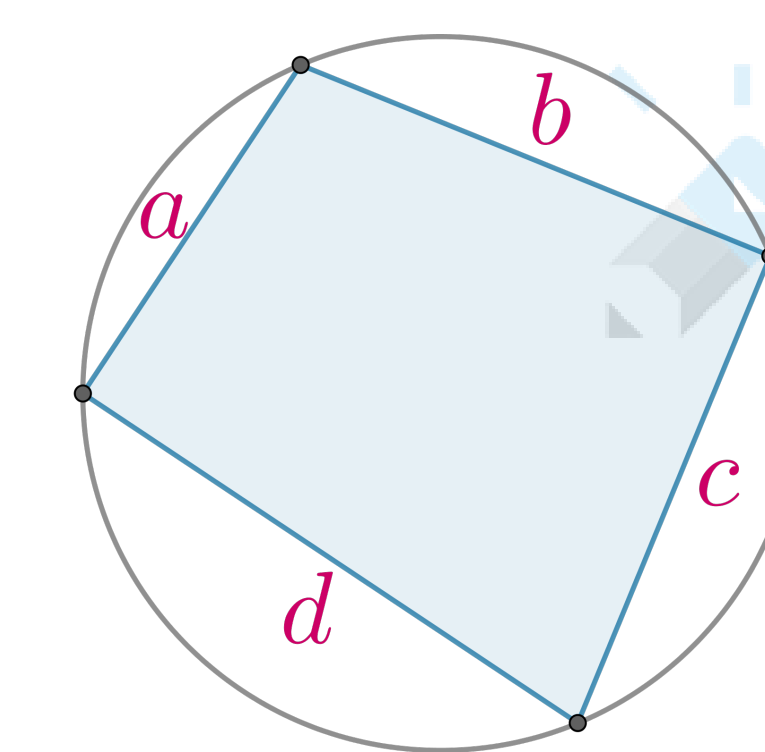
Центр вписанной в треугольник окружности есть точка пересечения биссектрис его углов.



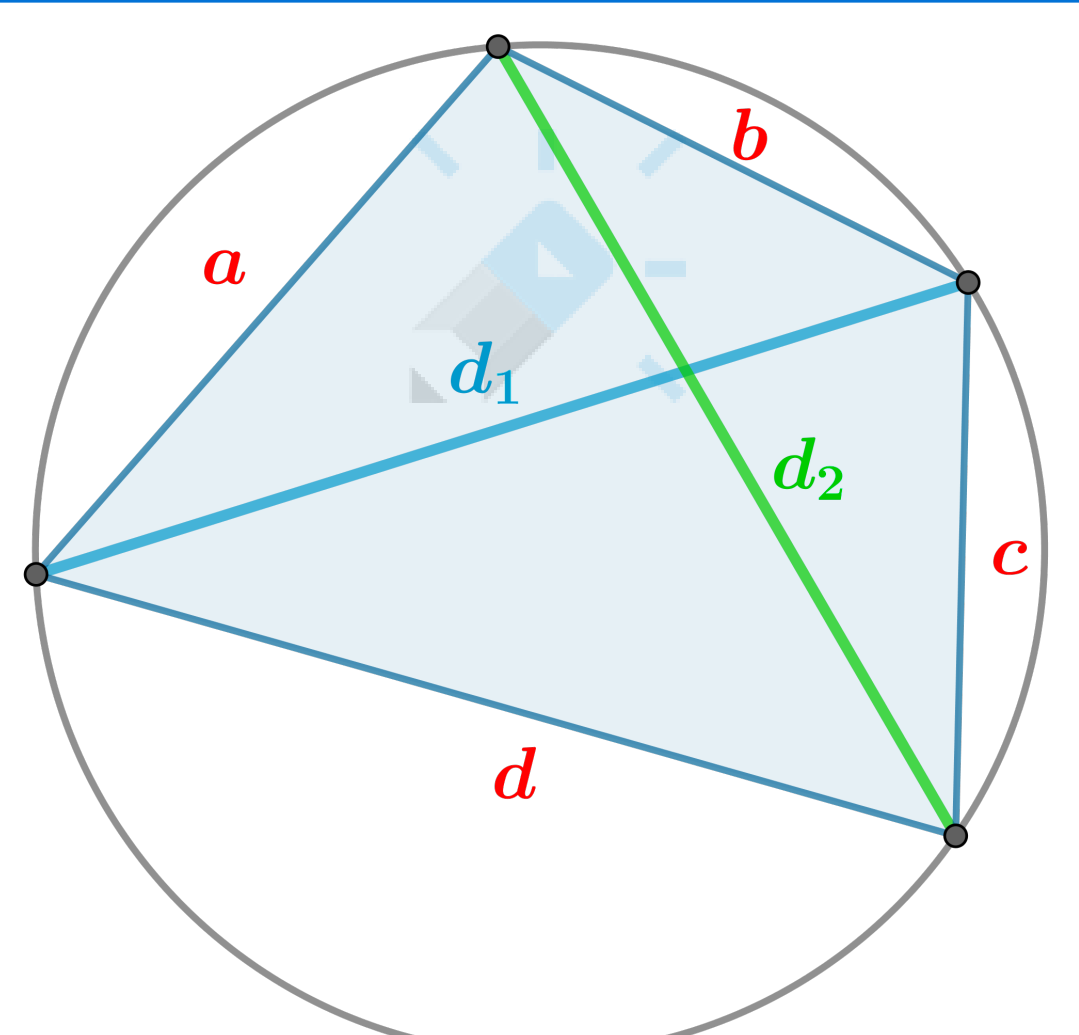
Произведения отрезков хорд равны:
 $AO \cdot OC = BO \cdot OD$



Формулы Брахмагупты:
 $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$
где $p = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$



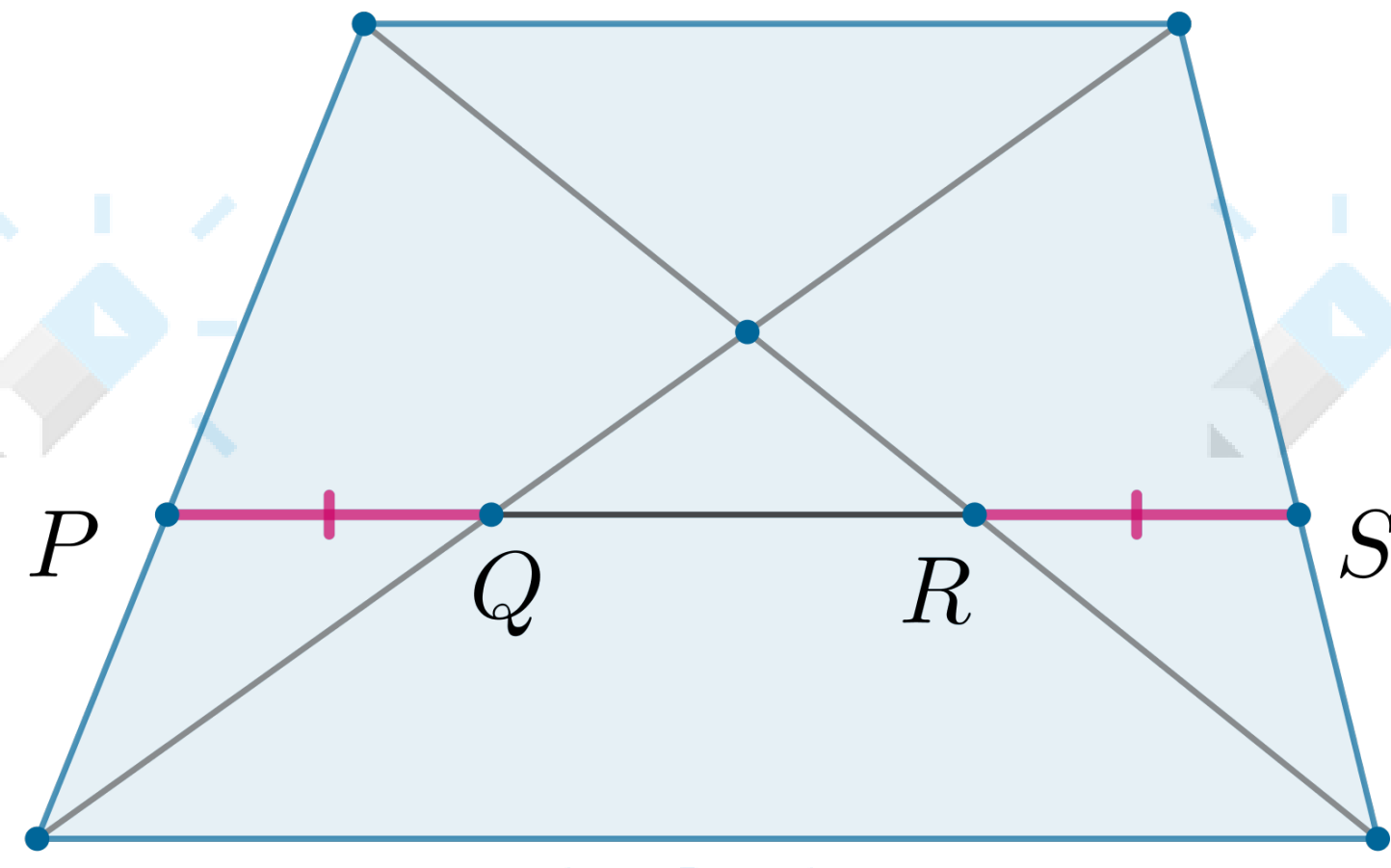
Теорема Птолемея: для вписанного четырехугольника верно $ac + bd = d_1d_2$



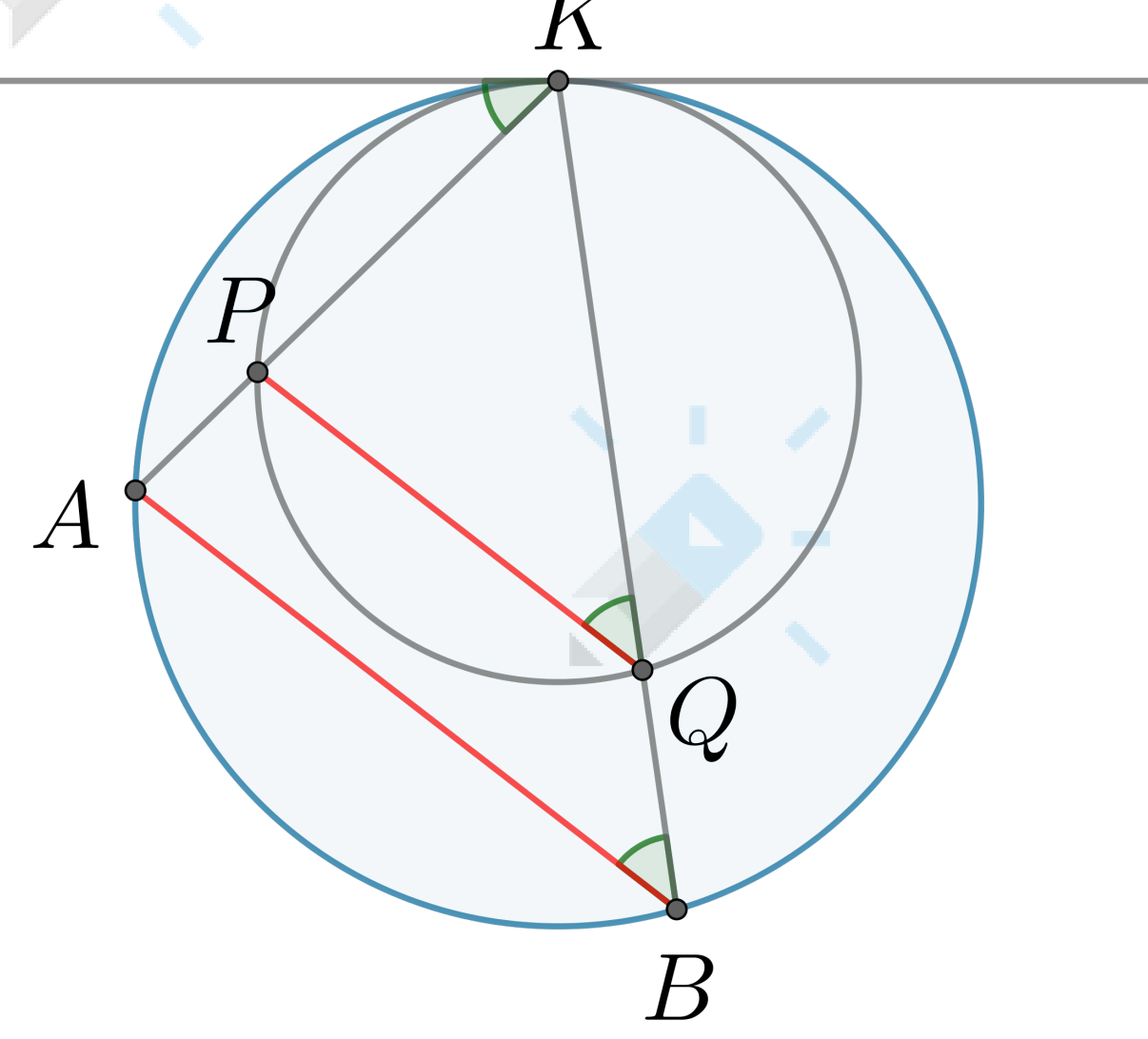
Задания №1 и №17 из ЕГЭ по профильной математике

Факты, выделенные розовым, нужно уметь доказывать на экзамене

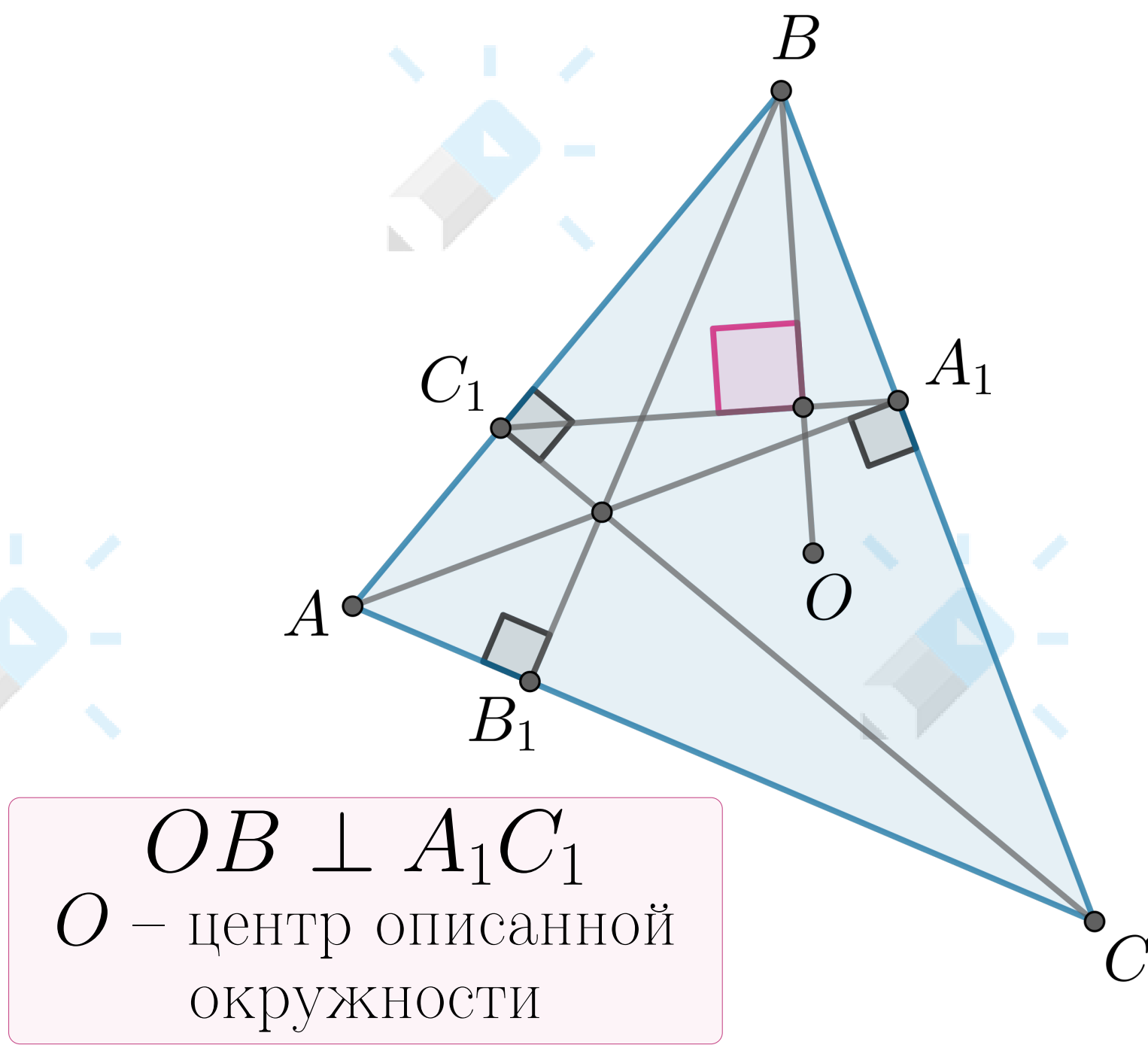
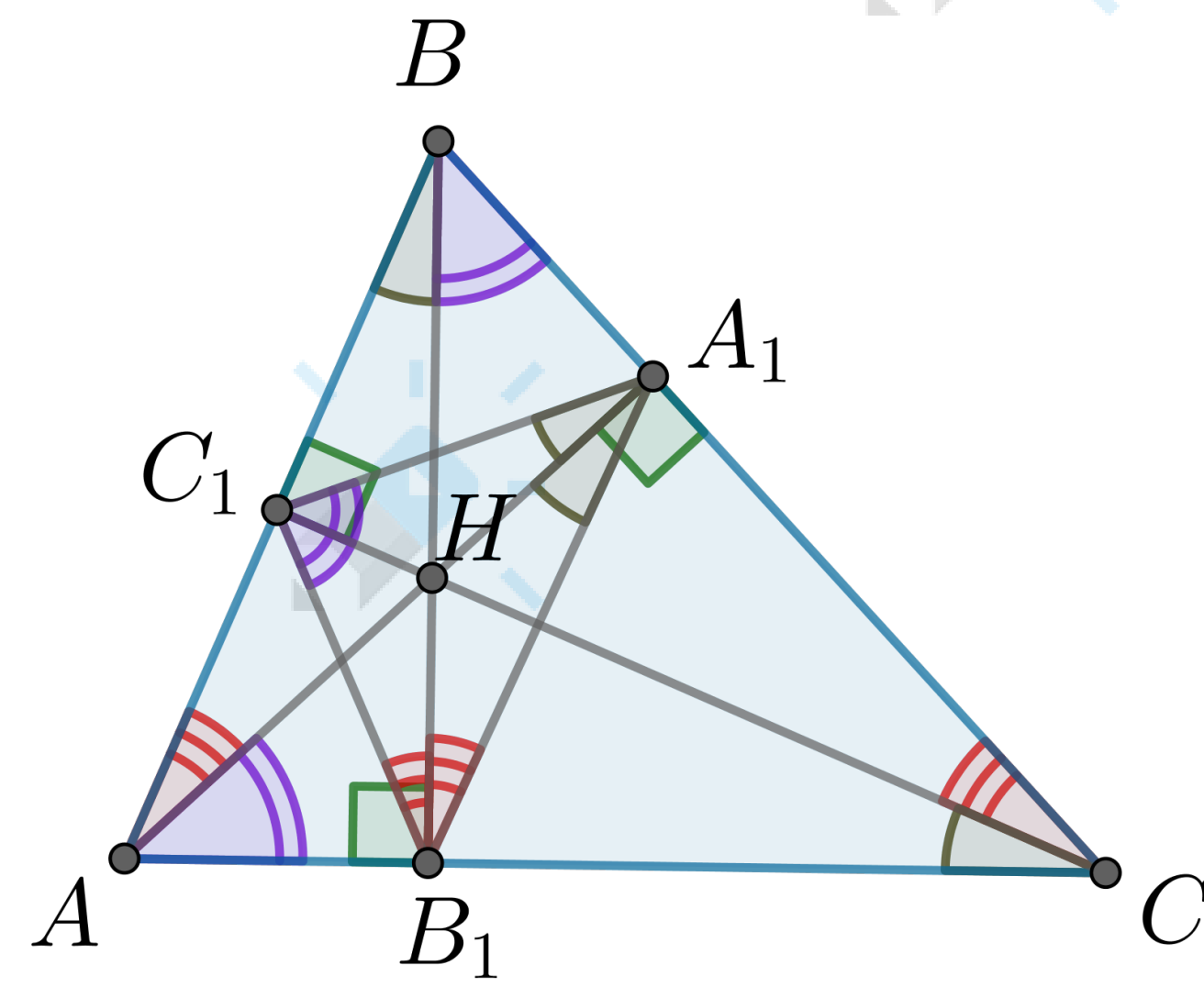
В трапеции PS параллельна основаниям $\Rightarrow PQ = RS$



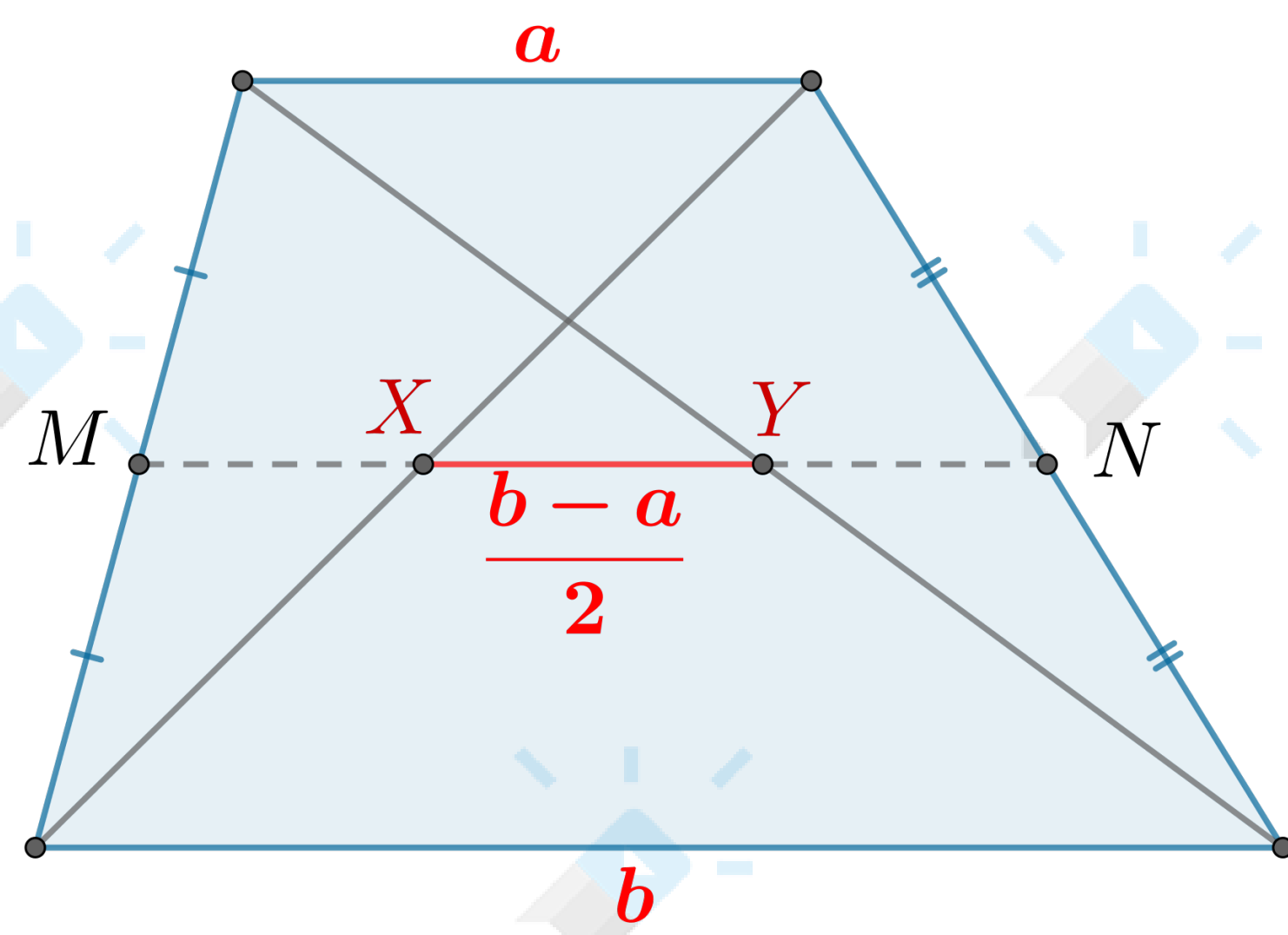
Окружности касаются в точке K . Хорды AK, PK лежат на одной прямой, как и хорды BK, QK . Тогда $AB \parallel PQ$.



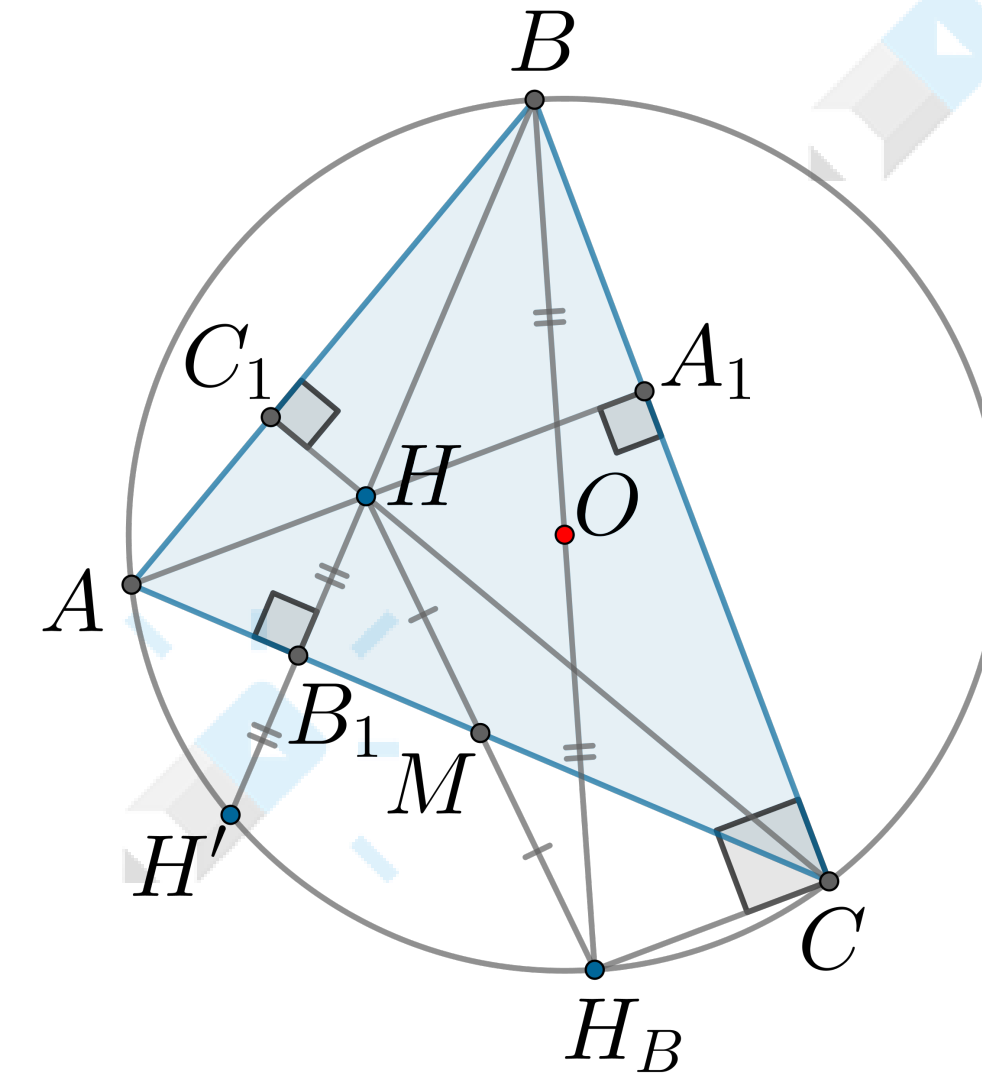
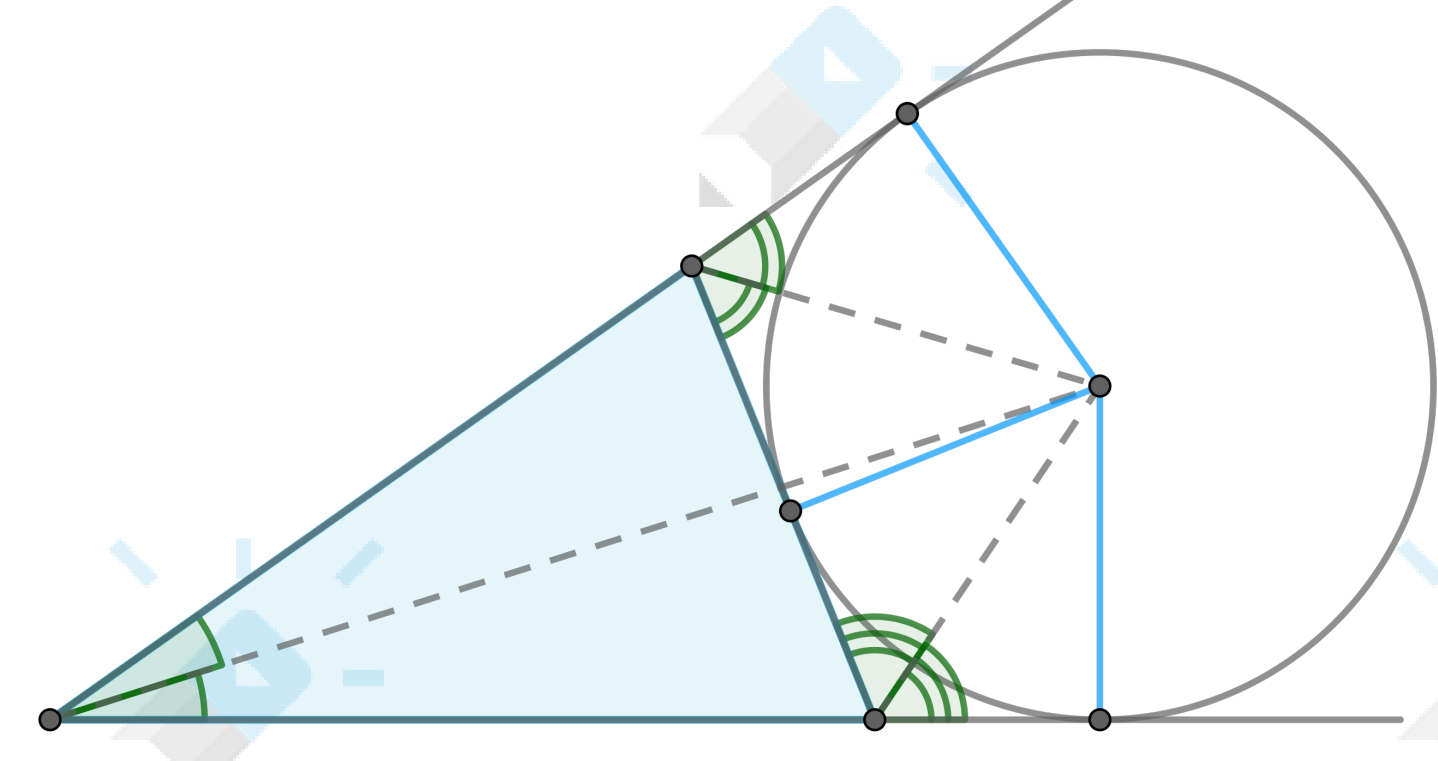
AB_1HC_1 и AB_1A_1B – вписанные
 H – инцентр для $\triangle A_1B_1C_1$



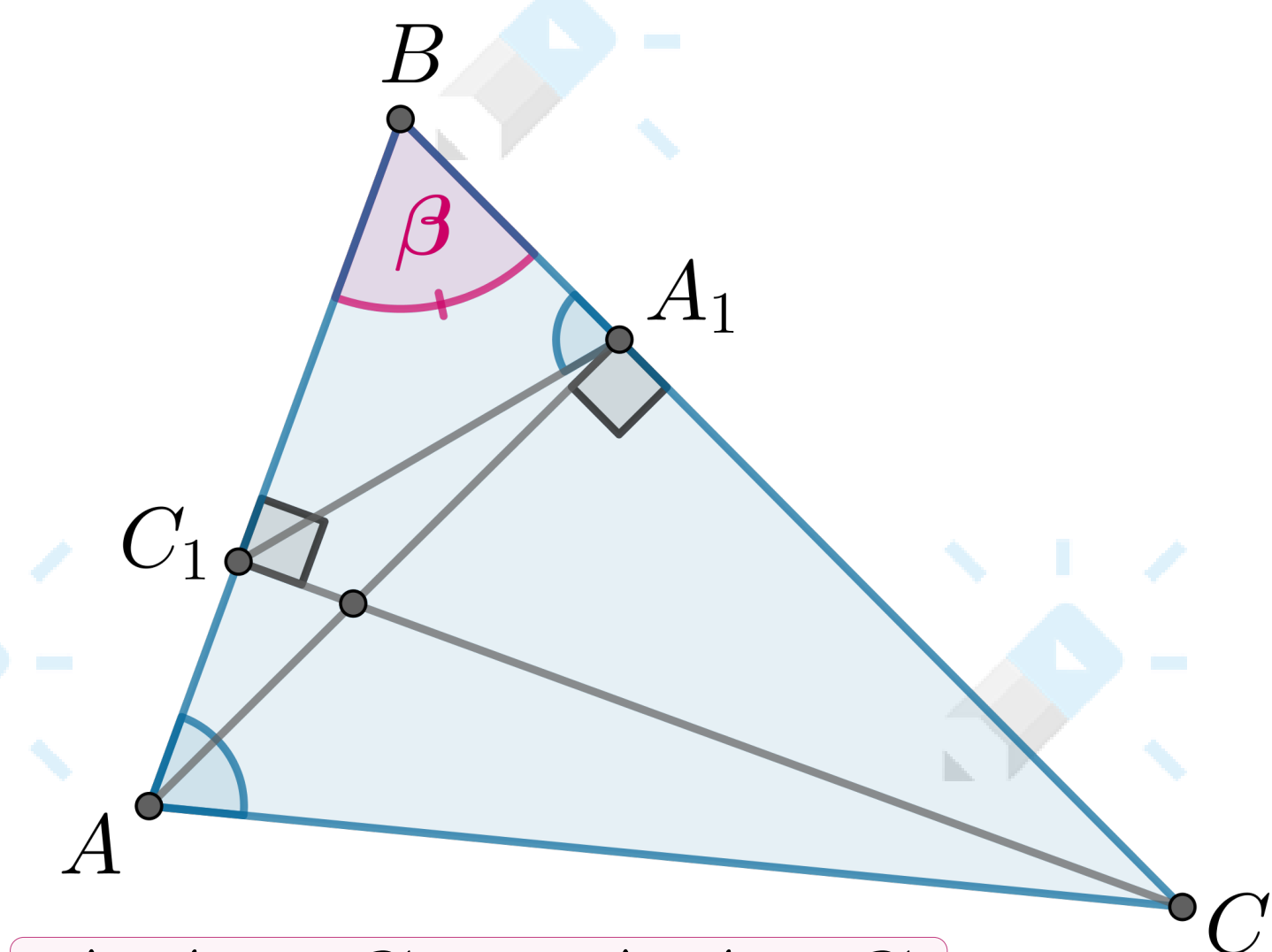
M и N – середины боковых сторон
 X и Y – середины диагоналей



Внеписанная окружность треугольника – окружность, которая касается одной стороны треугольника и продолжений двух других сторон. Центр внеписанной окружности треугольника лежит на пересечении внутренней биссектрисы угла, в который вписана окружность, и внешних биссектрис двух других углов.

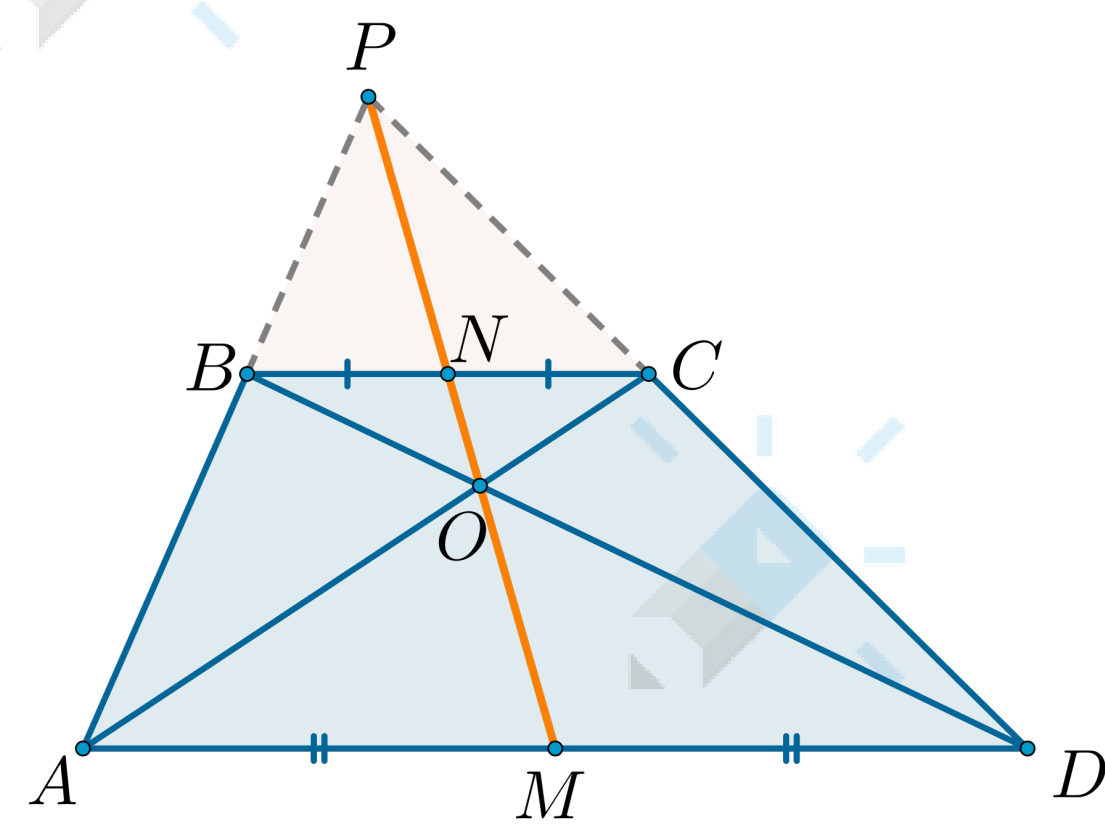


- H' симметрична H относительно AC
- H_B симметрична H относительно середины M стороны AC

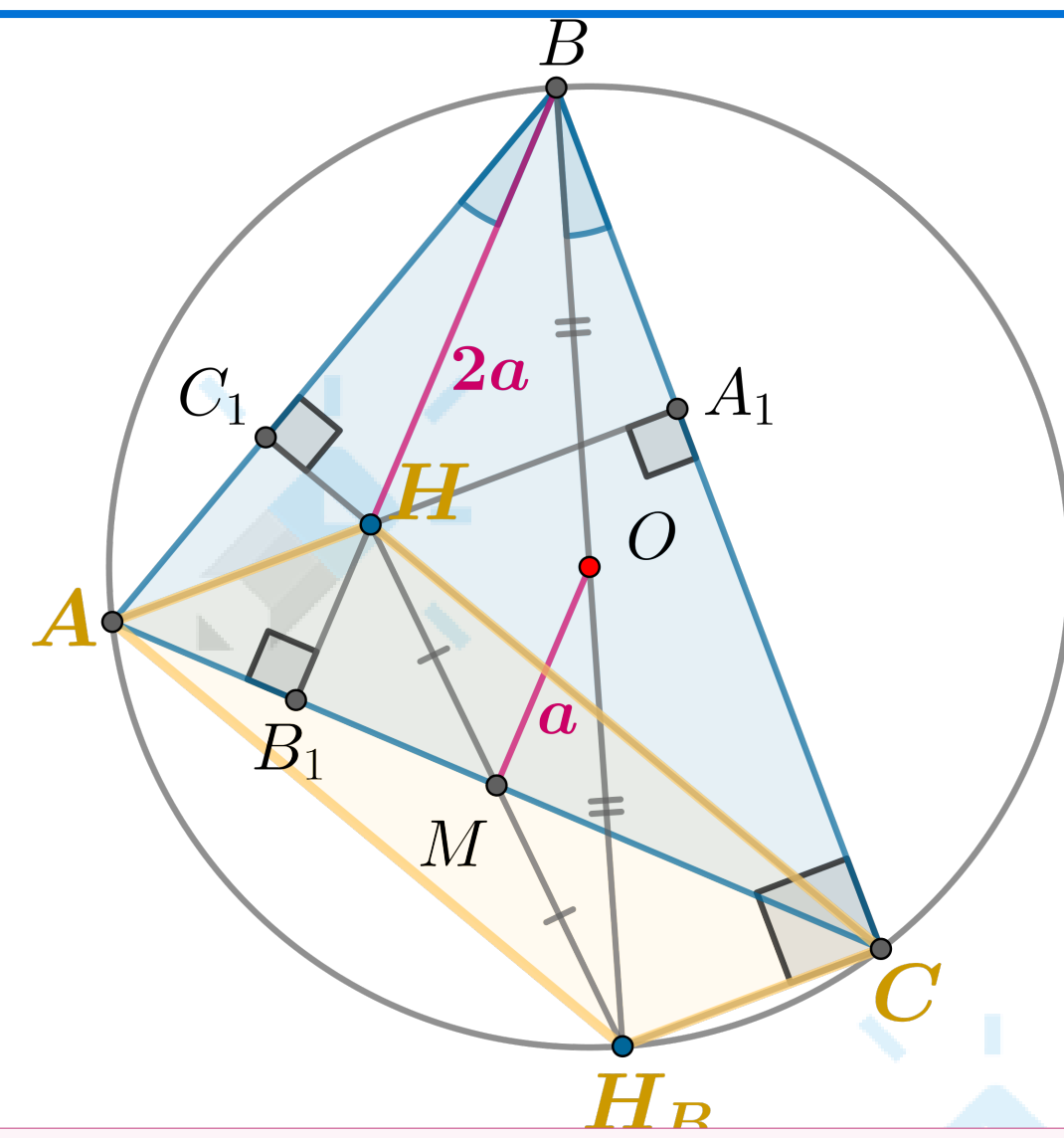
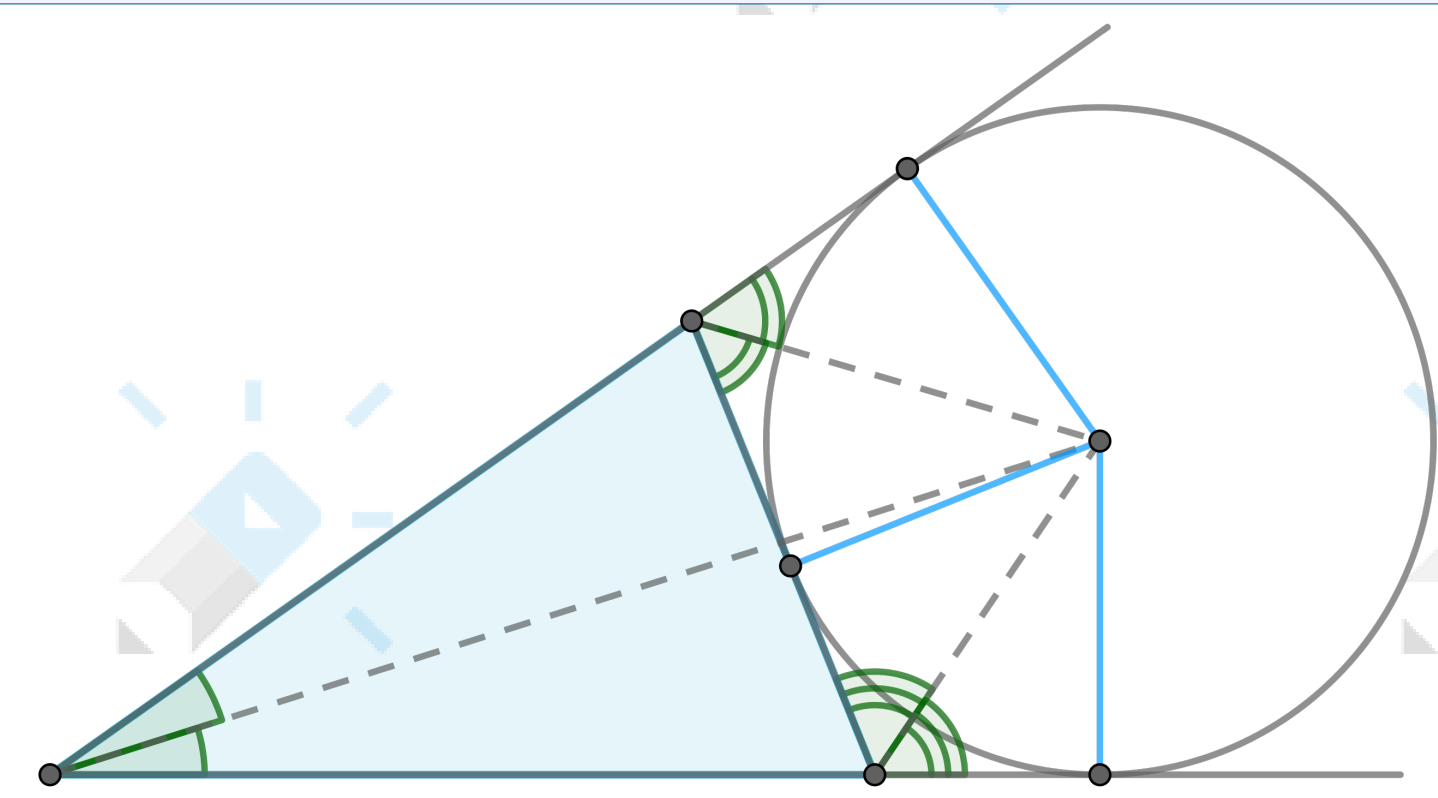


$\triangle A_1BC_1 \sim \triangle ABC$
с коэффициентом подобия $k = \cos \beta$

У трапеции середины оснований, точка пересечения диагоналей и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой.

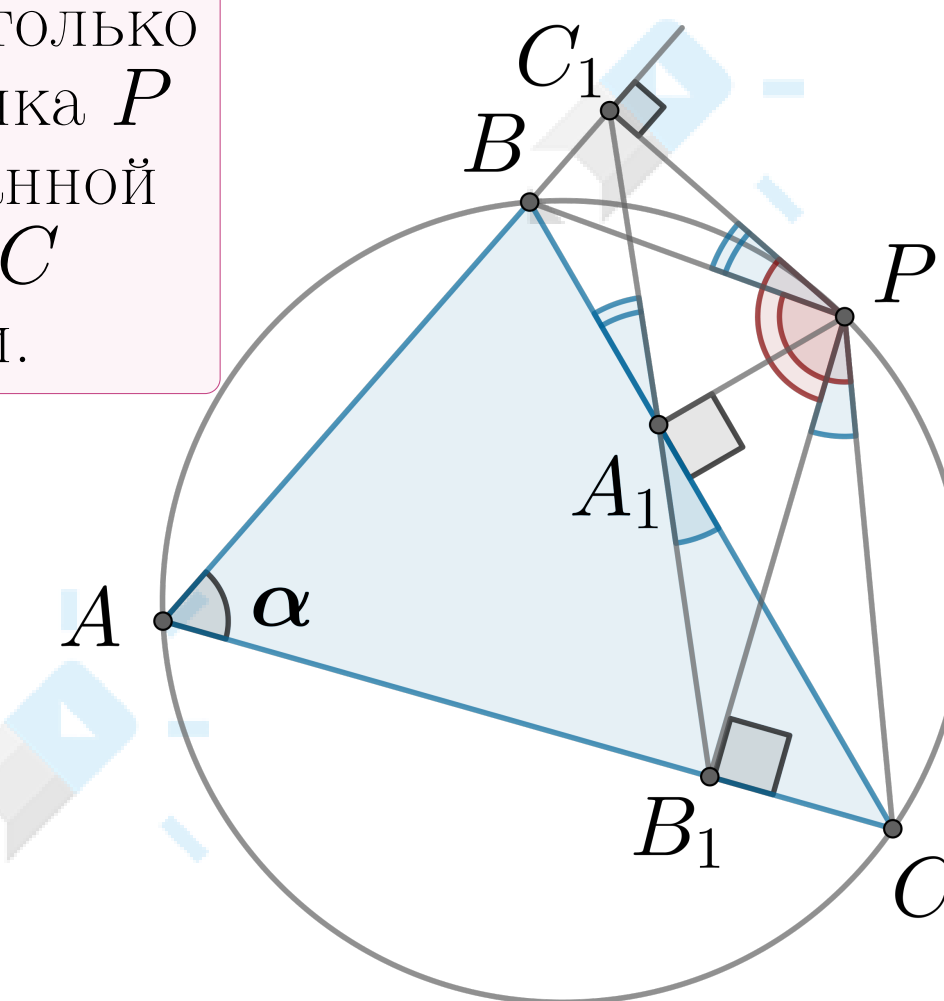


Радиус внеписанной окружности вычисляется по формуле $r_b = \frac{S}{p-b}$,
где b – сторона, которой она касается,
 S, p – площадь и полупериметр треугольника.

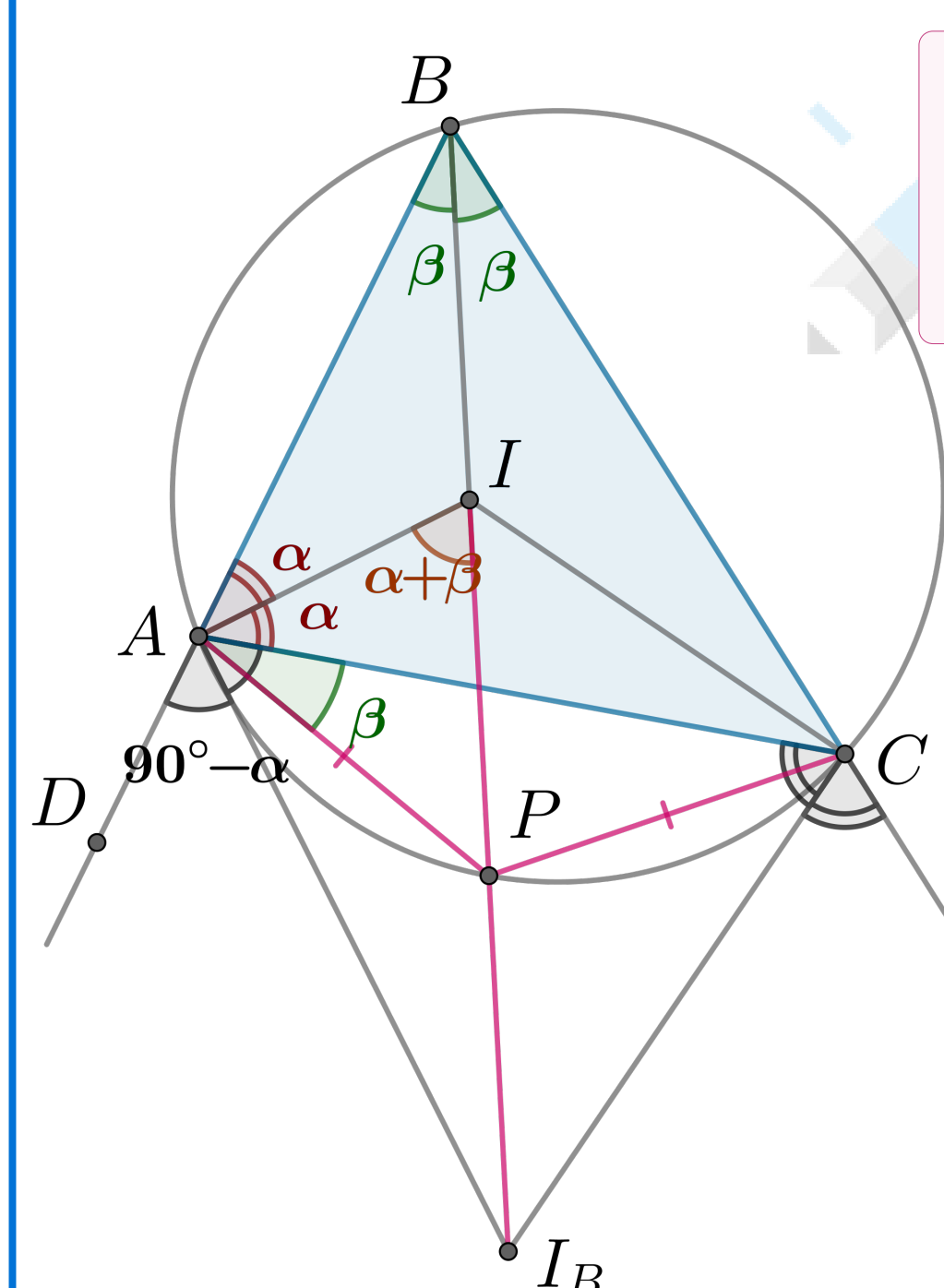
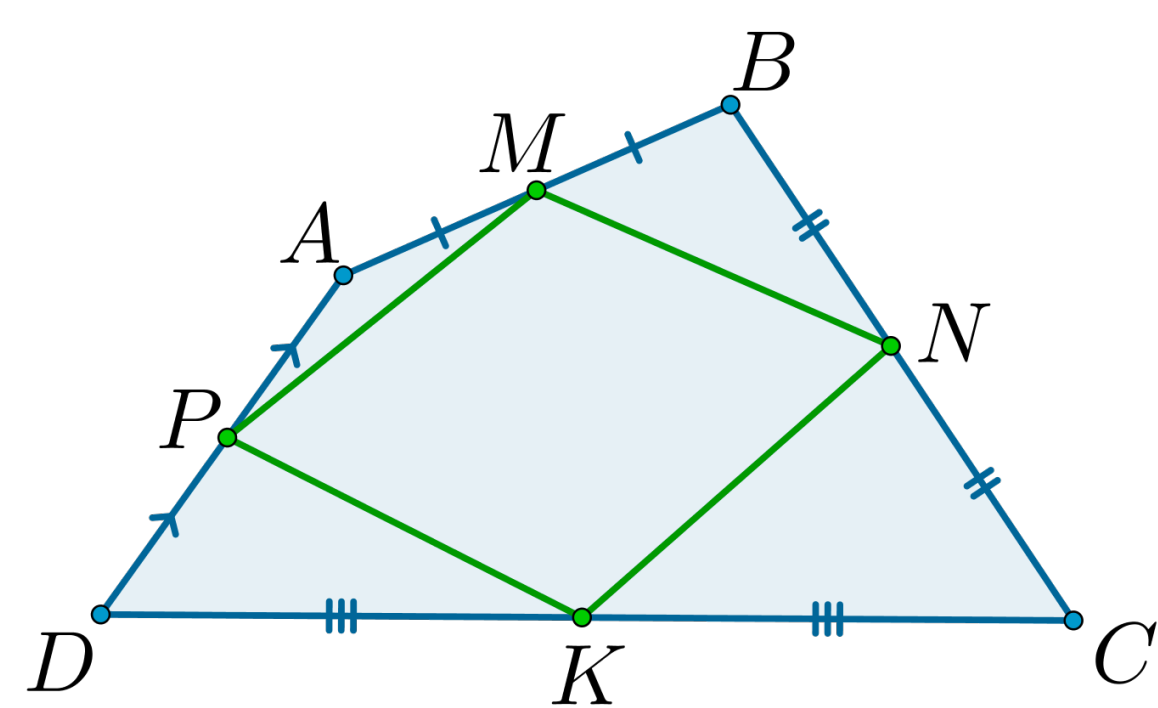


- $BH = 2OM$, где O – центр опис. окр-ти
- $\angle ABH = \angle CBO$ (H и O изогональны)
- $AHCH_B$ – параллелограмм

Прямая Симсона
Точки A_1, B_1, C_1 лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда точка P лежит на описанной около $\triangle ABC$ окружности.



Средины сторон выпуклого четырехугольника являются вершинами параллелограмма.
Следствие: отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, делятся точкой пересечения пополам.

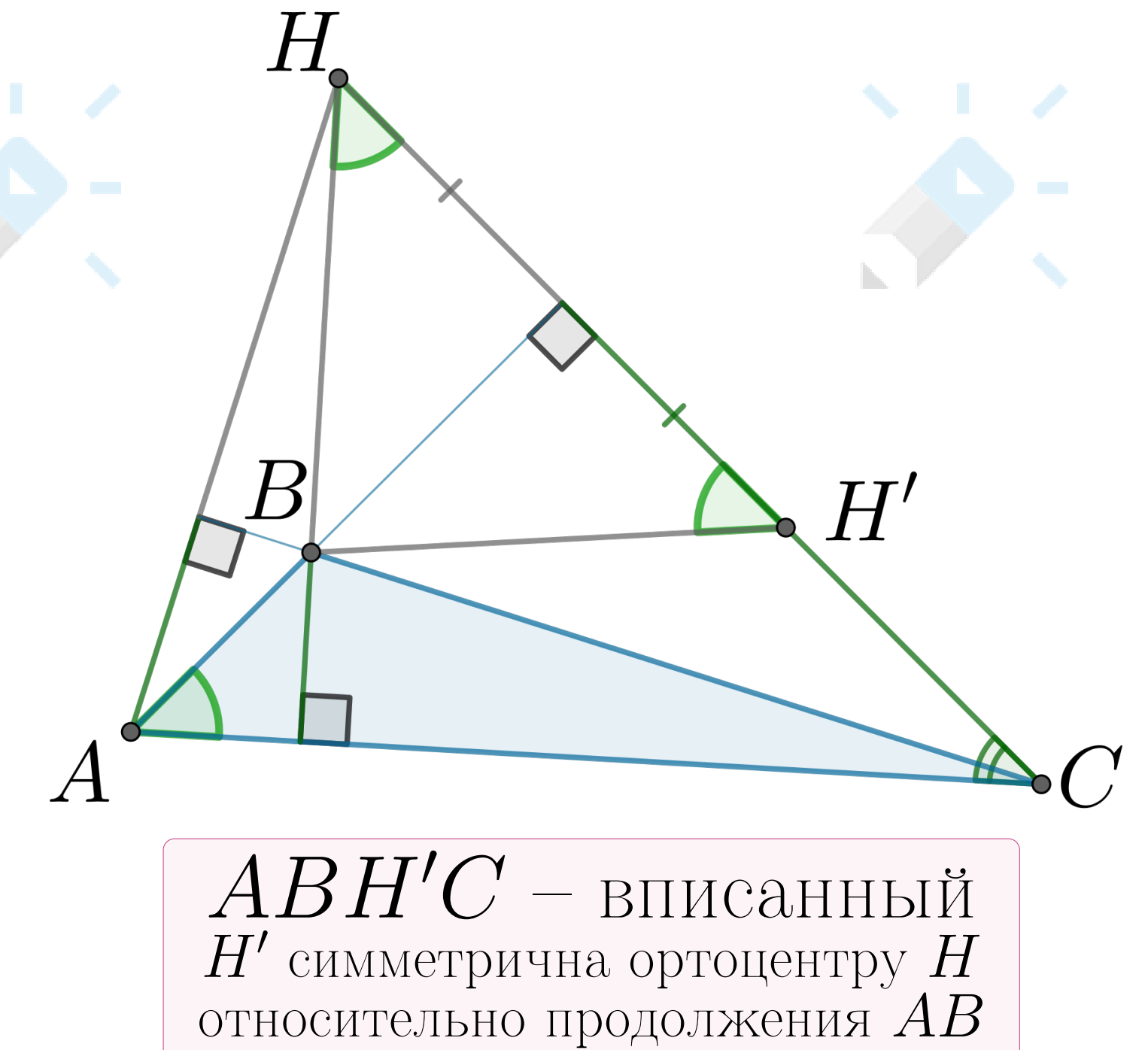
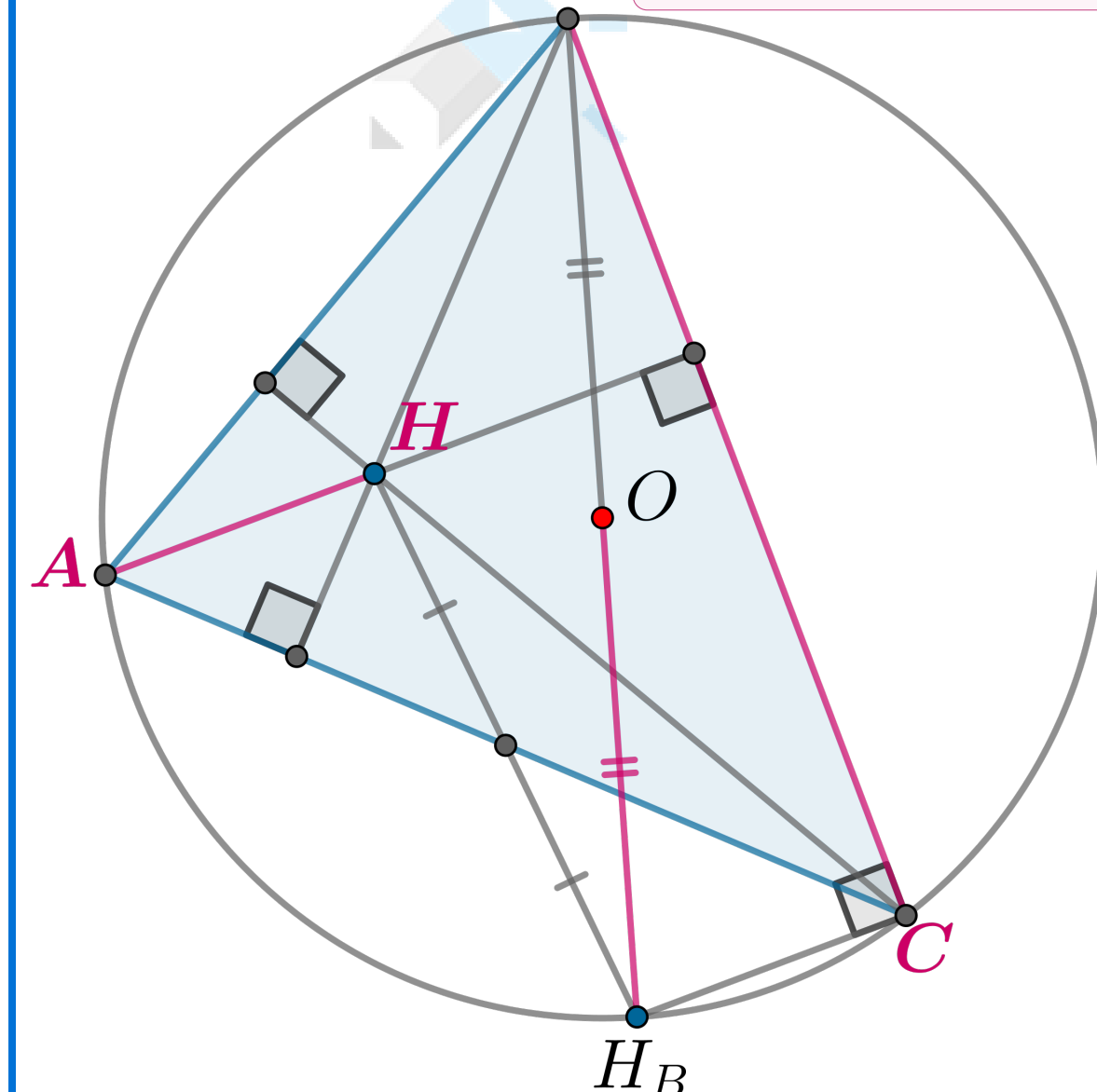


Лемма о трезубце: P равноудалена от A, C, I, I_B

BP – биссектриса,
 P лежит на описанной около $\triangle ABC$ окружности, I, I_B – центры вписанной и внеписанной в $\triangle ABC$ окружностей соответственно.

$$AH^2 + BC^2 = d^2$$

$d = BH_B$ – диаметр



$ABH'C$ – вписанный
 H' симметрична ортоцентру H относительно продолжения AB