

Всё про ОДЗ и ограничения

ОДЗ

Выражение	Ограничение на переменную
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$g(x) \neq 0$
$\sqrt{f(x)}$	$f(x) \geq 0$
$\sqrt[n]{f(x)}$	$f(x) \geq 0$
$\log_{f(x)} g(x)$	$\begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \end{cases}$
$\operatorname{tg} x$	$\cos x \neq 0$
$\operatorname{ctg} x$	$\sin x \neq 0$
$f(x)^{g(x)}$	$f(x) > 0$

Равносильные переходы для уравнений с корнями и модулями

$$1) \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$2) \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$3) |f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \end{cases}$$

$$4) |f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

$$5) |f(x)| = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow f^2(x) = g(x)$$

Равносильные переходы для неравенств с корнями и модулями

$$1) \sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{cases}$$

$$2) \sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g^2(x) \end{cases}$$

$$3) \sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$$

$$4) \sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) \leq g^2(x) \end{cases}$$

$$5) \sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} \vee 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - g(x) \vee 0 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$6) |f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x) \end{cases}$$

$$7) |f(x)| \geq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq g(x) \\ f(x) \leq -g(x) \end{cases}$$

$$8) |f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$$

$$9) |f(x)| \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \geq -g(x) \end{cases}$$

$$10) |f(x)| - |g(x)| \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) \vee 0$$