

Информатика. Информационный объем сообщений.

В задании 11 нужно посчитать объем сообщения в байтах или битах, для этого необходимо знать сколько всего символов в сообщении и какой информационный объем занимает один символ. Здорово, что только по тому, сколько всего символов было закодировано мы можем узнать вес одного символа: $A = M^N$, где:

A – сколько всего символов было закодировано,

M – мощность алфавита, проще говоря, с помощью какой СС мы кодируем, в 11 задании мы всегда рассматриваем двоичное кодирование ($M = 2$),

N – это сколько бит выделено для кодирования одного символа.

Теперь мы знаем сколько весит один символ, давайте посчитаем объем всего сообщения. Для этого нужно умножить количество символов на вес одного символа.

Рассмотрим и применим теорию на примере задачи:

Задача

В стране ЗаБот автомобильный номер длиной 5 символов составляется из главных букв русского алфавита (33 буквы) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным целым количеством байт. Определите объем памяти, необходимый для хранения 10 автомобильных номеров.

Решение

В задаче дано, что все номера имеют длину 5 символов, а в номере могут содержаться как буквы, так и цифры, значит, всего разрешенных символов для составления номера: $33 + 10 = 43$.

Из условия: "каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит а мы знаем, что с помощью N бит на один символ мы можем закодировать 2^N символов. Таких символов у нас 43, подберем N :

$2^5 = 32$ бита, $32 < 43 \rightarrow$ не хватает;

$2^6 = 64$ бита, $43 < 64 \rightarrow$ хватает и даже остается, подходит! Значит, вес одного символа 6 бит.

Для хранения номера в 5 символов необходимо отвести в памяти: $5 * 6 = 30$ бит. Из условия: "каждый номер – одинаковым и минимально возможным целым количеством байт это значит, что получившиеся биты нужно перевести в байты:

$\frac{30}{8} = 3.75$ байт. Все было бы классно, если бы не одно НО в условии: "целым количеством байт". Как быть и в какую сторону округлять?

Если мы округлим в меньшую сторону – 3 байта, то у нас останется информация, которая не влезет в эти 3 байта, другое дело, если мы возьмем 4 байта, в них гарантированно поместится вся нужная информация.

А теперь нам нужно посчитать сколько байт в памяти нужно отвести для 10 номеров, для этого перемножим $10 * 4 = 40$ байтов.

Ответ: 40.

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 1

При регистрации клонов AP на сайте Школково каждому клону выдаётся пароль, состоящий из 5 символов и содержащий только буквы С, О, Т, Ч, К, А и цифры от 0 до 9. Каждый такой пароль на сайте записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 100 паролей клонов на сайте (ответ дайте в байтах).

Ответ

35

Решение

В пароле могут быть использованы 6 буквы и 10 цифры, а значит $6 + 10 = 16$ разрешенных символов. С помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов паролей. Так как $2^4 = 16$, то для записи каждого из 16 символов необходимо 4 бита.

Для хранения всех 5 символов пароля нужно $5 * 4 = 20$ бит, а т. к. для записи используется целое число байт, то переведем 20 бит в байты, для этого поделим на 8, получим 3 байта.

Тогда 100 паролей занимают $100 * 3 = 300$ байтов.

Задача 2

При регистрации клонов AP на сайте Школково каждому клону выдаётся пароль, состоящий из 9 символов и содержащий только буквы П, Р, И, Х, О, Д, Ь, К и цифры от 0 до 5. Каждый такой пароль на сайте записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 15 паролей клонов на сайте (ответ дайте в байтах).

Ответ

75

Решение

В пароле могут быть использованы 8 букв и 6 цифр, а значит $8 + 6 = 14$ разрешенных символов. С помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов паролей. Нам нужно подобрать такое N , чтобы закодировать все разрешенные символы: $2^3 < 14 < 2^4$, для записи каждого из 14 символов необходимо

4 бита, так как 3 бит будет недостаточно.

Для хранения всех 9 символов пароля нужно $9 * 4 = 36$ бит, а т. к. для записи используется целое число байт, то переведем 36 бит в байты, для этого поделим на 8, получим 5 байтов.

Тогда 15 паролей занимают $15 * 5 = 75$ байтов.

Задача 3

В велокроссе участвуют 159 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объем сообщения в битах, записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 64 велосипедистов?

Ответ

64

Решение

С помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов номеров спортсменов. Нам нужно подобрать такое N , чтобы закодировать номера: $2^7 < 159 < 2^8$, каждый номер занимает 8 бит, так как 7 бит недостаточно.

Нам нужно узнать промежуточный объем сообщения в байтах для 64 велосипедистов, зная, что один номер занимает 8 бит, умножим $64 * 8 = 512$ бит = 64 байта.

Задача 4

В велокроссе участвуют 65 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объем сообщения в битах, записанного устройством, после того как финишируют все спортсмены?

Ответ

448

Решение

С помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов номеров спортсменов. Нам нужно подобрать такое N , чтобы закодировать номера: $2^6 < 65 < 2^7$, каждый номер занимает 7 бит, так как 6 бит недостаточно.

Нам нужно узнать объем сообщения в байтах для 65 велосипедистов, зная, что один номер занимает 7 бит, получим $64 * 7 = 448$ битов.

Задача 5

В стране ЗаБот автомобильный номер длиной 6 символов составляется из заглавных букв (всего используется 26 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным целым количеством байт. Определите объем памяти, необходимый для хранения 24 автомобильных номеров.

Ответ

120

Решение

В номере могут быть использованы 26 букв и 10 цифр, а значит $26 + 10 = 36$ разрешенных символов. С помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов паролей. Нам нужно подобрать такое N , чтобы закодировать все разрешенные символы: $2^5 < 36 < 2^6$, для записи каждого из 36 символов необходимо 6 бит, так как 5 бит будет недостаточно.

Для хранения всех 6 символов в номере нужно $6 * 6 = 36$ бит, а т. к. для записи используется целое число байт, то переведем 36 бит в байты, для этого поделим на 8, получим 5 байтов.

Тогда 24 пароля занимают $24 * 5 = 120$ байтов.

Задача 6

В стране ЗаБот автомобильный номер длиной 7 символов составляется из заглавных и строчных букв (всего используется 26 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным целым количеством байт. Определите объем памяти, необходимый для хранения 15 автомобильных номеров.

Ответ

90

Решение

В номере могут быть использованы 26 букв в двух регистрах и 10 цифр, а значит $26 + 26 + 10 = 62$ разрешенных символов. С помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов паролей. Нам нужно подобрать такое N , чтобы закодировать все разрешенные символы: $2^5 < 62 < 2^6$, для записи каждого из 62 символов необходимо бит, так как 5 бит будет недостаточно.

Для хранения всех 7 символов в номере нужно $7 * 6 = 42$ бита, а т. к. для записи используется целое число байт, то переведем 42 бита в байты, для этого

поделим на 8, получим 6 байтов.

Тогда 15 паролей занимают $15 * 6 = 90$ байтов.